

# வா னி ய ல்

(முதல் புத்தகம்)

(பட்டர்படிப்புக்குரிய சிறப்புப் பாடம்)

திரு. தி. கோவித்தராசன்

திரு. கொ. முத்துசாமி

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

# வா னி ய ல்

(முதல் புத்தகம்)

(பட்டப்படிப்புக்குரிய சிறப்புப் பாடம்)

ஆசிரியர்கள்

திரு. தி. கோவிந்தராசன்,  
பேராசிரியர், கணிதத்துறை,  
அரசினர் கல்லூரி, சேலம்.

திரு. கொ. முத்துசாமி,  
உதவிப் பேராசிரியர், கணிதத்துறை,  
அரசினர் கல்லூரி, சேலம்.

கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

First Edition—January, 1971

D.C.P. No. 255

© Directorate of Collegiate Publications

## ASTRONOMY—MAJOR (BOOK I)

T. GOVINDARAJAN

K. MUTHUSWAMY

Net Price Rs. 5-50

(No discount)

*Printed by*

Muthukumaras Press,

14-A, Kuppur Street,

Madras-1.

## அணித்துரை

(திரு. இரா. நெடுஞ்செழியன், தமிழகக் கல்வி-கலாநாயக அமைச்சர்)

தமிழகக் கல்லூரிக் கல்வி மொழியாக ஆங்கிலப் பத்து ஆண்டுகள் ஆகியிருந்தன. குறிப்பிட்ட சில கல்லூரிகளில் பி.ஏ. வகுப்பு மாணவர்கள் தங்கள் பாடங்கள் அளித்ததையும் தமிழிலேயே கற்று வந்தனர். 1968ஆம் ஆண்டின் தொடக்கத்தில் புதுமுக வகுப்பிலும் (P.U.C.), 1968ஆம் ஆண்டிலிருந்து பட்டப் படிப்பு வகுப்புகளிலும் விஞ்ஞானப் பாடங்களையும் தமிழிலேயே கற்கிக்க ஏற்பாடு செய்துள்ளோம். 'தமிழிலேயே கற்பிப்போம்' என முன்வந்துள்ள கல்லூரி ஆசிரியர்களின் ஊக்கம், மேலான துறைகளிலும் தொண்டு செய்வோர் இதற்கெனத் தந்த உதவியும், தங்கள் சிறப்புத் துறைகளில் தங்கள் எழுதித் தர முன்வந்த ஊராசிரியர்கள் தொண்டுணர்ச்சி இவற்றின் வரணமாக இத்திட்டம் தமிழிலேயே மகிழ்ச்சியும் மனநிறையும் தாத்தக்க வகையில் நடைபெற்று வருகிறது. இவ்வகையில், கல்லூரிப் பேராசிரியர்கள் கலை, அறிவியல் பாடங்களை மாணவர்களுக்குத் தமிழிலேயே பரிந்துரைப்பதற்குத் தேவையான பரிநீரணியப் பெறுவதற்கு உறுதியுடன் பங்களிக்கும் கழகம் ஆண்டுதோறும் எடுத்துவரும் பெருமையுடையது குறிப்பிட்டுச் சொல்லவேண்டும்.

பல துறைகளில் பணிபுரியும் பேராசிரியர்கள் எத்தனையோ நெருக்கடிகளுக்கிடையே குறுகிய காலத்தில் அரிய முறையில் தங்கள் எழுதித் தந்துள்ளனர்.

வானநா, அரசியல், உடனியல், பொருளாதாரம், தத்துவம், புவிவியல், கணிதம், பொருளியல், வேதியியல், உயிரியல், வானியல், புள்ளியியல் ஆகிய எல்லாத் துறைகளிலும் தனி துல்கள், மொழி பெயர்ப்பு துல்கள் என்ற இரு வகையிலும் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனத்தின் கல்லூரி துல்க் வெளியிட்டு இயக்குநரகம் துல்களை வெளியிட்டு வருகிறது.

இவற்றுள் ஒன்று 'வானியல்-I' என்ற இத்துல்க் தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம் - கல்லூரி துல்க் வெளியிட்டு இயக்குநரகத்தின் 255 ஆவது வெளியிடாலும், இதுவரை 290 துல்கள் வெளியுத் துள்ளன.

உதழப்பின் வாரா உதழிகள் இக்கலை; ஆதலின், உதழத்து வெற்றி காலப்போம். தமிழகப் பரிதும் மாணவர்கள் உலக மாணவர்களிடையே சிறத்த இடம் பெறவேண்டும்; அதுவே தமிழகத்தின் குறிக்கோளுமாகும். தமிழ்நாட்டுப் பங்களிக்கும் கழகங்களின் பலவகை உதவிகளுக்கும் ஒத்துதழப்புகும் தம் மனம் கலத்த தன்றி உரித்தாகுக.

இரா. நெடுஞ்செழியன்

## பொருளடக்கம்

	பக்கம்
தோற்றவரம்	1
1. கோளம் (The Sphere)	6
2. மண்ணுலகம் (The Earth)	26
3. வானக்கோளம் (The Celestial Sphere)	44
4. மண்ணுலக தினசரி இயக்கம்—வானப்பொருள்கள் உதயம், மறைவு—சந்திரன் செய்திகள் (Diurnal Motion of the Earth—The Rising and Setting of Celestial Bodies—Related facts)...	89
5. மண்ணுலக மண்டலங்கள்—பகல் இரவுப் பொழுதுகள் (The Zones of the Earth—Day and Night durations)	119
6. வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் (Astronomical Refraction)	162
7. புவியியல் தோற்றம் கீழே (Geocentric Parallax)	163
8. வானவழிக் கருவிகள் (Astronomical Instruments)	205
9. மண்ணுலகில் குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தின் அகவரங்கு காணல் (Finding the Latitude of a Place on the Earth)	284
10. கதிர்வன் பாதை குறித்தல் (Fixing the Ecliptic)	286
11. சந்திரன் (The Moon)	254
12. A. கோளச் சீதிகள் (Kepler's Laws)	312
B. காலக்குறைநிறைச் சமன்பாடு (Equation of Time)	327
C. காலக் கணிப்பு முறை—பஞ்சாங்கம் (The Calendar)	362

---

**வா னி ய ல்**  
(முதல் புத்தகம்)

---

## தோற்றுவாய்

### I. வானியல்

1. விண்வெளிப் பொருள்களைப் பற்றிய ஆதிவியற் பகுதி, வானியலாகும்.

2. பண்டையகில் வாழும் மனிதன், தொன்றுதொட்டு நன்னைச் சுற்றியிருக்கும் விண் மண்டலத்தில் காட்சியளிக்கும் பொருள்களைப் பற்றி ஆதிவயர் பேரார்வம் காட்டியதும், இன்னும் காட்டி வருவதும் மனித இயல்பு. எனவே, வானியல் மிகத் தொன்மை வாய்ந்ததோர் ஆதிவியற் பகுதியாகும்.

3. பண்டைக் காலத்தில் வானியலும் சோதிடமும் ஒன்றுக் கொன்ற இணையியாகு பின்னிக்கொண்டு வளர்ந்தனவனாகும். [ஆய்வாரே வேதியியலும் (Chemistry), இரசவாதமும் (Alchemy) ] வானியல் ஆதினோக்கச் சிறந்த சோதிடங்களாகவும், சோதிட வல்லுநர்கள் வானியல் மேதைகளாகவும் பல்வேறு நாடுகளில் இயங்கி வருவனவும் ஒருங்கே வளர்ந்து வந்தன.

4. கி. மு. 5000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, சீனா, இந்தியா, எகிப்து, பாபிலோனியா, கிரீஸ் (Greece), தென் அமெரிக்கா போன்ற உலகின் பல்வேறு பகுதிகளில் வாழ்ந்த மக்கள் வானிய லிலும் சோதிடத்திலும் ஆர்வம் காட்டி வந்தனரென்பதற்கு வர வந்தற் சான்றுகள் பல இன்னும் கிடைத்தவண்ணமிருக்கின்றன. கத்திரவன், சந்திரன் கிரகணங்களின் (மறைவுகளின்) துட்பங்களிற் கொம்பளை அறிந்து, அவை நிகழக்கூடிய காலங்களை துட்பம் தவறாது முன்கூட்டியே கணக்கிட்டுக் கூறும் ஆதிவாந்தரிக முன் கூறிய நாட்டு மக்களிடையே பரவியிருந்தது. பாபிலோனியாவில், சாஸ்டியா (Chaldean) நாட்டினர் வகுத்த 'சாராஸ்' (The Saros of the Chaldeans) என்ற கால வட்டத்தில் இன்னும் சூரிய, சந்திரன் கிரகணங்கள் முறைபிறழாது நேர்வது, 'சிறிய ஆரீவன்' (Little

Minor) நாட்டு வானியல் அறிவற்றவர்க்கு எடுத்துக்காட்டு இத்தியாவிலும், கிரகணங்களை முன்கூட்டியே 'சோதிடம்' சொல்லக்கூடிய வானியல் அறிவு வளர்த்திருந்தது. சீன நாட்டில் காணப்படும் வானியல் காட்சிக் கூடங்களின் பழண்டத்த சின்னங்கள், அத்தாட்சிகளின் வானியல் அறிவுக்கு வரலாறு தரும் சான்றாகும். தென் அமெரிக்காவின் பழங்குடி மக்களான 'மாயாகள்' (Mayas), 'இங்குகள்' (Incas) நாகரிகம் இருந்த இடம் தெரியாமல் அழிக்கப்பட்டு, பல நூற்றாண்டுகளுக்குப் பின், நடத்த புதைபொருள் ஆராய்ச்சியின் விளைவாக, மாய, இங்க நாகரிகங்களில் வானியல் அறிவு வளர்ச்சி சிறந்த இடம் பெற்றிருந்த தென் நமக்குத் தெரியவருகிறது.

5 வடமொழிப் பண்டைய நூல்களில் நகவுத்திரம் (star-களின் மீள்), கிரகம் (planet-கோள்), இராசு, கோது (Moon's Nodes-சந்திர கணுக்கள்), தாமகோது (Comet-வால் விண்மீள்) போன்ற சொற்கள் பரவலாக ஆளப்பட்டு வந்திருக்கின்றன. தொன்மை வாய்ந்த தமிழ் நூல்க்,

"செஞ்ஞாயிற்றுச் செலவும், அஞ்ஞாயிற்றுப்  
பரிப்பும், பரிப்புச் சூழ்ந்த மண்டிலமும்,  
வளிதிரிதரு திசையும்,  
வதிது நிலைஇய காயமும் என்றிவை  
சென்றனத்தறிந்தோர் போல வளறும்  
இளைத்தென்போரும் உளரே "

என்றும் வரிகள் தோன்றுவது காண்க. மேலும் கதிரவன் கதைகள் (sunspots) நகரும் கால வட்டங்கள் பற்றியும், கதிரவன் ஒளி வெப்ப அலை பரவுதல் (solar radiation) பற்றியும் சீனர், பல நூற்றாண்டுகளுக்கு முன்னர் அறிந்திருந்தனர் என சீன நாகரிக வடிவாறு நமக்குத் தெரிகிக்கிறது.

6. ஆனால், இன்று நிலவும் கணித, பொருளிக வேதியியல் விஞ்ஞான முறைப்படி, அன்றா வானியல் அறிவு இருந்தது என்று கூறுவது இயலாது. அன்று வானியல் பெரும்பாலும் காட்சிக் குறுத்திய படியும், அனுபவ முறைப்படியும் (Observational and Empirical) வளர்த்தது.

7. பாரிமோனியா, சாகியா, எகிப்து, இந்தியா ஆகிய நாடுகளிலிருந்து வானியல் அறிவு, கிரேக்கர்களுக்கு ஏற்றுமதியாகிற்று என்று கூறுவது தவறாகாது. ஆனால் கிரேக்க அறிஞர்களும், தத்துவஞானிகளும், தாம் பெற்ற வானியல் அறிவுக்கு விஞ்ஞான



அடிப்படை தந்து ஆக்கமளித்தனர். வடிவ கணித மேதைகள், யூக்ளிட் (Euclid), மனிசாக்கம்ஸ் (Menachmus), அப்போலோனியஸ் (Apollonius) வாழ்ந்த காலம் அது.

5. கிரேக்க ஆறினார் அரிஸ்டார்க்கஸ் (Aristarchus) தாம் முதல் முதலாக, மண்ணுலகைக் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறது என்ற 'கதிரவன் மையக்' கொள்கையை (Heliocentric Hypothesis) வகுத்தவர். ஆனால் அப்போது அவர் கூற்று எடுபடவில்லை. ஆறினார் தாவமி (Ptolemy) அன்று வகுத்த 'மண்ணுலகை மையக் கொள்கை', கதிரவன் மண்ணுலகைச் சுற்றி வருகிறது' என்ற 'மண்ணுலகை மையக்' கொள்கையே (Geocentric Hypothesis) அறிவுடை மக்களால் ஏற்கப்பட்டது. பனாதுற்றுண்டுள்ள சுழித்துத் தான், மறுபடியும், கதிரவன் மையக் கொள்கை, கோப்பர்னிக்கஸ் (Copernicus: 1473-1543 கி.பி.) என்பவரால் வகுக்கப்பட்டு தாவமிக் கொள்கை கைவிடப்பட்டது.

9. கி.மு. முதல் நூற்றாண்டில் வாழ்ந்த கிரேக்க ஆறினார் ஹிப்பார்க்கஸ் (Hipparchus) முதல்முதலாக ஒரு விண்மீன் பட்டியல் தயாரித்தார். அப்பட்டியலில் 1080 விண்மீன்கள் பற்றிய குறிப்புகள் இருந்தன. அத்தூல் (Almagest) ஏகக்குறைய பத்து நூற்றாண்டுகளுக்குத் தனிச்சிறப்புடைய விண்மீன் பட்டியலாக வானியல் உலகில் நிலைத்து வந்தது. இவர்தான் முறையாக, கோணகணிதமும் (Trigonometry) வகுத்தவர். மேட, துவரம் புள்ளிகள் ( $r =$  எனப்படும், First Point of Aries, First Point of Libra) இரண்டின் மித்போக்கினைக் கண்டு கூறியவரும் இவரே. இதுபற்றிப் பேசு, 'சம இரவுப் புள்ளிகள் வகைச்சி—அக்கத்திசை பகைவு—அக்கைவு' (Precession of the Equinoxes and Nutation) என்ற பகுதியில் பார்ப்போம். இவரேதான் தாம் 'திங்கள்' (Lunar Month) எனக்கூறும் 'கதிரவனைவெட்டி, சத்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் கால வட்டத்தை, ஒரு வினாடி அளவுக்குச் சரியாகக் (Correct to the nearest second) கணித்தவர்.

10. அடுத்தபடியாக ஸ்கூறிய கோப்பர்னிக்கஸ் என்பவர் வானியல் அறிவுவகியை மிகப்பெரிய புரட்சியை ஏற்படுத்தி, 'கதிரவன் மையக்' கொள்கையை நிலைநிறுத்தினார். இவர் இக் கொள்கையைத் தகுந்த ஆதாரங்களுடனும், சான்றுகளுடனும், 'De Revolutionibus Cerebus Coelestium' என்ற நூலில் வினக்கிபுள்ளார். ஆனால் அவர் தமது வாழ்நாளில் இக்கொள்கையைப் பரப்ப அஞ்சினார். விதியின் கொடுக்கற்றுக்குச் சான்றாக, இவர் மாண்புபடுக்கையில் இருக்கும்போதுதான் இப்பெருநூலின் முதற்பிரதி இவர் கைக்குக் கிட்டியது.

11. இவருடைய அடிக்கவட்டியே வந்தவர்கள் டைக்ளே பிராணி (Tycho Brahe: 1546-1601); ஜோஹன் கெப்ளர் (Johan Kepler: 1571-1630); கலீலியோ (Galileo: 1564-1642) என்ற வானியல் அறிஞர்கள். பிராணி, ஆசிரியர்; கெப்ளர், அவரது மாணவர். ஆசிரியர் 20 ஆண்டுகளாக உழைத்துழைத்துச் செய்த குறிப்புகள் கணிப்புகள் யாவும் ஆசிரியர் மறைத்தபிறகு மாணவரின் சொத்தாயின. இவ்விருவர் உழைப்பின் விளைவாகத் தொன்மியமை, கோளியக்க விதிகளாகும் (The Laws of Planetary Motion). முதலிரண்டு விதிகள் அறிவிக்கப்பட்டும் பத்தாண்டு கழித்துத்தான் மூன்றாம் விதி அறிவிக்கப்பட்டது.

கெப்ளரின் சரியான பெருமை, வானத்தில் பொறிக்கப்பட்டிருக்கிறது; விஞ்ஞான வளர்ச்சி அப்பெருமையை மறுக்கவே மறைக்கவே முடியாது. கோள்கள் தம் நிலைபெறாது, வானத்தில் இயக்கிக் கொண்டிருக்கும்வரை, அக்கோள்கள் அவர் பெருமையைப் பாடிக்கொண்டு இருக்கும்' என ஓர் அறிஞர் கெப்ளரின் மகத்தான பணிக்குத் தமது அஞ்சலியைச் சொல்கிறார்.

12. கெப்ளர் விதிவின், 'பிராணி-கெப்ளர் விதிகள்' என்று கூறுவதே பொருத்தமானதும். இவ்விதிகளின் அடிப்படையில்தான் நியூட்டன் (Newton: 1642-1727 கி.பி.) தமது தேரெதிர் இருபடி விதித் தர்ப்பு விதியை (The Law of Inverse Squares) உருவாக்கினார்.

13. கெப்ளருக்குப்பின் கலீலியோ. இவர் வானத் தொலைநோக்கியின் தந்தை. கண்ணுக்குத் தெரியாத பலப்பல விண்மீன் களும் மற்ற பல விண் பொருள்களும் வானத் தொலைநோக்கியில் மனிதன் காட்சிக்குச் சிக்கின. தமது ஆராய்ச்சி ஆறிலும், வானியல் முறைகளும் விரிவுபடுத்தப்பட்டன. கலீலியோ தன் தொலைநோக்கி வழியாக விவரமுனின் உப கோள்களையும், கதிரவன் கறைகளையும் கண்டறிந்தார்.

14. இவர்களுக்குப் பின்னர், பல நாட்டுப் பேரறிஞர்கள் வானியல் துறைக்கு ஈர்க்கப்பட்டு, அவர்களின் உழைப்பின் விளைவாக, சொந்த மூன்று தூற்றுகளினால் பலப்பல விவரத்தகு செய்திகளும் தமது அறிவியல் பொதுச் சொத்தாக வழங்கப்பட்டிருக்கின்றன.

15. அழியாப் புகழ் பெற்ற சில வானியல் அறிஞர் பட்டியலொன்று, இத்தூக் பின்தொகுப்பில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. (பெக்குறிப்பு I): சில நிகைபெற்ற வானியல் மேதைகளின் பெயர் கொடுக்கப்படாதிருந்தால், அக்குறை, இத் தூண்கிரியர்களின் அழியாப் பிழையால் தேர்த்த தெனக்கொள்க.

## II. வானியற் பகுதிகள்

16. விண்வெளியில் பல கோடிக்கணக்கான விண் பொருள்கள் பரந்து கிடக்கின்றன. நாம் வாழும் மண்ணுலகம் இவ் விண்வெளியில் இயங்கிவரும் ஒரு பொருளாகும். மற்றும் கதிரவன், சந்திரன், கதிரவனைச் சுற்றிவரும் கோள்கள், அக்கோள்களைச் சுற்றி வரும் துணைக்கோள்கள் (Satellites), நிலைத்த விண்மீன்கள் (fixed Stars), விண்மீன் கூட்டங்கள் (Constellations), வால் மீன்கள் (Comets), எசி, வீழ்மீன்கள் (Meteors and Meteorites), ஒண்டுகிரகன், ஒண்டுகிர பட்டங்கள் எனப்படும் நெபுலக்கள் (Nebulae) யாவும் விண்வெளியில் உள்ள பொருள்களாகும். இவைபற்றிய ஆராய்ச்சிகள் மூன்று அல்லது நான்கு பிரிவுகளாக வளர்த்திருக்கின்றன.

1. விளக்கப் பகுதி (Descriptive and Mathematical)
2. ஈர்ப்புப் பகுதி (Gravitational)
3. இயற் பகுதி (Physical)

மற்றும் கதிரியக்க வானியற் பகுதி (Radio Astronomy) இன்று வினாவாக வளர்த்து வரும் ஒரு அறிவியல் துறையாகும். இத் துறையில் ஆராய்ச்சிகள் நடத்துவதற்கென, இப்போது தமிழ் நாட்டில், உதகமண்டலத்தில் ஒரு ரேடியோ தொலைநோக்கி அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

இத்தூறில் விளக்கப்பகுதியும் ஈர்ப்புப்பகுதியும் மட்டுமே ஓரளவு இடம் பெறுகின்றன. இயற்பியலும் கதிரியக்கப் பிரிவும் இடம் பெறு.

## 1. கோளம்

(The Sphere)

1-0. கோளம்—அதன் வடிவ கணித, கோண கணிதப் பண்புகள்  
(The Sphere—its geometrical and trigonometrical properties)

கோள தூள் படிப்பதற்கு ஆடிப்பண்டமாகக் கோளத்தைப் பற்றி சில பண்புகள் நமக்கு ஆதிமுதமாகவேண்டும். அதை கருத்தாக இப் பகுதியில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. சில முறைபாக நிலுவப்பட்டிருக்கின்றன; சில நிலுவப்படவில்லை. விரிவாக, நிலுவன் முறைகளோடு, அறிய விரும்புவோர், பின் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் தூல்களைப் பார்க்கலாம் :

Todhunter : Spherical Trigonometry

Kern and Bland: Solid Mensuration

Smart: Text book on Spherical Astronomy, Chapter I.

1-1. கோளம்—வட்டவடிவ : மையம் எனப்பட்ட ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து சமதூரத்திலுள்ள புள்ளிக்கூட்டத்தால் அமைபுப் மேற்பரப்பினைய ஒரு கன உருவம், கோளம் எனப்படும்.

ஆரம் அத்த (குறிப்பிட்ட) தூரம் கோளத்தின் ஆரம் (Radius) அல்லது அரைவிட்டம் (Semi-diameter) எனப்படும்.

விட்டம் : கோளமையத்தின் வழியாகச் செல்லும் எந்த நேரிக் கோளம் கோளத்தின் மேற்பரப்பை இரண்டு புள்ளிகளில் வெட்டும். இவ்விரு புள்ளிகளுக்கிடப்பட்ட நீளம், கோளத்தின் ஒரு விட்டம் எனப்படும்.

## 1.2. கோளத்தின் வெட்டுமுகம் (Section of a Sphere)

1. ஒரு கோளத்தை ஒரு சமதளம் (Plane) வெட்டினால், அக் கோளத்தின் வெட்டு முகம் ஒரு வட்டமாகிறதுக்கும். அக்கோளத்தின் ஒரு விட்டம் அத்தளத்திலிருக்குமானால், அக்வெட்டு முகம் ஒரு பெரு வட்டம் (Great Circle) எனவும், அல்லாவிடையாத தள வெட்டு முகம் ஒரு சிறு வட்டம் (Small Circle) எனவும் கூறப்படும்.

இப்பண்பினை வேறு விதத்திலும் கூறலாம் : அக்கோள மையம் வழியாகச் செல்லும் தளவெட்டு முகம் ஒரு பெரு வட்டமாகும் ; மையம் வழியாகச் செல்லாத தள வெட்டு முகம் ஒரு சிறு வட்டமாகும்.

[மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் எந்தத் தளமும், கோளத்தின் ஒரு விட்டத்தைத் தாங்கியிருக்கும் என்பது கன்கூடு (படம் 1-1)]

3. ஒரு கோளத்தின் வெட்டு முகமாகவரும் வட்டத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக விருக்கும் கோள விட்டம் அக்வட்டத்தின் அச்ச (Axis) எனப்படும்.

3. அத்த அச்சின் இரு முன்களும் (அதாவது அய்வச்ச, கோளப்பரம்பு வெட்டும் இருமுன்களாகும்) அத்தகுரிய வட்டத்தின் இரு துருவங்கள் (Poles) எனப்படும். (படம் 1-2)

குறிப்பு : பெருவட்டம், சிறுவட்டம் யாவற்றிற்கும் அச்சங்கள் உண்டு : ஆகவே இருதுருவங்களும் உண்டு.

4. கோள வட்ட மையத்தினின்றும் வெவ்வேறு தூரங்களிலுள்ள தளவெட்டு வட்டங்களும், மையத்திற்கு மிக அண்மையிலுள்ள வட்டம் மிகப்பெரிய (பெருவட்டமல்ல) வட்டமாகவும், மிகதூரத்திலுள்ள வட்டம் மிகச்சிறிய வட்டமாகவும் இருக்கும்.

5. ஒரு பெரு வட்டத்தின் ஆரம் (அரை விட்டம்) கோளத்தின் ஆரத்திற்குச் சமம்; சிறு வட்டத்தின் ஆரம், கோளத்தின் ஆரத்தைவிடச் சிறியதாக இருக்கும்.

6. ஒரு கோளத்தின் இருபெரு வட்டங்கள் ஒன்றையொன்று சமபரம்பாக வெட்டிக்கொள்ளுகின்றன.

7. ஒரு கோளத்தில் எல்லாப்பெரு வட்டங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமம்.

8. ஒவ்வொரு பெருவட்டமும் ஒரு கோளத்தை இருசம பாதியாக (இரு சமமான அரைக்கோளங்களாக) வெட்டுகின்றன.

9. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பிலுள்ள இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் வரையில் கோளத்தின் மேற்பரப்பில், வரையப்படும் கோடுகளில், மீத சிறு தளமூட்டை வரிகளோடு, அப்பெரிய புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும் பெருவட்டத்தின் சிறு வில்லாகும்.



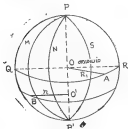
அரை வட்டம்

$$ACB = AC'B$$

$$= ADB$$

$$= AD'B$$

படம் 1-1



படம் 1-2

1-3. கோளத்தைப் பற்றிய சில வரையறைகள் - முதல்க்க வட்டம், துணைக் குத்து வட்டங்கள். (Primary Circle, Secondary Circles)

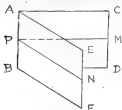
1-2 (B)-ல் வட்ட துருவங்கள் வரையறுக்கப் பட்டன. படம் 1-2-ல் QR என்ற பெருவட்டத்தின் துருவங்கள் P, P'; அத்துருவங்கள் வழியாக வரையக்கூடிய எல்லாப் பெருவட்டங்களும்

( $PMF'$ ,  $PNP'$ ,  $PSP'$ .....) முதற்கூறப்பட்ட வட்டத்தின் (அதாவது  $QR$ -ன்) துணைக்குத்து வட்டங்கள் (Secondary Circle) எனக் கூறப்படும். முதல் வட்டம் ( $QR$ )-ன் கூறப்பட்ட துணை வட்டங்கள் அனுகூலிய முறையிலே வட்டம் எனப்படும்.

### 1.3.1. கோளகோணங்கள் (Spherical Angles)

இரு பெருவட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் ஆவ்வட்டங்களைத் தாங்கும் தளங்களுக்கிடப்பட்ட கோணம் என்பது வரையறை (1).

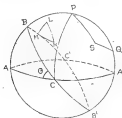
(1) பக்கத்திலுள்ள படத்தில்  $ABDC$ ,  $ABFE$  என்ற இரு தளங்கள்  $AB$  என்ற நேர்க்கோட்டில் லைட்டட்டும்,  $AB$ -ல்  $P$  ஒரு



புள்ளி.  $P$  வழியாக  $AB$ -க்குச் செங்குத்தாக, தளம்  $ABDC$ -ல்  $PM$  உம், தளம்  $ABFE$ -ல்  $PN$  உம் வராக.

$\angle MPN$  என்ற பது இவ்விரு தளங்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் என்பது வரையறை.

படம் 1-3-1 (i)



படம் 1-3 (ii)

படம் 1-8, (ii) க்,  $AA', BB'$  இது பெருவட்டங்கள்; ஆகவே வெட்டுமிடங்களில் ஒன்று  $C$ .  $\angle ACB = \theta$  என்பது அங்ஙனிகு பெருவட்டங்களுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் எனக்கொள்ளலாம்; இதிலே வரையறை.

குறிப்பு :

$$\angle A'CB' = \theta; \angle A'CB = 180 - \theta;$$

$$\angle B'CA = 180 - \theta$$

இவை எளிதில் நிறுவப்படலாம்.

1-3-1-1. இது பெருவட்டங்களுக் கிடைப்பட்ட கோணம் பின் வரையறுக்கப்படும் கோணங்களுக்குச் சமம் என எளிதில் நிறுவலாம்.

(i) இது பெருவட்டங்கள் வெட்டுமிடங்களில் அங் வட்டங் களுக்கு வரையப்படும் தொடுவரைகளுக் கிடைப்பட்ட கோணம்;

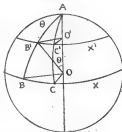
(ii) இங்ஙனிகு வட்டங்களையும் துணைக்குத்து வட்டங்களாகப் பெற்ற முதன்மிகு வட்டத்தின் மேல் அங்ஙனிகு வட்டங்களுக் கிடைப் பட்ட விகி அளவு (1-4-8 தேற்றம் 1 காண்க).

(iii) இங்ஙனிகு வட்டங்களுக்குரியதாகும், ஒரே பக்கத்திலு முள்ள இது துருவங்களுக் கிடைப்பட்ட விகி அங்ஙனிகு கோணதாகும். (1-4-8 தேற்றம் 2 காண்க)

1-4-1. இன்னவாற சிறுவட்ட, பெருவட்ட விகிதங்கள்

$X$  என்ற முதன்மிகு வட்டத்திற்கு  $AB'B, AC'C$  என்பவை இது துணைக் குத்து வட்டங்கள்.  $X'$  என்பது  $X$  க்கு இன்னவாற சிறுவட்டம்,

விகி  $AB' = AB'$  என்ற விகி  $O$  இல் தாங்கும் கோணம்  $\angle BOA = \theta$  எனவும்,  $X'$  இன் ஆரம்  $r$  எனவும்,  $X$  இன் ஆரம்  $R$  எனவும் கொள்க.



படம் 1-4-1

(பின்னர் கண்காணக உட்கு குறிப்பு காண்க).



$O'B' \perp OB$ ;  $O'C' = OC$ ; ஏனெனில் அவை இணைத் தளம் ஒளிக் கடன்னை.

$$\therefore \angle B'O'C' = \angle BOC.$$

எனில்  $B'C' = r \times \angle B'O'C'$  (ஆதரபன் அளவு)

எனில்  $BC = R \times \angle BOC$  (ஆதரபன் அளவு)

$$\therefore \frac{\text{எனில் } B'C'}{\text{எனில் } BC} = \frac{r}{R}$$

ஆனால்  $\triangle OO'B'$  இல்

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{O'B'}{OB'} \\ &= \frac{r}{R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{r}{R} &= \cos (90 - \theta) \\ &= \cos (AB - AB') \\ &= \cos B'B \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\text{எனில் } B'C'}{\text{எனில் } BC} = \cos B'B$$

$$\therefore \text{எனில் } B'C' = \text{எனில் } BC \times \cos B'B$$

இங்கு  $B'B$  எனப்படும் இணையான சிறு, பெரு வட்டங்களுக்கிடையே வட்ட எனத் தெரிகிறது.

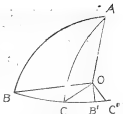
: ஒருசிறு வட்ட எனக் கோண : தளம் : ஆதர்ப்பு இணையான பெருவட்ட எனக் கோண : தளம் = இவ் விசுவவட்டங்களுக்கிடையே வட்ட எனின் cosine அல்லது சிறுவட்டத்தின் கோண ஆரத்தின் (angular radius) sine. இது ஒரு முக்கிய வாய்பாடு; பல இடங்களில் பயன்படும்.

குறிப்பு :

பெரு வட்ட என்களின் அளவு, அவை கோண மையத்தில் நிற்கும் கோணங்களால் மதிப்பிடப்படுகின்றன. (கோணங்கள் வாகையாளனிலோ, ஆதரபன் அளவிலோ இருக்கலாம்)

1-4-2. ஒரு கோளத்தின் மேற்பரப்பில்  $AB$ ,  $AC$  என்பவை இருவட்ட வர்துண்டுகளின் (Quadrants)  $BC$  என்ற பெரு வட்டத்திற்கு  $A$  ஒரு துருவம்.

படம் 1-4-2 காண்க.  
தரப்படாது  $AB = 90^\circ = \angle AOB$   
"  $AC = 90^\circ = \angle AOC$ .  
∴  $AO \perp BO$   
 $AO \perp CO$   
∴  $AO \perp$  தளம்  $BOC$



படம் 1-4-2

∴  $BC$  என்ற பெருவட்டத்திற்கு  $A$  ஒரு துருவமாகிறது.

$AO$ -ன் நீட்டல், கோளப்பரப்பை  $A'$ -ல் வெட்டினால்,  $A'$  என்பது  $BC$ -ன் மத்திலே துருவமாகும்.

1.4.3. தேற்றம் 1: ஒரு முதனிலை வட்டத்திற்கு இருதுணைக் குத்து வட்டங்கள் வரையப்பட்டால், அவ்விரு துணை வட்டங்களுக்கும் கடைப்பட்ட கோணம், முதனிலை வட்டத்தின்மேல் இவ்விரு துணை வட்டங்களும் துண்டிக்கும் வில்லுக்குச் சமம்.

படம் 1-4-2-ல்,  
தளம்  $OAB$ -ல்,  $OB \perp OA$   
தளம்  $OAC$ -ல்,  $OC \perp OA$   
∴  $\angle BOC =$  வில்  $BC$ .

1.4.4 தேற்றம் 2: ஒரு பெருவட்டத்தின் துருவம் மற்றொரு பெரு வட்டத்தின் மேலிறப்பின், பித்திய பெருவட்டத்தின் துருவம் முதலிய பெருவட்டத்தின் மேலிறக்கும்.

படம் 1.4-2-ல்,

தளம்  $BOC$ -ல்,  $OB' \perp BO$ ,  $OC' \perp OC$  வராக.

அவை  $BC$  என்ற பெருவட்டத்தை  $B'$ ,  $C'$  என்ற இடங்களில் வெட்டட்டும்.

$AB'$ ,  $AC'$  இரண்டும்  $BC$ க்குத் துணைக்குத்து வட்டங்களாகும்.

$$\text{மேலும் } \angle BOB' = 90^\circ$$

$$\angle COC' = 90^\circ$$

ஆகவே,  $BB'$  உம்,  $CC'$  உம் வட்டநாத் கூறுகளாகும்.

1.4.3-ன் படி, இரண்டிரண்டு வட்ட நாத்கூறுகள் எடுத்து அவற்றிற்குரிய முதனிலை வட்டங்கள், அம் முதனிலை வட்டத் தனுக்குரிய துருவங்கள் மீண்டும் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

இரண்டிரண்டாக வட்டநாத் கூறுகள்.	அவற்றிற்குரிய முதனிலைப் பெருவட்டம்	முதனிலைப் பெருவட்டத்தின் துருவம்
(1) $AB' ; BB'$ .	$AB$	$B'$
(2) $AB ; AB'$ .	$BB' (BC)$	$A$
(3) $AC' ; CC'$ .	$AC$	$C'$
(4) $AC ; AC'$ .	$CC' (BC)$	$A$
(5) $AB ; BB'$	$AB'$	$B$
(6) $AC ; CC'$	$AC'$	$C$

(1)-ன்படி,  $AB$ -ன் துருவம்  $B'$  என்பது  $BB'$ -ன் மேலிருக்கிறது.

(2)-ன்படி,  $BB'$ -ன் துருவம்  $A$  என்பது  $AB$ -ன் மேலிருக்கிறது.

(3)-ன்படி,  $AC$ -ன் துருவம்  $C'$  என்பது  $CC'$ -ன் மேலிருக்கிறது.

(4)-ன்படி,  $CC'$ -ன் துருவம்  $A$  என்பது  $AC$ -ன் மேலிருக்கிறது. இவ்வாறே மற்றவைகளும்.

1.4.3. தேற்றம் 3: இரு பெரு வட்டங்களுக்குக்கிடைப்பட்ட கோணம் அவற்றின் துருவங்களுக்குக் கிடைப்பட்ட விக் (அல்லது கோணத் தூரம்) இக்குக் கனம்.

படம் 1.4.2-ல்,  $BO' \perp OC_1$

$$OC' \perp OC. \quad (\text{வரிவரடி})$$

$$\therefore \angle BOC = \angle KOC'$$

$$= \text{விக் } B' C'$$

1-4-4-ன் படி,  $AB$ -ன் துருவம்  $B'$  ---(1)

$AC$ -ன் துருவம்  $C'$  ---(2)

$\therefore AB, AC$ க்கு இடைப்பட்ட கோணம்

$\angle BOC$  என்பது, எக்  $B' C'$  (ஆகிறது

$\angle B' C'O'$ ) என்பதற்குச் சமமாகிறது.

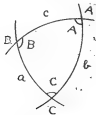
### 1-5. கோள முக்கோணங்கள் (Spherical triangles)

வரலாயகம் : ஒரு கோணத்தின் மேற்பரப்பில் மூன்று பெருவட்ட சிறு வில்களால் வரம்பிட்ட பரப்பிற்கு ஒரு கோள முக்கோணம் என்று பெயர்.

படம் 1-5-1-ல் சில கோள முக்கோணங்கள் பின் கூறப்படுவன :  $\triangle ABC$ ;  $\triangle A' C' B'$ ;  $\triangle PQS$  ( $PQ, PS, QS$  என்பவை பெருவட்ட வில்கள்);  $\triangle APC$ ;  $\triangle A' PC$ ,  $LM, MN, NL$  என்பவை மூன்று பெருவட்ட வில்களானால்,  $LMN$  ஒரு கோள முக்கோணம்.

#### 1-5-1. கோள முக்கோணங்களின் கூறுப்புகள் (Elements or parts of a Spherical triangle):

$ABC$  என்ற ஒரு கோள முக்கோணத்தைத் தனியாக எடுத்துக் கொள்வோம். (படம்: 1-5-1) இது ஒரு தளத்தின் மேலிருந்து எர்ப்பது கண்டுகு.



படம் 1-5-1

இதற்கு ஆறு உறுப்புகள் உள்ளன.  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  என்ற மூன்று கோணங்கள்;  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  என்ற மூன்று வில்கள் (பக்கங்கள்).  $BC$ ,  $BA$ ,  $AB$  என்ற பக்கங்களின் நீளங்கள் (கோண தூரங்கள்) முறையே  $a$ ,  $b$ ,  $c$  எனக் குறிக்கப்படும்.

மூன்று 1-8-1-ல் வரையறுத்தபடி,  $AB$ ,  $AC$  என்ற பெருவட்டங்களின் தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்  $A$ ; அல்லாதே  $\angle B$  ம்  $\angle C$  ம். அவற்றின் அளவுகளைப் பாகைகளிலோ (degrees), ஆரையர்களிலோ (Radians) கணக்கிடலாம் (அளக்கலாம்). பக்கங்களும் கோண அளவுகளேயே உடையன; நீட்டலளவுகள் (linear measures) பெற்றவைவாய்க்.  $BC$ -ன் கோணஅளவுபாதெனில்  $BC$  என்ற வில், கோண மையத்தில் தங்கும் கோண அளவேயாம். அல்லாதே  $CA$ ,  $AB$ -ன் அளவுகளும். எனவே, ஒரு கோண முக் கோணத்தின் பக்கங்களும் கோண அளவுடையனவே தவிர சாதாரண நேரீக்கோட்டு முக்கோணங்களின்போல நீட்டல் அளவு பெற்றவைவாய்க். எனவே, ஒரு கோண முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புகளும் கோண அளவுடையன, பாகை அல்லது ஆரையன் அளவில் அளக்கப்படும்.

### 1-5-2. கோண முக்கோணத்தின் பண்புகள் :

1. ஏதேனும் இரு பக்கங்கள் சமமாக இருப்பின். அவற்றிற்கு எதிரான இரு கோணங்களும் சமம்; மறுதலையும் உண்மை. அக் வானுள முக்கோணம் இரு சமபக்க முக்கோணம் எனப்படும். இருசம பக்க முக்கோணத்தில்  $AB$ ,  $AC$ , சமமானால்,  $A$  வழியாக  $BC$ க்கு வரையப்படும் துணைக்குத்து வட்டம்  $\angle A$ ஐயும், பக்கம்  $BC$ ஐயும், இருசம பாகைகளாகப் பிரிக்கும்; மறுதலையும் பொருத்தம்.

2. மூன்று பக்கங்களும் சமமாக இருந்து கோணங்களும் சமம்; மறுதலையும் உண்மை. அது சமபக்க முக்கோணம்/சம. கோண முக்கோணம் எனப்படும்.

3. இருபக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை, மூன்றாம் பக்கத்தை விட அதிகம்; இரு பக்கங்களின் வேறுபாடு, மூன்றாம் பக்கத்தை விடக் குறைவு.

4. இரு பக்கங்கள் சமமில்லாதிருப்பின் பெரிய பக்கத்திற்கு எதிராகப் பெரிய கோணம் அளவுபடும்.

5. ஒரு கோண முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை  $180^\circ$  அல்லது  $\pi$  ஆரையர்களுக்கு மிகுதியாகும்.

குறிப்பு: (5) ஆம் பக்கப் தவிர, மற்ற வரவும் தேர்வோட்டு முக்கோணத்திற்குப் பொருத்தவனவாகும்.

### 1-5-3. சர்வசம முக்கோணங்கள் (Congruent Triangles):

தேர்வோட்டு முக்கோணங்களுக்கே குரிய தேற்றங்கள் வரவும் இங்கு பொருத்தும்; ஒன்றாட்டும் பொருத்தானது.

தேர்வோட்டு முக்கோணங்களில் முறையாக சமகோணங்கள் மட்டுமே பெற்ற முக்கோணங்கள், பொதுவாக சர்வ சமவாயிரா; அவை வடிவொத்தவையாக மட்டுமே இருக்கும். ஆனால் கோண முக்கோணங்களில் கோண அளவிலேயே பக்கங்களும் கொள்ளப் படுவதால், முறையாக, சமகோணங்கள் பெற்ற முக்கோணங்கள் (வடிவொத்தவை மட்டுமேயல்லாமல்) சர்வசம முக்கோணங்களாகும்.

### 1-6. கோண முக்கோணத்திற்குரிய கோண கணிதத் தேற்றங்கள் (Trigonometric properties of the spherical triangle):

பின்வரும் தேற்றங்கள் கொண்டு ஏதேனும் ஒன்று உறுப்புகள் கொடுக்கப்பட்டால், மீதி உறுப்புகளைக் கணக்கிடலாம்:

$ABC$  என்ற முக்கோணம் கொள்க.

படம் 1-6-1,

$$(i) \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

(ii)  $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$ . மற்றும் இதுபோல இது சமன்பாடுகள்.

(iii) ஒரு கோண முக்கோணத்தில் நான்குஅடுத்தடுத்த உறுப்புகள் வரிசையாக எழுதப்பட்டால், ஒரு கோணம்/பக்கம் முதலிடத்திலும் ஒரு பக்கம்/கோணம் நான்காவதிடத்திலும் இருக்கும். இரண்டாம், மூன்றாம் இடங்களில், ஒரு பக்கம்/கோணம் அல்லது ஒரு கோணம்/பக்கமிருக்கும்.

பாடுத்துக் காட்டுகள் - இடஞ் சுழியாக:

(i)  $B, c, B, a$ ;

(ii)  $c, B, a, C$ ;

(iii)  $B, a, C, b$ ;

(iv)  $a, C, b, A$ ;

(v)  $C, b, A, c$ ;

(vi)  $b, A, c, B$ ;

இதுபோலவே வடிவஞ்செய்யவரும் நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்  
புகளை வெறுதவளம்.

இரண்டாம், மூன்றாம் இடங்களில் இருக்கும் உறுப்புகள், உட்  
பக்கம்/உட்கோணம் அல்லது உட்கோணம்/உட்பக்கம் எனவும்  
முதலிலும் கடைசியிலும் உள்ளவை, மற்றகோணம்/பக்கம் அல்  
லது மற்ற பக்கம்/கோணம் எனவும் கூறப்படும். இவைகளுக்கு  
கிடைப்பிட்ட கோண கணிதத்தொடர்பு மிகவும் பயன்படுவதொள்  
றாகும். அத்தொடர்பாவது :

$$\begin{aligned} & \cos (\text{உட்பக்கம்}) \times \cos (\text{உட்கோணம்}) \\ &= \sin (\text{உட்பக்கம்}) \times \cot (\text{மற்ற பக்கம்}) \\ &= \sin (\text{உட்கோணம்}) \times \cot (\text{மற்ற கோணம்}) \end{aligned}$$

செடுத்துக்காட்டு :  $A, c, B, a$  என்ற நான்கு அடுத்தடுத்த  
உறுப்புகளை வெடுத்துக்கொண்டால்,

$c, B$  மூன்றையே உட்பக்கம், உட்கோணம்;

$A, a$  மூன்றையே மற்ற கோணம்; மற்றபக்கம்.

மேற்கூறிய தொடர்பு வரம்பாட்டின்படி,

$$\cos c \cos B = \sin c \cot a = \sin B \cot A.$$

இவ்வாறே மற்ற தொடர்புகளையும் பெறலாம்.

1-6-1. கோணக்கோணத்தின் துருவ முக்கோணம்: (The Polar triangle of a spherical triangle)

$ABC$  ஒரு கோணமுக்கோணம்.  $A$  இருக்கும் பக்கமே இருக்கும்  
 $C$  என்ற பெரு வட்டத்தின் துருவம்  $A'$  எனக்கொள்வோம். அங்ஙனமே,  
 $B', C'$  இரண்டும் முறையே  $CA, AB$ ன் துருவங்கள்.

$A', B', C'$  என இவ்வாறமைந்த துருவங்களின், இரண்டாவது  
உரக்ககோண்டு அவற்றின் வழியாகப் பெருவட்டங்கள் வராததால்



படம் : 1-6-1

பெறப்படும் முக்கோணம்  $A', B', C'$  என்பது  $ABC$ ன் துருவ முக்கோண மொன்றாகும். மட்ட 1-6-1 வான்க. துருவ முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புகளும், மூலக் முக்கோணத்தின் ஆறு உறுப்புகளோடு, மட்டத்தில் காட்டியபடி தொடர்புடையவை.

அத்தொடர்புகளை இங்கு வான்க :

	மூலக் முக்கோணம் $\triangle ABC$ (1)	துருவமுக்கோணம் $\triangle A' B' C'$ (2)	துருவ முக்கோணம் $A' B' C'$ ன் துருவ முக்கோணம் (3)
மக்கம்	$a = BC$	$\pi - A = B' C'$	$\pi - (\pi - a) = a$
"	$b = CA$	$\pi - B = C' A'$	$\pi - (\pi - b) = b$
"	$c = AB$	$\pi - C = A' B'$	$\pi - (\pi - c) = c$
கோணம்	$A = \hat{BAC}$	$\pi - a = B' A' C'$	$\pi - (\pi - A) = A$
"	$B = \hat{ABC}$	$\pi - b = A' B' C'$	$\pi - (\pi - B) = B$
"	$C = \hat{BCA}$	$\pi - c = B' C' A'$	$\pi - (\pi - C) = C$

எனவே,

$\triangle ABC$ க்கு துருவ முக்கோணம்  $A' B' C'$  ஆனால்,  $\triangle A' B' C'$ க்கு துருவ முக்கோணம்  $ABC$ .

அதாவது,

$BC, CA, AB$ -இன் துருவங்கள் முறையே

$A', B', C'$  ஆனால்

$B' C', C' A', A' B'$ -இன் துருவங்கள்

முறையே  $A, B, C$ .

1-6-2. மூலக் முக்கோணத்திற்குரிய கோண கணிதத் தொடர்பு வாய்ப்பாடுகளை, அதன் துருவமுக்கோணத்திற்கு அமைத்தால், தாம் பெறலாம் :

$$(i) \frac{\sin(\pi - A)}{\sin(\pi - a)} = \frac{\sin(\pi - B)}{\sin(\pi - b)} = \frac{\sin(\pi - C)}{\sin(\pi - c)}$$



ஆதலது  $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$ .

இவை முதல் முக்கோணத்திற்றூரீய முதல் தொடரீய வாய் பரடாகும்.

$$(ii) \cos (\pi-A) = \cos (\pi-B) \cos (\pi-C) + \sin (\pi-B) \sin (\pi-C) \cos (\pi-a)$$

ஆதலது

$$-\cos A = \cos B \cos C - \sin B \sin C \cos a$$

மற்றும் இது போன்ற இரு சமன்பாடுகள்.

(iii)  $\pi-a$ ,  $\pi-C$ ,  $\pi-b$ ,  $\pi-A$  என நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகளை பெடுத்துக்கொள்வோம். வாய்பாட்டின்படி,

$$\cos (\pi-C) \cos (\pi-b) = \sin (\pi-C) \cot (\pi-A) - (\sin -b) \cot (\pi-a)$$

ஆதலது

$$\cos C \cos b = -\sin C \cot A + \sin b \cot a$$

இவ்வாறே மற்ற தொடரீயுகளும் பெறலாம்.

### 1-6-3. செங்கோண முக்கோணங்கள் (Right angled triangles)

ஒரு கோண முக்கோணத்தில் ஒரு கோணம் (பக்கமல்ல)  $90^\circ$  ஆக இருக்குமானால், அது ஒரு செங்கோண முக்கோண மென்பதும்.



படம் 1-6-3 இல்

$$\angle C = 90^\circ$$

செம்பக்கம் (hypotenuse) AB

இங்கு 1-6 (i) படி.

படம் 1-6-3

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$$

$$= \frac{\sin c}{\sin 90^\circ} = \sin c \quad (\because \angle C = 90^\circ)$$

$$\therefore \sin a = \sin A \sin c \quad \dots (1)$$

$$\sin b = \sin B \sin c \quad \dots (2)$$

1-6. (ii) மீ.,

$$\begin{aligned} \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \\ &= \cos a \cos b \quad (\because \angle C = 90^\circ) \quad \dots (3) \end{aligned}$$

1-6. (iii) மீ.,

$$\begin{aligned} \cos a \cos b &= \sin a \cot c - \sin b \cot C \\ &= \sin a \cot c \quad (\because \angle C = 90^\circ) \\ \therefore \cos b &= \tan a \cot c \quad \dots (4) \end{aligned}$$

இவ்வாறே,

$$\sin a = \tan b \cot B \quad \dots (5)$$

$$\sin b = \tan a \cot A \quad \dots (6)$$

$$\cos A = \tan b \cot c \quad \dots (7)$$

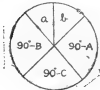
எனவும் பெறலாம்.

இவ்வாறே,  $\triangle ABC$ ன் துருவ கோணமாகிய  $\triangle A'B'C'$  எடுத்துக்கொண்டு,  $(\pi - C)$ க்குரிய பக்கம்  $90^\circ$  எனக்கொண்டு சில தொடர்புகளையும் ஆதிபலனம்.

$$\dots (8)$$

### 1-6-3-1. நேப்பியர் விதி (Napier's Rule)

செங்கோண மூக்கோணத்தைப்பொருத்தமட்டில், இத்தர்சான் மூடுகள் மாவற்றையும், பின் கூறப்படும் நேப்பியர் விதிப்படி, அவைகளில் ஊகிக்கலாம்.



ஒரு செங்கோண மூக்கோணத்தில் செம்பக்கம்  $c$ ; செங்கோணம் தாங்களும் பக்கங்கள்  $a$ ,  $b$  மற்றவை, மூன்றாவதுகூற கோணங்கள்.

படம் 1-6-3-1

ஒரு வட்டம் வளர்த்து அதை நான்கு சமக் கூறுகளாகப் பிரித்துக்கொண்ட 'மடம் 1-6-8' (பார்க்க). மேலேயிருக்கும் தரக் கூறுகளிடமும் இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரித்து, அவ்விருண்டு பிரிவுகளிலும் செங்கோணம் தாங்கும் பக்கங்கள்  $a, b$  ஐ எழுதுக.  $A$  கோணிருக்கும் தாக்கத்தில் ( $90^\circ -$ செய்க்கம்),  $90^\circ - c$  எழுதிக்கொண்ட.  $a$ -க்கு ஒன்று விட்ட இடத்தில்  $90^\circ - A$  உம்,  $b$ -க்கு ஒன்றுவிட்ட இடத்தில்  $90^\circ - B$  உம் எழுதுக.

ஏதாவொரு உறுப்பை, இங்கு தடு உறுப்பு (middle) என எடுத்துக்கொண்டால், அதற்கு இரு பக்கங்களிலும் இருக்கும் உறுப்புகள் 'அடுத்த' (adjacent) உறுப்புகள் எனவும், அகையகிலாத உறுப்புகள், 'எதிர்' (opposite) உறுப்புகள் எனவும் கூறப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு :

தடு உறுப்பு	'எதிர்' உறுப்புகள்	'அடுத்த' உறுப்புகள்
$a$	$90^\circ - A; 90^\circ - C$	$b; 90^\circ - B$
$90^\circ - B$	$b; 90^\circ - A$	$a; 90^\circ - C$
$90^\circ - C$	$a; b$	$90^\circ - B; 90^\circ - A$
$90^\circ - A$	$a; 90^\circ - B$	$b; 90^\circ - C$
$b$	$90^\circ - B; 90^\circ - C$	$a; 90^\circ - A$

தெப்பியர் விதி :

$$\begin{aligned} \sin (\text{தடுஉறுப்பு}) &= \text{'அடுத்த' உறுப்புகளின் 'tan' களின் பெருக்குத்தொகை} \\ &= \text{'எதிர்' உறுப்புகளின் 'cosine' களின் பெருக்குத்தொகை.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin (\text{Middle Part}) &= \text{Product of tangents of adjacent.} \\ &= \text{Product of cosines of opposites.} \end{aligned}$$

எடுத்துக்காட்டுகள் :

$$\begin{aligned} \text{(i) } \sin a &= \tan b \tan (90^\circ - B) = \tan b \cot B \quad 1-6-8 \dots (6) \\ &= \cos (90^\circ - A) \cos (90^\circ - c) = \sin A \sin C \\ &\quad 1-6-8 \dots (1) \end{aligned}$$

$$(ii) \sin (90-B) = \tan a \tan (90-c) = \tan a \cot c$$

$$\therefore \cos B = \tan a \cot c. \quad 1-8-8... (4)$$

$$\sin (90-B) = \cos b \cos (90-A)$$

$$\therefore \cos B = \cos b \sin A \quad 1-8-8... (5)$$

இவ்வாறே மற்ற செங்கோண முக்கோணத்திற்குரிய மற்ற தொடர்புகளையும் சரிபார்த்துக்கொள்ள.

1-8-8-2 ஒரு செங்கோணப் பக்கம் (side) உள்ள முக்கோணத்திற்கு, இவ்வாறே நேடுபெயர் விதி உண்டு.

$C$  செங்கோணப் பக்கம் ; அதாவது  $C$  இன் அளவு ஒரு வட்ட நாற்கூறு. வட்டம் வளைத்து விடவரும் படத்தில் காட்டியபடி, உறுப்புகளை எழுதிக்கொள்ள. [1-8-8-2 (2)]



படம் 1-8-8-2 (2)



1-8-8-2 (1)

விதி, முன்கூறியபடியே,

$$\sin a (\text{நடு}) = \text{'அடுத்து' உறுப்புகளின்}$$

$$\text{'tan' களின் பெருக்குத்தொகை}$$

$$= \text{'எதிர்' உறுப்புகளின்}$$

$$\text{'cosine' களின் பெருக்குத்தொகை.}$$

எடுத்துக்காட்டு :

$$\sin (C-90^\circ) = \tan (90-a) \cdot \tan (90-b)$$

$$= \cos A \cos B.$$

$$\text{அதாவது } -\cos C = \cot a \cot b$$

$$= \cos A \cos B.$$

1-64. மற்றோர் கோண கணித விதி :

$ABC$  என்ற ஒரு கோண முக்கோணத்தில்,

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A.$$

$\triangle ABC$  இல்,

$BA'$  ஐ நீட்டி.

$BA' = 90^\circ$  என்ற வகையில்

$A'$  ஐ இடம் குறித்து.

$A'$  ஐவும்  $C$  ஐவும் ஒரு பெரு

கூட்ட வில்லை இணைக்கவும்.

அப்போது,

$$\angle CAA' = 180 - A;$$

$$\text{பக்கம் } AA' = 90 - c.$$

$\triangle A'BC$  இல்,

$$\cos A'C = \cos A'B \cos BC + \sin A'B \sin BC \cos B$$

$$= 0 + \sin a \cos B \quad (\because A'B = 90^\circ). \quad \text{---(1)}$$

$\triangle A'AC$  இல்,

$$\cos A'C = \cos A'A \cos AC + \sin A'A \sin AC \cos (180 - A)$$

$$= \sin c \cos b + \cos c \sin b (-\cos A)$$

$$= \sin c \cos b - \cos c \sin b \cos A. \quad \text{---(2)}$$

(1) உம் (2) உம் சமனதாயின்,

$$\sin a \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

இவ்வாறே மற்றைத்து தொடர்புகள்.

$\sin a \cos C, \sin b \cos A, \sin b \cos C, \sin c \cos A, \sin c \cos B$  காணலாம்.

குறிப்பு :

மனப் பாடம் செத்து, உடனுக்குடன் பயன்படுத்த வேண்டிய வாய்பாடுகள் :

(A) 1-6 (i), (ii) (iii), எல்லா முக்கோணங்களுக்கும் பொருத்தமானது.

(B) 1-6-1 முக்கோண உறுப்புகளுக்கும், துருவ முக்கோண உறுப்புகளுக்கும் உள்ள தொடர்புகள்.

(C) 1-6-8-1; 1-6-8-2 செங்கோண முக்கோணம், செம்பக்க முக்கோணம் இவைகளுக்கு குறிவ தேர்ப்போர் விதி.

(D) 1-6-4 மூறை ஈட்டும் அறிந்துகொள்ள; முடிந்தால் வாய்பாடும் கூட.



பாடம் 1-6-4

## பயிற்சி 1

1.  $ABC$  என்ற கோள முக்கோணத்தில்  $\angle C = 90^\circ$ ;  $a = 80^\circ$ ;  $b = 60^\circ$ . மற்றைய உறுப்புகளைக் காண்க.

2. ஒன்று வட்ட நாற்குறுகளால் அமைந்த கோள முக்கோணத்தின் கோணங்கள் என்ன?

3.  $ZPS$  என்ற ஒரு கோள முக்கோணத்தில்  $ZP = 90 - \phi$ ;  $PS = 90 - \psi$ ;  $ZS = z$  என ஒன்று விடிகளின் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சமமுக்கோணத்தின் கோணங்களைக் கணக்கிடுக.

$\phi = 0$  ஆனால், அக் கோணங்கள் என்ன?

4.  $ABC$  என்ற கோள முக்கோணத்தில்  $\angle C = 90^\circ$ ;  $AB = c$ ,  $BC = a$  ஆனால், மற்ற உறுப்புகளைவறிக.

5.  $a, b, c, A, B, C$  என்ற கோள முக்கோண உறுப்புகள்,  $\Delta a, \Delta b, \dots$  என்ற சிறு மாறுதல்களைப் பெறுகின்றன. அப்போது பின்வரும் சமன்பாடுகளை நிறுவுக.

$$\Delta a = \cos C \cdot \Delta b + \cos B \cdot \Delta c + K \sin b \sin c \cdot \Delta A,$$

$$\Delta b = \cos A \cdot \Delta c + \cos C \cdot \Delta a + K \sin c \sin a \cdot \Delta B,$$

$$\Delta c = \cos B \cdot \Delta a + \cos A \cdot \Delta b + K \sin a \sin b \cdot \Delta C,$$

$$\Delta A = -\cos c \cdot \Delta B - \cos b \cdot \Delta C + \frac{1}{K} \sin B \sin C \cdot \Delta a,$$

$$\Delta B = -\cos a \cdot \Delta C - \cos c \cdot \Delta A + \frac{1}{K} \sin C \sin A \cdot \Delta b,$$

$$\Delta C = -\cos b \cdot \Delta A - \cos a \cdot \Delta B + \frac{1}{K} \sin B \sin A \cdot \Delta c.$$

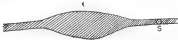
$$\text{என நிறுவுக. } \left( K = \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c} \right)$$

## 2. மண்ணுலகம்

(The Earth)

2.0 பால் மண்டலம் அல்லது ஆகாய கங்கை (The Milky Way)

சத்திரன் இவ்வாத ஒரு கனங்கமற்ற நன்னிரவிலே, ஓரியன் விண்மீன் கூட்டம் (The Constellation of Orion) ஏதக்குறைய உச்சியிலிருக்கும்போது வானத்தைப் பார்த்தால், வடமேற்கிலிருந்து ஓரியன் கூட்டம்வரை பரந்து கிடக்கும் ஓர் ஒளி வெளிநய. (Expanse of Light) நாம் காணலாம். இந்த ஒளி வெளியிலே, மிகப்பல உரிமையான ஒளி வீசும் விண்மீன்களும் சற்று மல்கலாக ஒளி வீசும் விண்மீன்களும் தோன்றும். இவ் வானவெளிக் குப் பால் மண்டலம் அல்லது ஆகாய கங்கை எனப் பெயர். படம் 2-1 இல் இப் பால் மண்டல அமைப்பு காட்டப்பட்டுக்கிறது.



பால் மண்டலம்

சுதிரவன்  
சுதிரவன் கிரகமும்

படம் 2-1

2.1. இப் பால் மண்டலம் ஓர் அண்டம் (Galaxy) எனப்படும்.

இவ் வண்டத்தைப் போல பல கோடிக்கணக்கான அண்டங்களும், ஒவ்வொரு அண்டத்திலும் பல கோடிக்கணக்கான விண்மீன்களும் உள்ளன. இவ்வண்டங்கள் யாவும் சேர்த்தது பேரண்டம் (The Universe) எனப்படும்.

பால் மண்டலத்தில் வந்து கோடியில் S என்ற இடத்தில் (படம் 2-1) சுதிரவன் ஒரு சாதாரண விண்மீன். சுதிரவனைச்

கந்தி ஒன்பது கோக்கள் குதிப்பிட்ட ஊற வட்டங்களில் கந்தி வருகின்றன. அக் கோக்களில் ஒன்று, இம் மண்ணுலகம். மற்ற கோக்கள், புதன், வெள்ளி, செவ்வாய், வியாழன், சனி, உரோனஸ் (Uranus), நெப்டியூன் (Neptune), புளூட்டோ (Pluto) எனப் பெயர் பெற்றவை; கதிரவன் குடும்பம் எனப்படும். இக் கோள் களைப் பற்றிப் பின்னர் விவரமாகப் பார்ப்போம்.

2-2. இப்போது, சிறப்பாக, நாம் வாலும் மண்ணுலகத்தைப் பார்ப்போம்.

இம் மண்ணுலகம் கோள் வடிவமானது என இப்போது என்னரும் அறியச். பார்ப்பதற்குத் தட்டையாகத் தோற்றம் இம் மண்ணுலகம் கோள் வடிவமெனக் கூற என்ன சான்றுகள் உண்டென? சான்றுகள் பல.

(1) இவ்வுலகத்தை நாம் கந்தி வரலாம்; அதாவது ஒரு இடத்திலிருந்து வரப்பட்டு, ஒரே திசையில் போய்க்கொண்டிருந் தாக், திரும்பவும் நாம் வரப்பட்ட இடத்திற்கே வந்து சேர இயலும். இம் மண்ணுலகம் கோள் வடிவத்தில் இருப்பதால் நான் இது முடிவிறது. (நான் தன் தனியாகவோ, அல்லது சில நண்பர்க ளுடனோ உலகஞ் சுற்றுவது, தொன்றுதொட்டு மனிதனின் ஆளுசா நெஞ்சத்திற்கு ஒரு சான்று; அது ஒரு பொழுதுபோக்கும் உட.).

(2) ஒரு துறைமுகத்தை விட்டுச் செல்லும் கப்பலைப் பார்த்துக் கொண்டே இருத்தால், முதலில் கப்பலின் அடித்தளம் மறைவும்; பின்னர் மேல் தளம், புகை போக்கி (பாஸ்பரிக் கப்பலாழிள் பரங் பரங்கன்) படிப்படியாக மறைவும். துறைமுகத்தை நோக்கி வரும் கப்பலைப் பார்த்தால், முதலில் கப்பலின் புகைபோக்கியும், படிப் படியாக மேல்தளமும் தெரியும். <sup>1</sup> கப்பல் எத்தத் திசையில் சென்றா ளும், எத்தத் திசையிலிருந்து வந்தாலும் இக்களட்சியாறுதல்களைக் காணலாம். இதனால் மண்ணுலகம் கோள் வடிவமென முடிவு கட்ட வேண்டியிருக்கிறது.

(3) நம் முன்னோர்கள், பல்வேறு இடங்களில் விண்மீன்கள் எங்கொரு இடம் மாறிக் காட்சியளிக்கின்றனவென ஊன்றிக் கவனித்து, மண்ணுலகம் கோள் வடிவமென்ற முடிவுக்கு வந்தனர்.

<sup>1</sup> இம் மண்ணுலகம் தட்டையாக இருந்தால், தூரத்திற் செவ்வெண்ணெய் கப்பல் சித்திரமெனவே போகுமென்பதில், மறைத்துவிடாது. அதனில் வரும் கப்பல், முதலில் சித்திரம், பின்னர் கொஞ்சம் கொஞ்சமாகப் பெரிவதர்த்த தெரியவே போதும் பற்றிப்பற்றியாக வித்த காட்சியளிக்காது.



சிறப்பாக, ஒருவர் உலக நடு வளையிலுள்ள ஓர் இடத்தி லிருந்து, வடக்கு நோக்கிச் செல்லச் செல்ல துருவ நட்சத்திரம் வானத்தில் உயர்ந்து காட்சியளிக்கிறது அவன் வட துருவத் திற்கே போனால் அது அவன் தலைக்கு நேர் உச்சியில் நோன்றும். இம் மண்ணுலகம் தட்டையாகவிருந்தால் அத் துருவ நட்சத்திரம் எங்கிருந்து பார்த்தாலும் ஒரே உயரத்தில்தான் தெரியவேண்டும். இதுவும் மண்ணுலக கோள வடிவத்திற்குச் சான்றாகிறது.

(4) ஐம்பதுக்கு மேற்பட்ட மைல்கள் உயரத்தில் இராக் கெட்டுகளிலிருந்து (Rockets) எடுக்கப்பட்ட புதைப்படங்கள் மண்ணுலக மேற் பரப்பு கோள வடிவப் பரப்பாக விருப்பதை நீல தாட்டுகின்றன.

(5) சத்திரக் கிரகண சமயங்களில் சத்திரனின் மறைவுக்குக் காரணம் மண்ணுலகின் நிழல் சத்திரன்மேல் படுவதாகும். அந்த நேரங்களிலெல்லாம் இத் நிழல் வட்டவடிவமாக விருக்கிறது. ஒரு கோள வடிவமான பொருளுக்குமட்டுமே வட்ட வடிவமான நிழல் உண்டு. ஒரு பத்தின் நிழலை வெண் கவளிக் காண்க.

(6) வான வெளியில் சென்ற செயற்கைக் கோள்கள் எடுத்த வுரைப் படங்கள் எல்லாம் இம் மண்ணுலகம் கோள வடிவ மாமிருக்கிற தென்பதை, ஐவத்திரிபத, நமக்குக் காட்டுகின்றன.

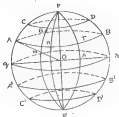
2.2.1. இம் மண்ணுலகம் ஒரு கோள வடிவம் என்ற அடிப் படையில், மண்ணுலகத்தைப்பற்றிய மற்றும் சில விவரங்களைப் பார்ப்போம் :

(1) மண்ணுலக கோளத்தின் ஆரம் அல்லது அதர விட்டம் ஏறத்தாழ 8080 மைல் அல்லது 6688 கிலோ மீட்டர்.

மண்ணுலக மேற்பரப்பின்மேல் ஓர்டத்திற்கும் மத்திரேட்டத் திற்கும் இடைப்பட்ட பெரு வட்ட தூரம், மேற்கூறிய அதர விட்ட அளவு கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது. ஒரு பெருவட்டத்தின் 1' (ஒருநிலை - Minute) அளவுள்ள வில்லின் நீளம் ஒரு கடல் மைல் அல்லது நாவிக் மைல் (Nautical Mile) எனப்படும். அதன் அளவு 6080 அடி.

(2) உலகம் தனது ஒரு விட்டத்தை அச்சாகக் கொண்டு நாளொழுந்தை சுழன்று வருகிறது. (பின்னர் இதற்குரிய சான்றுகளை கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன). அவ் விட்டத்திற்கு துருவ அச்ச எனப் பெயர் (Polar axis of rotation).

(3) ஆய்வச்சின் முனைகள்,  $p$ ,  $p'$  துருவம்  $p$ , தென் துருவம்  $p'$  எனவும் குறிக்கப்படும். படம் 2-2-1 காண்க.



படம் 2-2-1

(4) மண்ணுடை மையம் வழியாக ஆய்வச்சுக்குச் சென்றுத் தான தளம் வெட்டிக் கிடைக்கும் பெரு வட்ட வரம்புக்கோடு மண்ணுடைத்தின் 'நில நடுக்கோடு' அல்லது 'உடை நடுவரை' (Terrestrial Equator) எனப்படும். (இத்தளம் 'நடுவரை' அல்லது 'உடை நடுவரை' என்ற சொல்லையே பயன்படுத்துவோம்).

(5) ஆய் பெருவட்ட தளத்திற்கு ஒருபோலான தளங்களால் வெட்டப்படும் சிறுவட்ட வரம்புக் கோடுகள் அட்ச ரேகைகள் (Parallels of Latitude) எனப்படும். படம் 2-2-1 இல்  $AB$ ,  $CD$ ,  $A'B'$ ,  $C'D'$ .

(6) இரு துருவங்கள் ( $p, p'$ ) வழியாகச் செல்லும் பெருவட்ட வரம்புக் கோடு தீர்க்க ரேகைகள் (Meridians of Longitude) எனப்படும். படம் 2-2-1 இல்  $ppp'$ ,  $pnp'$ ,  $psp'$ .

7. மண்ணுடையில் ஓர் இடத்தின் அகலங்கு (Latitude) என்பது, உடை நடுவரையிலிருந்து, குறிப்பிட்ட அகலிடம் வழியாகச் செல்லும் அட்சரேகையின் கோண தூரமாகும்.  $A, T, B$  என்ற மூன்று இடங்களும் ஒரே அகலத்தில் உள்ளன; அந்த அகலங்கு-வில்  $\angle QOA = \angle QOA'$ . (படம் 2-2-1).

நடுவரைக்கு வடக்கேயுள்ள இடங்கள் வடக்கு அகலங்கு, உடைமைய (North Latitude) எனவும், (அல்லது வடக்கு அகலங்கில் உள்ளவை) நடுவரைக்குத் தெற்கேயுள்ள இடங்கள்

தெற்கு அகலங்கு உடையவை (South Latitude) எனவும் கூறப்படும்.

நடுவரைநிலை இடங்கள் வாயும்  $0^\circ$  அகலங்களில் உள்ளன ( $0^\circ$ ):

p இல் அகலங்கு  $90^\circ$  வடக்கு ( $90^\circ N$ );

p'இல் அகலங்கு  $90^\circ$  தெற்கு ( $90^\circ S$ )

(8) நெட்டாங்கு (Longitude) அளக்கும் முறை

இக்கிரேக்கத்தில் உள்ள கிரீனிச் (Greenwich) நகரம் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகையை ஆதாரமாகக் கொண்டு, மற்ற இடங்களின் நெட்டாங்குகள் அளவிடப்படுகின்றன. கிரீனிச்சின் நெட்டாங்கு  $0^\circ$ ; கிரீனிச் நகரம்  $0^\circ$  தீர்க்கரேகையில் உள்ளது. படம் 2-2-1 இல் G என்பது கிரீனிச் நகரத்தைக் குறிக்கிறது. pமேற் என்பது  $0^\circ$  தீர்க்கரேகை.

ஒர் இடத்தின் நெட்டாங்கு என்பது, கிரீனிச் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகைக்கும் குறிப்பிட்ட இடத்தின் வழியாகச் செல்லும் தீர்க்க ரேகைக்கும் இடைப்பட்ட கோணமாகும். கிரீனிச்சுக்கு கிழக்கேயுள்ள இடங்கள்  $0^\circ$  முதல்  $180^\circ$  கிழக்கு ( $0^\circ$  to  $180^\circ$  East) நெட்டாங்கு பெற்றவை. மேலும், கிரீனிச் க்கு மேற்கேயுள்ள இடங்கள்  $0^\circ$  முதல்  $180^\circ$  மேற்கே ( $0^\circ$  to  $180^\circ$  West) நெட்டாங்கு பெற்றவை. மேலும் கூறப்படும். உலகம் முழுவதும்  $0^\circ$  முதல்  $180^\circ$  கிழக்கு வரையும்  $0^\circ$  முதல்  $180^\circ$  மேற்கு வரையும் நெட்டாங்குகளில் வந்துள்ளது. <sup>1</sup>

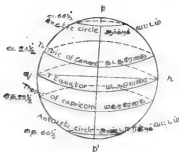
குறிப்பு: அமெரிக்க ஐக்கிய நாடுகளின் தலைநகரான வாஷிங்டன் (U.S.A : Washington) வழியாகச் செல்லும் தீர்க்கரேகையை வும்  $0^\circ$  தீர்க்க ரேகையெனக் கொள்வதும் வழக்கில் வந்துள்ளது.

(9) மண்ணுவகின் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தை, அதன் அகலங்கு, நெட்டாங்கு கொண்டு இடம் குறிக்கலாமென நினைக்க ஆதினிகள்.

2-2-2 மண்ணுவக மண்டலங்கள் — அட்சரேகை அடிப்படையில் (Zones of the Earth — Latitude basis)

மண்ணுவகத்தை ஒரு சரியான கோணவெகைக் கொண்டு அதன் நடுவரையை நிலைக்கச் செய்த பின்பு, அட்சரேகைப்படி கிலுவும் மண்டலங்கள் வழக்கிலுள்ளன. படம், 2-2-2 காண்க.

<sup>1</sup>  $180^\circ$  கிழக்கு தீர்க்க ரேகையும்,  $180^\circ$  மேற்கு தீர்க்க ரேகையும் ஒரே தீர்க்க ரேகையாகக் குறிக்குமென்பது வேண்டியது.



படம் 2.8.2.

அகவாங்கிலை	மண்டலம்
0° முதல் 23 1/2° வடக்கு வரை	வடக்கு வெப்ப மண்டலம் (North Torrid Zone)
வ. 23 1/2° முதல் வ. 66 1/2° வரை	வடக்கு மீத வெப்ப மண்டலம் (North Temperate Zone)
வ. 66 1/2° முதல் வ. 90° வரை	வடக்குக் குளிர் மண்டலம் (North Frigid Zone)
0° முதல் தெற்கு 23 1/2° வரை	தெற்கு வெப்ப மண்டலம் (South Torrid Zone)
தெ. 23 1/2° முதல் தெ. 66 1/2° வரை	தெற்கு மீத வெப்ப மண்டலம் (South Temperate Zone)
தெ. 66 1/2° முதல் தெ. 90° வரை	தெற்குக் குளிர் மண்டலம் (South Frigid Zone)

வ. 23 1/2° அட்சரேகை—கடக திரிபுத்திரம்  
(Tropic of Cancer),

வ. 66 1/2° அட்சரேகை—அர்க்டிக் வட்ட வெண்குறி  
(Arctic Circle),

அகவாங்கிலை,

தெ. 23 1/2° அட்சரேகை—கடக திரிபுத்திரம் வெண்குறி  
(Tropic of Capricorn),

தெ. 66 1/2° அட்சரேகை—அன்டர்டிக் வட்ட வெண்குறி  
(Antarctic Circle).

பெயர் பெறும். இந்த ரேகைகள், ஒரு தட்ப பெயர்ப் பண்டத்தை, மற்றொன்றினின்றும் பிரிக்கும் எவ்வித ரேகைகள், இவை யாவும், சுழற்சியை விட்ட வரையினே.

### 2.3. மண்ணுலகம் - தினசரிச் சுழற்சியும் ஆண்டு இயக்கமும். (The Earth - Diurnal Rotation and Annual Motion):

மண்ணுலகம், தருவ வழியாகத் தனது விட்டம் PP' ஐ, அச்சாகக் கொண்டு,<sup>1</sup> தினசரி ஒரு முழச்சுற்று தன்னைத்தானே சுற்றிக் கொள்கிறது. இதற்கு மண்ணுலகின் தினசரிச் சுழற்சி பெயர் பெயர். இதன் விளைவாக இரவும் பகலும் மாறி மாறி வருகின்றன; மேலும் விண்மீன்கள் தோன்றி மறைபும் காட்சி, கடும் இத்தினசரிச் சுழற்சியின் விளைவாகும்.

இது மட்டுமன்றி, ஆண்டுகொருமுறை மண்ணுலகம், சுதிரவனைச் சுற்றியுக்கிறது. இவ் வண்டியக்கத்தின் (annual motion) விளைவாகப் பருவக்கால ஏற்படுகின்றன இளவேனிற் காலம் (Spring), முதுவேனிற் காலம் (Summer), இலைபுதிற் காலம் (Autumn), மலரிக் காலம் (Winter). ஒவ்வொரு பருவமும் ஏறக் குறைவ மூன்று மாதக்கால நீடிக்கின்றன; ஆனால் ஒரு பருவத் திக்கும் மற்றொரு பருவத்திற்கும், சிறுசிறு கால வேறுபாடுகள் உண்டு. இது பின்னர் விளக்கப்படும்.

உலகம் தன்னைத் தானே சுழன்று வருகிறது எனக் கூற என்ன சான்றுகள் உன்ன? அச் சான்றுகள் சில, பின்னர் எடுத்துரைக்கப் படுகின்றன. அது மட்டுமன்றி, சில சோதனைகள் செய்தும், மண்ணுலகின் தினசரிச் சுழற்சி நிலுவப்பெட்டிருக்கிறது. அவையையும், பின்னர் விளக்கப் பட்டிருக்கின்றன.

### மண்ணுலகம் சுழற்சிக் குரியசான்றுகள்

#### (1) மண்ணுலகம் சுழற்சி கம்பக் கூடியதாயிருக்கிறது:

மண்ணுலகம் ஒரு தாளில் தன் விட்டம் ஒன்றை அச்சாகக் கொண்டு, ஒரு முழச்சுற்று சுழல்கிறது என்ற கதைத்தையேற்றுக் கொண்டால், மண்ணுலக நடுவனையின் மேலுள்ள ஓர் இடம் (அல்லது ஒரு புள்ளி) அந்த 24 மணி நேரத்தில் ஏறக்குறைய  $2\pi \times 3960$  மைல்கள், அதாவது ஒரு வினாடிக்கு 0.29 மைல் அல்லது 0.46 கி.மீ. வேகத்தில், ஓடுகின்றது. அப்புள்ளி 9 அகலாக்கில் இருந்தால், அதன் வேகம் வினாடிக்கு 0.29 cos  $\phi$  மைல் (1.41 காண்ட).

<sup>1</sup> அச்ச என்ற உதரப்பட்டது ஒரு சுழற்சியை, அல்லாது சுதிரவனைச் சுற்றியுக்கிறது ஓர் உண்மையான அச்ச ஏழாக்கில்.

யானது, மண்ணுலகம் நிலைத்து நின்று, விண்மீன்கள் வான வெளியில் சுழல்கின்றன என்ற வாதத்தை யேற்றுக் கொண்டால், வெகு தூரத்திலுள்ள மிகப் பெரிய விண் மீன்கள், விஞ்ஞான இலட்சக் கணக்கான மைல்கள் வேகத்தில் ஓடுகின்றன என்ற முடிவை ஏற்கவேண்டும். மேலும், இம் முடிவை ஏற்றுக்கொண்டு, நிலைத்த மண்ணுலகைச் சுற்றி இத்தனை விண் மீன்களும் இவ்வளவு வேகத்தில் சீராகச் சுழன்றுகொண்டிருத்தால், இச் சிறு உலகம், தான் நிலைத்திருக்க, நமது சுப்பணிக் கு அப்பாற்பட்ட ஆந்தல் நிறைந்த ஈட்டிச் சக்தியைப் பெற்றிருக்கவேண்டும். இது இருக்க முடியாதெனவே நினைக்கவேண்டியிருக்கிறது. எனவே, இரண்டாவது வாதம் பொருத்த வாதம் என்ற ஆதர்ப்படைதல், விண் மீன்கள் நிலைத்திருக்கின்றன வெனவும், மண்ணுலகம் தானுக்கொருமுறை தன் விட்டமொன்றை அச்சாகக் கொண்டு சுழல்கிறது என்ற கொள்கையே பொருத்தமெனவும் தெரிகிறது; நம்பக்கூடிய வகையிலும் அமைத்திருக்கிறது.

(2) விண்மீன்கள் சுழல்கின்றன என்ற கொள்கையால் ஏற்படும் சில சிக்கல்கள்:

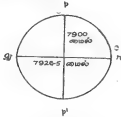
இக் கொள்கையை ஏற்றால், வெய்வேறு தூரங்களில் அமைந்திருக்கும் விண் மீன்கள், ஒரு பெரிய ஆகாயக் கூடையில் (அல்லது room - ஸிமான்ரத்தில்) ஆகாயாவண்ணம் நிலைநிறுத்தப்பட்டு, அங்குள்ள கூடா, ஏதோ ஒரு அச்ச மையங்கொண்டு, சீரான வேகத்தில் அகண்டாசாதத்தில் சுழல்கின்றது என்ற முடிவுக்குத் தான் வரவேண்டும். இந்த விண்மண்டல அமைப்பு ஒரு பொருத்தாக் கூட்டுக் உருவதால் தான், மண்ணுலக தினசரிச் சுழற்சியை நாம் ஏற்றுக்கொள்ள வேண்டியிருக்கிறது.

மேலும், அங்கிலம் ஆகாயாவண்ணம் விண் மீன்கள் யாவும் ஓர் ஆகாயக் கூடையில் நிலைநிறுத்தக்கூடியவை வெளிப்பதை வலியுறுத்த, ஒன்றையொன்றுசுற்றிக்கொண்டிருக்கும் இரட்டை மீன்கள் நமது அண்டத்திலிருப்பது போதிய சான்றுதும்.

எனவே, மண்ணுலகச் சுழற்சியே நாம் புரிந்துகொள்ளும் வகையில் விண் பொருள்கள் சுழன்றுவதும் தோற்றக் காட்சிகளை விளக்குகிறது.

(3) கோள்களோடு ஒப்பீடு: சுதிரவனும், சுதிரவனைச் சார்ந்த கோள்களும், சந்திரனும் தங்கள் தங்கள் மைய அச்சக்கள் கொண்டு சுழல்கின்றன எனத் தனிப்பட்ட ஆராய்ச்சிகள் நமக்குத் தெரிவிக்கின்றன. அதேபோல, நம் மண்ணுலகமும், தன் அச்ச மையங்கொண்டு சுழல்கிறது என்ற ஒத்த முடிவுக்கு நாம் வரலாம்.

(4) மண்ணுலக உருவச் சான்று: மண்ணுலகம் ஒரு சரியான கோளமாயிരിക്കும்; ஒரு நீள்வட்டக் கோளமாயிருக்கிற தெனத்தென்கிற்றை (Oblate Spheroid). இவ்வுருவத்தின் குறுவ ளிட்டம் 7900 மைல்; நடுவரை விட்டம் 7928-5 மைல். இவ்வுருவம், நடுவரைப் பக்கம் சற்று அகன்றும் குறுவழுவரைக்க அருகில் சற்று தட்டையாகவும் உள்ளது. கிச்செர்பழம் போன்ற உருவம், படம் 8-8 காண்க.



படம் 8-8

இந்த விட்ட வேறுபாடுகள் கொண்ட உருவ ஆமைப்பு மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே ஒரு மைய அச்ச கொண்டு சுற்றிக் கொண்டிருக்கிற மத்தியேச் சான்றுதம்.

‘அலைக்’ கொண்டைப்பு, மண்ணுலகம் உருவானது சிவ்வருமாறு:

பக்கோடி யாண்டுக்கு ஒருபு, சுதிரவனிடமிருந்து சிதறி வந்த ஒரு தீப்பிறழ்வுக் கட்டியே மண்ணுலகமாக உருவாயிற்று. அப்படி, முதலில் ஒரு தெகிழ்பொருளாய்ச் சிதறி வந்த தீப்பிறழ்வுக் கட்டி, கெட்டிப் பொருளாகும் வகையில் தன்னைத்தானே சுற்றிக் கொண்டிருந்தது.

பொதிக இயல்பு, கோள வடிவத்திலுள்ள ஒரு தெகிழ் பொருள் தனது விட்ட மொன்றை அச்சாகக் கொண்டு, சுழன்று, கெட்டியாகிக் கொண்டே பொருளானது, அப்பொருள் அச்ச ஸ்ரீகன்களுக்கருகில் தட்டையாவது இயல்பு.

அதே வகையில், மண்ணுலகம், தான் சுற்றும் அச்ச ஸ்ரீகப் பகுதிகளில் தட்டையாகி, நடுவரைப் பகுதியில் நீள்வட்ட வடிவமடைந்தது என்று முடிவுகட்ட இடமிருக்கிறது.

## 2.4: சோதனைகளிலும் மண்ணுலகச் சுழற்சி நிறுவப்படல் (Experimental proofs for the earth's rotation)

இதுவரை நாம் மண்ணுலகச் சுழல்வதுதான் நம்பக் கூடியதாக விருக்கித்தொனவும், எல்லாப்புறச் சான்றுகளும் அந்த நம்பிக்கையை உறுதிப்படுத்தும் வகையில் அமைந்திருக்கின்றன எனவும் கண்டோம்.

நேர்முகமாக, சோதனைகள் செய்யப்பட்டு, இச்சுழற்சி ஒருவாறு நிறுவப்பட்டிருக்கிறது.

### சோதனை (1): எறிபொருள் விசைக்கங்கள் (The deviations of projectiles):

மண்ணுலகம் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கிச் சுழல்கிறது எனக்கொள்வோம். மண்ணுலகம் பரப்பிலுள்ள எல்லாம் சீரான தொகு கோண வேகத்தோடு சுழல்கின்றன. ஆனாலும், நடுவரை மேலுள்ள பொருள் வீழ்பெரு நீர் வேகத்துடனும் (Linear Velocity) (கிணுடிக்கு 0.29 கைல்), மத்தைய அட்ச ரேகையின் மேலுள்ள பொருள் சற்றுக் குறைவான நீர் வேகத்துடனும் செல்லும். ( $\rho$  என்ற அலைவீசித்தூரிய நீர் வேகம் கிணுடிக்கு 0.29 Cos  $\rho$  கைல்); [1-4:1; 2-8 (1) காண்க].<sup>1</sup>

நடுவரைக்கு வடக்கேயோ, தெற்கேயோ, உள்ள ஒரு குறியீட்க்கை (Target) நோக்கி, நடுவரையிலிருந்து, ஒரு பொருளை எய்தால், அந்த எறிபொருள் குறியீட்க்கைத்தைத் தாண்டி, குறியீட்க்கைக்குக் கிழக்கே ஒரு புள்ளியில் விழும். எறிவப்பட்ட பொருள் வீழ்ந்த வேகத்தில் செல்லும் பகுதியிலிருந்து குறைந்த வேகத்தில் செல்லும் பகுதிக்குச் சென்ற பால்வழி இதற்குக் காரணமாகும்.

யானை நடுவரைக்கு வடக்கிலிருந்தோ, தெற்கிலிருந்தோ, ஓர் எறிபொருளை நடுவரை மேலேயேயுள்ள ஒரு குறியீட்க்கை நோக்கி எய்தால், அப்பொருள் குறியீட்க்கைச் சேராமல், அதற்கு நேர்கேயுள்ள ஒரு புள்ளியில் விழும் : காரணம் ஓர் கூடுதலதற்கு நேர் மாறுண்டாகும்.

<sup>1</sup> இது வட்டக்களின் ஆரங்கள்  $r, R, r < R$  எனக் கொள்வோம். இவ்விரு வட்டங்களின் மேல் ஓசைப் பொருள்  $\omega$  என்ற சீரான கோண வேகத்தோடு செல்கின்றன வெனக் கொள்வோம். கிரே வட்டங்களின் செவ்வூழ் பொருளின் நீர் வேகம் (Linear Velocity)  $r\omega$ ; பெரிய வட்டவரைவின் செவ்வூழ் பொருளின் நீர் வேகம்  $R\omega, r < R$  எனக் கொள்ளப்பட்டதால்  $r\omega < R\omega$  ஆகும். எனவே இது பொருள்களும் சமமான கோண வேகம்  $\omega$  ஆக இருப்பினும், அதற்கு நீர் வேகங்கள் இவ்விரு வட்டங்களின் ஆரங்கள் வித்தேற்றம் உள்ளவையெனக் கொள்வோம்.



படங்கள் 2-4 (1) ம் 2-4 (2) ம், இவற்றை விளக்கும்.

மேலும், மண்ணுலக நடுவரைவை நோக்கி வீசும் வடகிழக்குத் -தென் கிழக்குத் தடக் காற்றுகள் (North-East and South-East Trade Winds) இதற்குச் சான்றாகும். இத்தடக்காற்றுகளின் விளக்கம் மண்ணுலகச் சுழற்சியை வெளிப்படுத்திற்று.



படம் 2-4 (1)



படம் 2-4 (2)

**சோதனை 2: வீழ்பொருள் கீழ் விளக்கம்—கிபூட்டன் சோதனை**  
(The Easterly deviation of a falling body—Newton's Experiment)

மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓரிடத்தில்  $h$  உயரமுள்ள ஒரு கோபுரம் இருப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். அக்கோபுரத்தின் அடித்தளமும், உச்சித்தளமும் ஏதக்குறைய ஒரே பரப்புகூடைய தெனவும் கொள்வோம்.

மண்ணுலக அரை விட்டம்  $a$ ; கோண வேகம்  $\omega$ . அப்போது  $h$  உயரமான கோபுர உச்சியில் உள்ள ஒரு பொருள்  $(a+h)\omega$  என்ற கிழக்கு நோக்கிய தீர் வேகத்தில் உலகத்தோடு செல்லும். அதைக் கீழே விழும்படி விட்டுவிட்டால் அதன் கிடைவேகமான  $(a+h)\omega$  மாறுதல். எனவே, கோபுரத்தின் பாதத்திலேயே விழாமல் அதற்கு அருகே சற்றுக் கிழக்குத் திசையில் விவகியுள்ள ஒரு இடத்தில் விழும் [ஏனெனில் கோபுரத்தின் பாதம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் வேகம்  $a\omega < (a+h)\omega$ ].

இது நடுவரை மேலுள்ள ஓரிடத்தில் செய்ப்பொருள் சோதனையின் பாலாகும்.

அகிலாது, ஒரு குதிப்பிட்ட அகலாகியுள்ள  $(\phi)$  இடத்தில் இதேவிதமான சோதனை நடத்தினால், விழ்பொருள் கோபுர பாதத்திற்குச் சற்று தள்ளி, கிழக்கு விளக்கம் பெற்ற ஓரிடத்தில் விழும்.

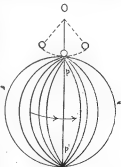
அப்படி, விலும் பொருள், காற்று வழியாக விலும்போது, காற்றின் எதிர்ப்பும் இருப்பதால், இக்கிழக்கு விலக்கம் மிகச் சிறியதாகிவிடும்.

1831ம் ஆண்டு இச் சோதனை 500 அடி உயரத்தில் நடத்தப் பட்டபோது, கிழக்கு விலக்கம் ஒரு அங்குலம் தான் இருந்ததெனக் கூறப்படுகிறது.

வேறு உயரத்திலிருந்து ஒரு பொருள் விலும்போது, ஏற்படும் இக்கிழக்கு விலக்கம், மண்ணுலகத்தின் மேற்கு  $\rightarrow$  கிழக்குச் சுழற்சிக்கு ஓர் சான்றாகும். இக்கிழக்கு விலக்கம் மண்ணுலக சுழற்சியால்தான் விரைகின்றது என்பதுதவிர, இவ் விலக்கத்திற்கு வேறொரு காரணமும் காட்டமுடியாது.

சோதனை 3 (1): ஃ பேரகஸ்ட் (Foucault) என்பவரின் ஊசலிச் சோதனை—சோதனையின் அடிப்படத் தத்துவம் (Foucault's Pendulum Experiment—the principle of the experiment):

இம் மண்ணுலகம் மேற்கிலிருந்து கிழக்காக வ என்ற கோண வேகத்தில், தன்னாக சுழலக் கொண்டு சுழல்கின்றதெனவைத்துக் கொள்வோம். மண்ணுலக வட துருவத்தில் ஓர் ஊசலியைத் தொங்க விட்டு அதை ஊசலாடச் செய்வோம். அது ஊசலாடும் திசைக்குத்துத் தளத்தில் (Vertical plane) வேறெந்த விரைவும் அதன் இயக்கத்தை மாற்றுவ தற்கில்லை; ஆகவே ஊசலாடும் தளம் மாறுதலுக்கும், அதனடியிலுள்ள மண்ணுலகம், வட-தென் துருவ ஆர்சை சுழலக் கொண்டு (p p') மேற்கு-கிழக்காகச் சுழல்கிறது. ஆகவே ஓய் பொரு தீர்க்க கோகையைத் தாங்கும் தளமும் சுழன்று, ஊசலி, ஊசலாடும் தளத்தோடு இயைத்து, மீண்டும் அதன்று போகும். படம். 2'4 (3).

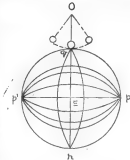


படம் 2'4 (3)

ஊசலிக்குண்டில் ஓர் ஊசலி பொருத்தப்பட்டு, அப்படியே ழுனை துருவத்தின் மேல் (p) வைக்கப்பட்ட ஒரு மணல் தூவிய தட்டில் வெல்லிய

கோடுகள் வரையுமாயின், அக்கோடுகள் வரவும், ஒன்றன்பின் ஒன்றாக வரையுமாயாகச் சமன்ந், ஒரு தளப் பொருத்தில் முதல் வரைத்த கோட்டுக்கே வந்து இணைத்துவிடும்.

சோதனை 3 (ii): இதே ஊசலில் சோதனையை உலக நடு வரை (gr) மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் செய்து, மணல் தட்டில் கோடுகளை வரையச் செல் தாக, ஒரே ஒரு கோடு தான் கிடைக்கும். ஏனெனில், ஊசல்களுண்டு, மணல் தட்டு, காட்சியா ளன் எல்லாம் அப்படியே உலக நடு வரையீது நகர்த்து செல்லுகின்றனர். படம் 2-4 (4) பார்க்க, ஊசலாடும்மனம்மாறுவதே யில்லை; ஊசல் முதலில் கிழித்த கோட்டின் மேலேயே திரும்பத் திரும்ப நகர்த்து அதே கோட்டைத்தான் வரையும். எனவே மண்ணுவகம் தன்னைத்தானே சுற்று கிறதென்றும், நடுவரைத் தளத்திற்கு நேர் செங்குத் தாக அச்சுதற்க இறுக்கிறதெனவும் ஊகிக்க இடமிருக்கிறது.



படம் 2-4 (4)

ஈ. பேரவகம்: செய்த சோதனையின் அடிப்படைத் தத்துவம் முன்னிரண்டு பத்திகளில் விளக்கப்பட்டது. ஆனால் அவர் அச்சோதனை செய்த இடம், பாரிஸ் நகரத்தில் உள்ள பான் திபன் (Pantheon) கட்டடமாரும், பாரிஸின் வடக்கு அகலாக்கு 48° 50'. அக் கட்டடத்தின் விமானத்தினின்று (Dome) 200 அடி தீளமுள்ள ஒரு செம்மிய கம்பியின் துனியில் 80 பவுண்டு எடையுள்ள குண்டுடன் அவர் ஒரு ஊசலியைத் தொங்கவிட்டார். குண்டை இழுத்துப் பிடித்து ஒரு பட்டு தூவால் கவர்டுடன் கட்டி விட்டார். அத் தூவோ எரித்தவுடனே, ஊசலி அங்குள்ள நிலைக்குத்துத் தளத்தில் ஊசலாயது. தரைக்குச் சற்று உயரத்தில் தெக்கு - வடக்காக 12 அடி தூரத்திற்கு இப்படியும் அப்படியும் ஊசலியின் ஆட்டம் இருந்தது. இதே விட்டமுள்ள ஒரு வட்டமான தட்டத்தில் சீராக மணல் தூவப்பட்டு, அத்தட்டம் அங்குசலியின் தீழே வைக்கப்பட்டது. ஊசலிக் குண்டின் அடியில்

பொருத்தப்பட்டிருந்த மேல்சிய ஊசிமுனை, மணலில் பட்ட இடங்களில் கோடுகள் வரைத்துக்கொண்டேயிருந்தது. தேரம் சொல்சு சொல்ல, அல்லுசி மூளைபடும் இடங்கள் தட்டத்திலுள்ள மணற் பரப்பில் ஒரு வட்டவட்டதரையில் சுழன்று, வெவ்வேறு கோடுகளை வரைந்தது. ஊசலியோ ஓரே தளத்தில் ஆடிக்கொண்டிருக்கிறது. கீழேயுள்ள இடம் தகராதிருத்தால், மணலில் ஓரே கோட்டின் மேல்தான் ஊசி மூளைபடவேண்டும். ஆனால் கோடுகள் வட்டத்தில் வலஞ்சுழியாக ஊர்வதால், ஊசலியின் கீழேயுள்ள மண்ணுலகம் இடஞ்சுழியாகச் சுழல்கிறது என்ற மூடிவைத் தவிர வேறெந்த மூடிவுக்கும் வரமுடியாது.

ஃ பேரகால்டு, அக்கோடு திரும்பிய கோணத்தையும், திரும்ப எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தையும் அளந்து, மீள்வழி தேரப்படி. 1 மணிக்கு  $11^{\circ}25'$  சுற்றுகிறதெனக் கணக்கிட்டார்.

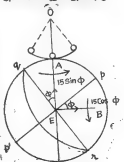
$$\begin{aligned}\text{இந்தக் கோண வேகம்} &= 15^{\circ} \times \sin \quad (\text{பாரில் அகலங்கு}) \\ &= 15^{\circ} \times \sin 45^{\circ}50' \\ &= 15^{\circ} \times \frac{1}{2} \\ &= 11^{\circ}25' \text{ எனப் பெறப்படுகிறது.}\end{aligned}$$

இக் கோண வேகம் கணித்த முறை :

படம் 2-4 (8) இல் A என்பது பாரில் தகரத்தை மண்ணுலகின் பரப்பின் மேல்  $45^{\circ}50'$  வ, அகலங்களில் இடக்குறிக்கிறது.

$\phi = 45^{\circ} 50'$  எனக் கொள்வோம்.

மண்ணுலகம்  $p'Ep$  என்ற அச்ச மையங்கொண்டு மீள்வழி 1 மணிக்கு  $15^{\circ}$  வீதம் சுழல்கு சுழல்கிறது. அக்கோண வேகத்தை  $EB$ ,  $EA$  என்ற திசைகளில் பிரித்தால், மூன்றையே  $15 \cos \phi$ ,  $15 \sin \phi$  எனக் கிடைக்கும். எனவே, ஊசலி, இந்நிலை தளம்  $EA$ ஐ தொடர்,  $15 \sin \phi$  என்ற கோண வேகத்தால் சுழல்கிறதெனப் பெறப்படும். எனவே, மணல் தட்டில் வரைவப்படும் ஊசிக் கோட்டின் கோணவேகம்



படம் 2-4 (8)

$15 \sin \phi = 15 \times \frac{1}{2} = 11^{\circ}28'$  ஆகும்.

எனவாடும் தளம் சுழலுவது, மண்ணுவகக் சுழற்சியை உறுதிப் படுத்துகிறது.

$$\begin{aligned} \text{மூழுச் சுழல்க்காலம்} &= \frac{360}{15 \sin \phi} \\ &= \frac{360 \times 4}{45} \\ &= 32 \text{ மின்வழி மணிகள்.} \end{aligned}$$

பயிற்சி :

எடுத்துக் காட்டு 1 : மண்ணுவக நடுவரை மேஜைள்ள ஓர் இடத்தில் 1 மைல் உயரத்திலிருந்து கீழே விழும் பொருளின் கீழ்க்கு விளக்கமென்ன?

மண்ணுவக ஆரவிட்டம் 8960 மைல் எனக் கொள்வோம்.

பொருள் ஒரு மைல் உயரத்திலிருந்து விழுகிறது.

எனவே அப்பொருள் விழுவதற்குமுன், அதன் கிடைவேகம் =  $(8960 + 1)y$ . இங்கு  $y$  என்பது மண்ணுவகக் கோணவேகம் (ஆரையன் அலகில்).

$$\begin{aligned} \text{எனவே அதன் கிடைவேகம்} &= \frac{8961 \times 16 \times \pi}{180} \\ &= \frac{8961 \pi}{12} \text{ மைல்} \\ &\quad \text{(மணிக்கு)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{நடுவரை மேல் திசைப் பரப்பிலுள்ள ஓர் இடத்தின் கிடை} \\ \text{வேகம்} &= \frac{8960 \pi}{12} \text{ மைல் (மணிக்கு)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ ஒரு மணிக்குக் கீழ்க்கு விளக்கம்} \\ &= \frac{8961 \pi}{12} - \frac{8960 \pi}{12} = \frac{\pi}{12} \text{ மைல்.} \end{aligned}$$

8960 ஆடி உயரத்திலிருந்து அப்பொருள் விழ எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{2 \times 8960}{32}} \quad \left[ S = \frac{1}{2} at^2 \right] \\ &= \sqrt{560} \end{aligned}$$

= 18.17 விநாடிகள்.

∴ 18.17 விநாடிகளில் ஏற்படும்

$$\begin{aligned} \text{கிழக்கு விசை} &= \frac{18.17 \times 8.14 \times 6280 \times 18}{12 \times 60 \times 60} \text{ அங்குலம்} \\ &= 84 \text{ அங்குலம்.} \end{aligned}$$

ஏதக்குறைய 7 அடி கிழக்கு விசை யிருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2: ஓர் ஊர்  $80^\circ$  அகலங்குள்ள ஓரிடத்தில் ஊரனடுகிறது. ஊரனடும் தளம் ஒரு முழுச் சுற்று சுற்ற எவ்வளவு நேரமாகும்?

$$\begin{aligned} 80^\circ \text{ அகலங்களில் ஊரனடும் தளத்தின் கோண வேகம்} \\ &= 15 \text{ min } 80^\circ \\ &= 7\frac{1}{2}^\circ \text{ (மணிக்கு)} \end{aligned}$$

$$\text{எனவே முழுச் சுற்றுக்கு } \frac{360}{7\frac{1}{2}} = 48 \text{ மணி (யின்வழி) நேரமாகும்.}$$

### பயிற்சி 2

1. இரு கப்பல்கள் மூன்றாவே  $45^\circ N$ ,  $15^\circ S$  அட்ச ரேகைகளிலேயும், எப்போதும் ஒரே திசை ரேகையில் இருக்கும் வகையில் செல்கின்றன. முதற்கப்பல் 15 மைல்கள் வேகத்தில் சென்றும், இரண்டாவது கப்பலின் வேகம் என்ன?

$$\left[ \text{குறிப்பு: } \frac{15}{\text{வேகம்}} = \frac{\cos 45^\circ}{\cos 15^\circ} \right]$$

2. இரு கப்பல்கள் ஒரே திசை ரேகையின் மேலுள்ள இடங்களில் திர்கின்றன. ஆனால் ஒன்று  $45^\circ N$  அகலங்களிலும், மற்றொன்று  $15^\circ S$  அகலங்களிலும் இருக்கின்றன. இரு கப்பல்களுக்கு பிடைப்பிட்ட மீச்சிற தூரம் என்ன? (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 8080 மைல்.)

3. A, B என்ற இரு இடங்கள் மூன்றாவே உலக நடுவரைவின் மேலும்,  $15^\circ S$  அகலங்களிலும் உள்ளன. அவற்றின் தொட்டாக் கு வேறுபாடு  $15^\circ$ . கோளப்பரப்பின்மேல் AB இன் மீச்சிற அளவு 1000 ( $2 + \sqrt{5}$ ) மைல் என திறவுக. (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 4000 மைல்.)

4. ஒரு கம்பம்  $ABC$  என்ற பெருவட்டத்தின்மேல் சென்று கொண்டேயிருக்கிறது.  $A, B, C$ -இன் அகலங்குகள் முறையே  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ;  $AB = BC = x$  ஆனால்,

$$x = R \cos^{-1} \left[ \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_2}{2 \sin \phi_3} \right] \text{ என நிறுவுக.}$$

( $R$  என்பது மண்ணுலக அரைவட்டம்)

[குறிப்பு  $p$  மண்ணுலக வட்டவருவமெனின்,

$$\cos pA = \sin \phi_1 = \cos pB \cos AB + \sin pB \sin AB \cos pBA,$$

$$\cos pC = \sin \phi_3 = \cos pB \cos BC + \sin pB \sin BC \cos pBC \dots$$

$x = AB = BC$  (கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.)

$$\angle pBA = 180^\circ - \angle pBC$$

$\therefore$  இது சமன்பாடுகளையும் கூட்ட,

$$\sin \phi_1 + \sin \phi_3 = 2 \cos pB \cos x \quad (\because \cos pBA = -\cos pBC)]$$

$$= 2 \sin \phi_2 \cos x$$

$$\therefore x = \cos^{-1} \left[ \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_3}{2 \sin \phi_2} \right]$$

இது கோண விகிதவடிவ.

$\therefore$   $x$ ன் நீட்டல் அளவு

$$= R \cos^{-1} \left[ \frac{\sin \phi_1 + \sin \phi_3}{2 \sin \phi_2} \right]$$

5. மண்ணுலகப் பரப்பின்மேல்  $\phi$  என்ற அகலத்தில்  $A, B$  இருக்கின்றன. அம்மிடங்களின் தொட்டாக்கு வேறுபாடு  $2l$ .  $AB$  என்ற பெருவட்டம், உகை கோளத்தை வெட்டிக் கிடைக்கப் படும் நீர்ப்பெரு அகலங்கு  $\tan^{-1} (\tan \phi \sec l)$  என நிறுவுக.  $AB$  என்ற சிறுவட்ட வில்லுக்கும்  $AB$  என்ற பெருவட்ட வில்லுக்கும் உள்ள வேறுபாடு,

$$2 \cos c l' [l \cos \phi - \sin^{-1} (\sin l \cos \phi)]$$

மாறும் வகைகள் என நிறுவுக.

6. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் 1 கி. மீ. உயரத்திலிருந்து கீழே விழும்பொருளின் கிழக்கு விசைக்கமென்ன ? (உலக விட்டம் : (12750 கி. மீ.)

7. ஒரு ஊசலி 60° அகலங்களுள்ள ஓரிடத்தில் ஊசலாடு கிறது. ஊசலாடும் தளம் ஒரு சுற்றுச் சுற்ற எவ்வளவு நேரமாகும்?

2.5. மண்ணுலகம்—கதிரவன் தொடர்பு (The Earth in Relation to the Sun).

விண்வெளிப் பொருள்களுள் நமக்கு மிகுந்த தொடர்புடையது கதிரவனாகும். ஏனெனில் கதிரவன் ஒளியும் வெப்பமும் மண்ணுலக வாழ்விற்று இன்றியமையாதவை. பண்டைக் காலத்தில், உலகில் பரிதாப்டவரும் (எகிப்து, கிரீஸ், கசானு, இந்தியா) கதிரவனை ஒரு கடவுளாக வழிபட்டனர். சூரிய நமஸ்காரம், இன்றும் இந்தியாவில் ஒரு வழிபாட்டு முறை :

‘ ஞாயிறு போற்றுவும், ஞாயிறு போற்றுவும்,  
காவிரி நாடன் திகிரிபோல், பொற்கோட்டு  
மேருவரை திரிதவான் ’

என்பது சிலப்பதிகாரப் பாடல்.

ஆனாலும் அது, பிரம்மாண்டமான பால்வழியண்டத்தில் ஒரு சாதாரண விண்மீன் என நாம் அறிகிறோம். அது நமக்கு மிக அண்மையிலிருப்பதால், அது நமக்கு மற்ற விண்மீன்களைவிடப் பெரிதாகத் தெரிகிறது.

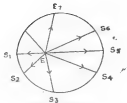
மற்றும் நம்மைப் பொருத்தமட்டில் கதிரவன் தனிச் சிறப்பு வாதெனின், மண்ணுலகம் ஆண்டுதோறும் கதிரவனை ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருதலாகும். மின்னாள் (பகுதி 12.4இல்) செப்டர்-விதிவன் என்ற பகுதியில், எக்கோட்பாடுகளுக்குட்பட்டு மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறதெனப் பார்ப்போம் :

உண்மையாக மண்ணுலகமானது கதிரவனை ஆண்டுதோறும் சுற்றி வருகிறதாயினும், விண் மீன்கள் மின்னாள்மீது (in the background of the stars) கதிரவன் மண்ணுலகத்தை, ஆண்டுக் கொழுமுறை சுற்றிவருவதுபோல நமக்குத் தோற்றுகிறது. இத் தோற்றத்திற்குக் காரணம் மின்னாள் படல்களால் ஒரு சிதிலு விளக்கம் பெறும்.





உண்மை நிலை



தோற்ற நிலை

படம் 2-5 (i)

படம் 2-5 (ii)

$E_1, E_2, E_3, \dots, E_7$  உம் மண்ணுவகத்தைக் குறிக்கின்றன.

$S$  உம்,  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_7$  உம் அதிர்வலைக் குறிக்கின்றன.

மண்ணுவகம் அதிர்வலைச் சுற்றி வருகிறது என்ற அடிப்படையில், மண்ணுவகத்தின் நிலை, அண்டவெளியில் மாறிக்கொண்டிருக்கும்.

படம் 2-5 (i) இல்  $S$ , நிலைத்த அதிர்வலைக் குறிக்கிறது. சுற்றி வரும் உலகம், அதன் பயணவீதியில்  $E_1, E_2, \dots$  என்ற இடங்களில் வேர்வேறு காலங்களில் இருக்கும்.  $E_1, S, E_2, S, \dots$  என்பவை மண்ணுவகத்திலிருந்து அதிர்வலை இருக்கும் நிலைகளை அடிவக்காலங்களில் குறிக்கும்.

ஆனால் நாம் மண்ணுவகிலிருந்து அதிர்வலைப் பாடப்படால், நாம் நிலைத்திருப்பதுபோலவும் அதிர்வலை நம்மைச் சுற்றி ஒரு நீள் கூட்டத்தில் வருவதுபோலவும் தோற்றமளிக்கும்.

படம் 2-5 (ii) இல், மண்ணுவகிலிருந்து, அதிர்வலை சுற்றி வரும் தோற்றம் காட்டப்பெட்டிருக்கிறது.

$$E_1, S, E_2, S, \dots$$

இருபடங்களும், ஒன்றுக்கொன்று எதிர்ப்புடையவை.  $E_1, E_2, \dots, E_7$  என்ற மண்ணுவக நிலைகளைச் சுற்றத்த வண்ணம்  $S_1, S_2, \dots, S_7$  என தோற்றக் அதிர்வலை நிலைகள் உள்ளன.

2-6. நாம் மண்ணுவகில் காணும் வானக்காட்சிகள் யாவும்,

(i) மண்ணுவக திணைச் சுழற்சி;

(ii) மண்ணுவகம் ஓராண்டு காலகூட்டத்தில் அதிர்வலைச் சுற்றி வரும் ஆண்டுகள்களில் என்ற இரு இயக்கங்களினால் கூட்டு விளைவாக தமக்குக் கிடைக்கும் தோற்றக்காட்சிகளாகும்.

மேலும் மண்ணுவகம்பற்றிய வேறு சில விவரங்கள் 'அதிர்வலை குடும்பம்' என்ற பகுதியில் காண்க.

### 3. வான கோளம்

(The Celestial Sphere)

3.0. வானத்தில் விண்மீன்களைப் பார்க்கும் ஒருவனுக்கு, அவையாவும் ஏறக்குறைய ஒரே உயரத்தில் (தூரத்தில்) இருப்பதாகவும் ஒரு விண்மீனுக்கும் மற்றொன்றுக்கும் உள்ள இடைவெளி சீர்தரமாக இருப்பதுபோலவும் தோன்றுகின்றன. ஏதோ அவைவான வெளியில் வளி, வீசி எறியப்பட்டு அங்கே ஒரு கோளப்பரப்பின்மேல் பதிக்கப்பட்டிருப்பதுபோல ஒரு எழிற்சாட்சி தோற்றமளிக்கிறது. கொஞ்சநேரம் அவன் இவ்விவத்தகு காட்சியைத் தொடர்ந்து உற்று நோக்கிக்கொண்டே இருப்பானாயின், அவன் சில மாறுதல்களைக் காண்கிறான். தனக்கு ஒரு புறமிருக்கும் தொடுவானத்திற்குக் கீழே ஒரு சில விண்மீன்கள் சென்று மறைந்துவிட்டதுபோலவும் மற்றொரு புறமிருக்கும் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருந்து ஒரு சில புதிய விண்மீன்கள் தன் காட்சிக்கு வந்திருப்பதுபோலவும், மற்றவை இடம் பெயர்ந்து இருப்பதுபோலவும் அவனுக்குத் தோன்றுகிறது. இன்னும் சற்று உற்று நோக்கிவிட இடம் பெயர்ந்து காட்சியளிக்கும் விண்மீன்கள் தங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரங்கள் மாறாமலே இடம் பெயர்த்திருப்பதுபோலவும் அவனுக்குத் தோன்றுகிறது.

3.1. இக்காட்சிகளைக் கானும் அவன் மின்னளும் மூடிவுக்கு வரலாம்;

தன்னைச் சுற்றியிருக்கும் ஒரு கோளப்பகுதி, விண்மீன்கள் பலவற்றையும் தாங்கிக்கொண்டு அப்படியே அவற்றின் திரைமாத்ருதே ஒரு அச்சை (axis) மையங்கொண்டு சுழல்கிறது. ஏதாவது ஒரீரண்டு விண்மீன்கள் தம் திரை பெயராமல் இருத்த இடத்திலேயே இருக்குமானால், அத்தத் திசையில்தான் அக்கோளத்தின் சுழல்கை இருக்கவேண்டும்; தோற்றம் அப்படித்தான். ஆனால் இம்

மண்ணுவகம் தன் துருவ அச்ச மையம் கொண்டு, தன்னைத் தானே தாருக்கு ஒரு முறை சுற்றிக்கொண்டிருக்கிறது என்ற உண்மை அலுவலுக்குத் தெரியுமாதலின், சூர்யனின்மீதுள்ள தோன்றி இடம் பெயர்த்துமறையும் காட்சிகள் யாவும், மண்ணுவக திசைநிலைகளின் மீதுள்ளவாக ஏற்படும் தோற்றமேதவிர, உண்மையல்ல என்று அவன் அறிந்து கொள்கிறான் ...

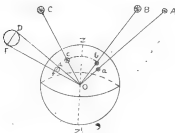
எனினும், அவன் கண்ணும் தோற்றக்காட்சிகளின் அடிப்படையில் தன்னை மையமாகக் கொண்ட, ஒரு சுற்றியைக் கோளத்தின் மேல், விண்மீன்களை வெகுவாகப் பதித்துப் பார்க்கலாமென்ற எண்ணம் அவன் உடனத்திலே உருவானதில், அக்கற்பனைக் கோளம் அவன் வானியல் அறிவு பெற முற்படுவதற்கு முதற்படியானதும்.

3-1-1. அடிப்படியாகக் காட்சியளவின் மையங்கொண்டு சுற்றியைச் செய்யப்படும் ஒரு பெரிய கோளமே வான கோளம் (Celestial Sphere) எனப்படும். இப்படிப்பட்ட கோளம் எதுவும் உண்மையில்கிடையாது. ஆனாலும் இக்கற்பனைக் கோளம் வானியலில் அடிப்படையான முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.

குறிப்பு: இந்த முக்கியத்துவம் அமைவதற்குக் காரணம் 'கோளத்தில் நாம் அளக்கும் அளவுகள் யாவும் கோண அளவுகள் தான்' என 'கோணம்' என்ற பகுதியில் பார்க்கத்தக்கதேயும். வானியல் ஆராய்ச்சியில் அளவுகள், தூரத்தின் (Linear distance) அடிப்படையில் அளக்கப்படுவதில்லை; அளவுகள், கோளத்தின் (angle) அடிப்படையில் அளக்கப்படுகின்றன. இது விண்மீன்கள் நம்மிடமிருந்து எவ்வளவு தூரத்திலிருந்தாலும் அமைவதற்கு இடைப்பட்ட தூரம்  $5^\circ$  என்றோ  $x^\circ$  என்றோதான் கூறுவோம். அதாவது அவ்விரு விண்மீன்களையும் காட்சியாளனோடு இணைக்கும் நேர்க்கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று  $5^\circ$  அளவில் அல்லது  $x^\circ$  அளவில் சாய்ந்திருக்கிறது என்பது இதன் பொருள். அவ்விரு விண்மீன்கள் எவ்வளவு வேறுபட்ட தூரத்தில் (நீட்டவெளவை—linear distance) இருந்தமேதிலும், முக்கிய கோண அளவை நாம் கருவி கொண்டு அளந்துவிடமுடியும்.

3-1-2. இந்தக் கற்பனை வானகோளத்தின்மேல்தான், காட்சியாளன் விண்பொருள்கள் யாவற்றையும் இடங்குறித்து, தனது வானியல் ஆராய்ச்சியைத் தொடங்குகிறான். தன்னையும் விண்பொருள் மையத்தையும் இணைக்கும் நேர்க்கோடு, எந்த இடத்தில் தனது வான கோளத்தின் மேற்பரப்பை வெட்டுகிறதோ அப்புவள்ளியில் அக்காட்சியாளனுக்கு அவ்விண் பொருளின் இடத்தைக் குறிக்க

கிறது. அப்படி இடங்குறிக்கப்பட்ட வானகோளமே, அக்காட்சி வானத்து விண் பொருள் பட. ஒடு (Atlas of Celestial Object).



படம் 3-1-2

மேற்கண்ட படம் 3-1-2 குறிப்பது ஒரு வான கோளம். காட்சியாளன் இருக்குமிடம் அதன் மையம் O; A, B, C மூன்று விண்மீன்கள் உலகத்திலிருந்து வெவ்வேறு தூரங்களில் உள்ளன. OA, OB, OC என்பவை, வானகோளத்தை முறையே a, b, c என்ற புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றன. O என்ற மையத்திலிருக்கும் காட்சியாளனுக்கு அவனுடைய வான கோளத்தின்மேல் a, b, c என்ற புள்ளிகள் A, B, C என்ற விண்மீன்களை இடங்குறித்து நித்திர்ப்பன. Bக்கும் Cக்கும் உள்ள தூரம் BC என்ற அளவிடப்படுகிறது. (bc ஒரு பெரு வட்டவிக்). கதிரவன் (அல்லது சந்திரன்) DF-விருத்தால் வானகோளத்தின்மேல் d' என அது இடங்குறிக்கப்படுகிறது.

3-2: வான கோளத்தின் ஆரம் (Radius of the Celestial sphere):

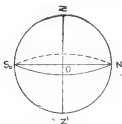
வான கோளத்தின் ஆரம் எதுவாக இருப்பினும் இருக்கலாம்-100 மீட்டர் அல்லது  $10^{100}$  மீட்டர்கள். ஆனால் வான கோள ஆரம் கதிரவனுக்கும் பூமிக்கும் உள்ள தூரத்தைப்போல ( $98 \times 10^6$  மைல்கள் =  $149.6 \times 10^6$  கி.மீட்டர்) பன்மடங்கு பெரிதாகக்கொள்வது தரவு. அப்போது மண்ணுலகமே அவ்வாறு கோளத்தின்

நடுவில் ஒரு புள்ளி (மையம்) எனக்கொள்ளுமளவிற்குச் சிதிர்பதாக-  
வினாக்கும். எனவே மண்ணுமையில் எப்பகுதியில் காட்சியாளன்  
இருப்பினும் அவன் வானத்தின் மையத்தில் இருப்பதாகக்கொள்ள-  
லாம். ஒரு குறிப்பிட்ட விண்மீன் எப்பகுதியில் உள்ள காட்சியாள-  
ருக்கு இணைந்தாலும், அந்தக்கோடு, வான கோளத்தை ஒரேபுள்ளி-  
யில் வெட்டுமெனவும் கொள்ளலாம். குறிப்பிட்ட திசையில்உள்ள  
தேர்கோடுகள் வரவும், வானகோளத்தில் இடம்பெறும், அவை  
வெட்டுமிடங்களும் திசைத்தன்மையாகும். (Sir Harold Spencer-  
Jones : *General Astronomy*—Chapter I Page I காண்க.)

பெருதிற்பு II என்பதைப் பார்க்கவும்-

### 3.3 : வானத் தொடுவானம் (The Celestial Horizon)

வான கோள மையம்  $O$ . அங்கு காட்சியாளன் இருக்கிறான்.  
அவ்விடத்தில் தொங்கவிடப்படும் குண்டுதூள் (Plumb line),  
திசைக்கோடு,  $ZON$  எனக்கொள்க.  $O$ ய்ளியாக  $ZON$  ஐத் தளது  
செய்குத்துக் கோடாகக்கொண்ட தளம் அவ்விடத்திற்குரிய தொடு  
வான தளம் (Plane of the Celestial Horizon) எனப்படும். படம் 3.3:  
காண்க.



படம் 3.3

இத்தொடுவான தளம், காட்சியாளனின் வானகோளத்தை  
வெட்டு முகமான  $NSO$  என்றபெருவட்டம் ஆகும். இது வான-  
தொடு வானம் (Celestial Horizon) எனப்படும்.

$O$ -இன் வழியாக வரையப்படும் கிடைத்தளம் (horizontal plane) தொடுவான தளம் என்றும் கூறலாம்.

$O$ -இன் வழியாக மண்ணுலக கோளத்திற்கு வரையப்படும் தொடுவரைத்தளத்தையும் (Tangent plane) தொடுவான தளம் எனக் கொள்ளலாம். (மீதகுறிப்பு II காண்க.) எல்லாம்  $NS'$  என்ற தொடுவானப் பெருவட்டத்தையே கொடுக்கும்.

$ZOZ'$  என்ற கோடு நீட்டப்பட்டு வான கோளத்தைக் காட்சி யானது தலைக்குமேல் வெட்டுமிடம்  $Z$ , வான நேர் உச்சியுள்ளி (zenith) எனவும், கால் பக்கம் வெட்டுமிடம்  $Z'$ , வானநேர்க் கீழ் புள்ளி (Nadir) எனவும் கூறப்படும். (கருக்கக் கூறின்  $O$  வழியாக வரையப்படும் நேர்க்குத்துக்கோடு (Vertical line) தலைக்குமேல் வான கோளத்தை வெட்டுமிடம்  $Z$ , கீழே வெட்டுமிடம்  $Z'$ .)

வானகோளம் — கிடைத்த புள்ளிகளும், கிடைத்த பெருவட்டம் களும்:

[1-8, 1-8 இல் தாம் கூண்ட கோளப்பண்டுகளை ஒரு முறை பார்த்துக் கொள்க.]

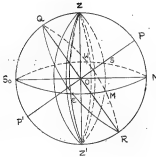
$pp'$  என்ற துருவ அமையம் கொண்டு இம்மண்ணுலகம் நானொரு முறை தன்னைத் தானே சுற்றிக்கொள்கிறதென தாம் ஆற்றீவோம். இவ்வசர்க்கு இணையாக வான கோள அமையம்  $O$  வழியாக, ஒரு அச்ச  $POP'$  எடுத்துக்கொள்ளோம். இவ்வசர்க்கு வான கோளத்தை  $P$ ,  $P'$  என்ற இரு புள்ளிகளில் வெட்டும்.  $P$  என்பது வான வட துருவம் (Celestial North Pole),  $P'$  என்பது வான தென் துருவம் (Celestial South Pole) எனவும் கூறப்படும்.  $O$  வழியாக  $POP'$  ஐ செங்குத்துக் கோடாகக்கொண்ட தளம் வான கோளத்தை வெட்டு மூலம் ஒருபெரு வட்டம்  $QR$  எனக் கிடைக்கும். இப்பெருவட்டம் வானநடுவரை (Celestial Equator) எனப்படும்.

குறிப்பு:  $pp' \parallel PP'$

எனவே வான நடுவரைத்தளம்  $pp'$  வான நடுவரைத்தளம்  $QR$  (மீதகுறிப்பு II காண்க).

3-4 : மண்ணுலகப் பரப்பின்மேல்  $O$  என்ற இடத்திலுள்ள கரட்சியானது வான கோளத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.

இதுவரை வானகோளத்தின்மேல் உகிள புள்ளிகள், பெரு வட்டங்கள் வரவும் பின்னாலும் பட்டியலில் படம் கொண்டு விளக்கப்படுகிறது.



படம் 3-4

படம் 3-4 கொண்டு பார்க்கவும் :

புள்ளி பெருவட்டம்	பெயர்	விளக்கம்
புள்ளி $O$	கோளமையம்	கரட்சியானது இரண்டு கிட்டி/மண்ணுலகம், $O$ க்கு தலையே உச்சியில் உகிள வான கோள் உச்சிப்புள்ளி $Z$ , அருகாமைய உச்சி எனப்படும். $OZ$ -குண்டுதூரத்தினால்.
புள்ளி $Z$	(வான) உச்சி (celestial zenith)	

புள்ளி பெருவட்டம்	பெயர்	விளக்கம்
புள்ளி $Z'$ பெருவட்டம் $NSo$	வான கீழ்ப்புள்ளி (Celestial Nadir) $OZ'$ -புவி சுழற்சி சக்தியின் திசை தொடுவானம்	உச்சிக்கு நேர்த்துள்ள வான கோணப் புள்ளி $Z'$ வான கோக் கீழ்ப் புள்ளி. சுருக்கமாக, கீழ்ப் புள்ளி எனப் படும். $ZZ'$ என்பது $NSo$ என்ற பெருவட்டத்தின் ஆச்சு. $Z, Z'$ என்பவை $NSo$ ன் துருவங்கள்.
புள்ளி $P$ பெருவட்டம் $QR$	வான நடுவரைத் துருவம்(i)வட்டக்கு	மண்ணுலகம் தன்னைத் தானே சுற்றிக் கொள்ளும் ஆச்சான $p, p'$ க்கு இரண் கோடான $p''$ .
புள்ளி $P'$ பெருவட்டம் $QR$	வான நடுவரைத் துருவம்(ii)தெற்கு வான நடுவரை	வான கோளத்தை வெட்டு மீடங்கள். $PP'$ என்பது $QR$ என்ற பெரு வட்டத்தின் ஆச்சு. $P, P'$ என்பவை $QR$ ன் துரு வங்கள். $QR$   மண்ணுலக நடுவரை $p''$

### மற்றும் சில வரையறைகள்

நிலைக்குத்து வட்டங்கள் (Vertical circles): உச்சி, கீழ்ப் புள்ளி ( $Z, Z'$ ) என்ற இருபுள்ளிகள் வழிவாகச் செல்லும் பெரு வட்டங்கள் 'நிலைக்குத்து வட்டங்கள்' எனப்படும். அவையாவும் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக விருக்கும்.

[படம் 8-4: பெருவட்டம்  $ZSMZ'$  (முதன்மை வட்டமான தொடுவானத்திற்குத் துணைக்குத்து வட்டம்)]

உச்சி வட்டம் (Meridian)

உச்சி, ஒரு துருவப் புள்ளி ( $Z, p/p'$ ) வழிவாகச் செல்லும் பெருவட்டம், உச்சி வட்டம் எனப்படும்.

[படம் 8-4: பெருவட்டம்  $ZpZ'p'$ ]

மூலக்குத்து வட்டம் (Prime Vertical): உச்சி வழிவாக உச்சி வட்டத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் பெருவட்டம் மூலக்குத்து வட்டமெனப்படும். இது  $Z, Z'$  வழிவாகச் செல்லும் [படம் 8-4 பெருவட்டம்  $ZEZ'W$ ].

வடக்கு, தெற்கு, கிழக்கு, மேற்குப்புள்ளிகள்

உச்சி வட்டமும், தொடுவானமும் வெட்டிக்கொள்ளும் இடங்கள்  $N, S$  முறையே வடபுள்ளி, தென்புள்ளி யெனவும்; மூலக்குத்து வட்டமும், தொடுவானமும் வெட்டிக் கொள்ளும் இடங்கள்  $E, W$  முறையே கிழக்குப்புள்ளி, மேற்குப்புள்ளி யெனவும் அழைக்கும். [படம் 8-4: சுணக்க] இத்தொன்றை புள்ளிகள்  $N, S, E, W$  வான கோளத்தின் தலைவாய் புள்ளிகள் (Cardinal points) எனப்படும்.



வினாவும் குறிப்புகளும் கவனத்திற்குரியன

1. வரைய உச்சரி வட்டம், நூலக்குத்து வட்டம் இரண்டும் மோடுவானத்திற்குச் செங்குத்தானவை.
2.  $E, W$  என்னவை உச்சரி வட்டத்தின் துருவங்கள்.
3.  $N, S$  என்னவை நூலக்குத்து வட்டத்தின் துருவங்கள்.
4. தருவனாடுகள் துருவங்களான  $p, p'$  வழியாக உச்சரி வட்டம் செல்கிறது.

∴ உச்சி வட்டத்தின் துருவங்களான  $E, W$  வழியாக  
நடுவரை செல்லும்.

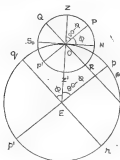
∴ தொடுவானமும், தடுவரையும் E. W என்ற இடம்  
அளில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

5. தேர்தலுக்கு *NSo* உம் *EW* உம் தோடுவான தாத்திரம் ஒன்றாகச் சென்று செங்குத்தாக விடுதலும்.

3.5. வான கோளத்தில் வான துருவங்கள் ( $p, p'$ ) இயித்தல்

பொருவானத்திலிருந்து வான துருவ உயரம் (அல்லது வான துருவத்தின் ஏற்றக் கோணம்) அங்குமிடத்தின் அகலங்குத்துச் சமம் (அகலங்கு = அட்சரேகை மதிப்பு = latitude of the place)

(The altitude of the celestial pole is equal to the latitude of the place).  $u_{\text{L}} = 8.6 \text{ mrad}$ .



படம் 3-6-ஆல் பெறுவதற்காக  $AB$  வரம்பு, அளவற்ற விரிவாக  
 ஈரல் குறிக்கப்படுகின்றன. உலக மையம்  $E$ ; உலக துருவங்கள்  
 $P, P'$ ; கந்தம் அச்சம்  $PP'$ ; உலக தடுவரை  $QS$ . உலகத்தின்

மேற்பரப்பில்  $O$  என்ற இடத்தில் வான கோளம், சிநியதாக வரையப்பட்டிருக்கிறது.  $O$ -ன் அகலங்கு  $qO = qEO = \phi$  எனக் கொள்வோம்.

$O$  இன் வான கோளத்தில்  $P, P'$  வான துருவங்கள்;  $PP'$  வான துருவ அச்சு  $\parallel pp'$ ;  $QR$  வான நடுவரை.  $OE$  ன் நீட்சி வான கோளத்தை  $Z$  என்ற இடத்தில் லைட்டட்டும்.  $OE$ -யை பீச்ச்புச் சக்தியின் திசை (direction of the earth's gravity); எனவே  $Z$ -உச்சி தொடுவானம்; So  $ON \perp EOZ$  (எனவே So  $ON$  என்ற தளம்,  $O$ -ல் உலக கோளத்திற்குத் தொடுவரைத் தளமா விருக்கும்)

$Z$ -உச்சி லட்டம். இப்போது தொடுவானத்திலிருந்து  $P$  ன் உயரம் அல்லது  $P$  ன் ஏற்றக் கோணம் என்பது வில்  $NP$  ( $=NOP$ ). நாம் இப்போது  $NP$  என்ற வில்  $O$  என்ற இடத்தில் அகலங்கு  $\phi$  என நிறுவவேண்டும்.

$$\phi = \text{வில் } qO = qEO$$

$$\text{வில் } OP = 90 - \phi \text{ (இவ்வ அகலங்கு - co-latitude)}$$

$$\text{திசை } OP \parallel Ep$$

$$\therefore 90 - \phi = OEp$$

$$= ZO p$$

$$= \text{வில் } ZP$$

$$\therefore NP = NZ - ZP = 90 - (90 - \phi)$$

$$= \phi.$$

எனவே, காட்சியானன் உட்கள இடத்தில், தொடுவானத்திலிருந்து  $P$  ன் உயரம் (அதாவது  $P$  ன் ஏற்றம்) அங்கிடத்தின் அகலாக கிற்றுச் சமவென நிறுவப்படுகிறது.

3-6. ஒரு குறிப்பிட்ட அகலங்கு  $\phi$  உட்கள இடத்தில் வான் பொருட்களை (சிநியபாக விண்மீன்களை) வானகோளத்தின் மேற்பரப்பில் இடங்குறித்தல் (Fixing the celestial bodies and stars in position on the celestial sphere in a place of latitude  $\phi$ )

நாம் இயல் வடிவ கணிதத்தில் (Algebraic Geometry) ஒரு தளத்தின் மேல்  $OX, OY$  என்ற அச்சங்கள் அடிப்படையில் ஒரு புள்ளியை அதன்  $(x, y)$  ஆயத் தொல்களாகக், இடம் குறிக்கிறோம்.

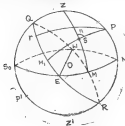
அவ்வாறே  $OX$  க்கு ஒத்தபடி ஒரு குறிப்பிட்ட முகவிரைப் பெருவட்டத்தையும்,  $OY$  க்கு ஒத்தபடி அதற்குச் செங்குத்தான மற்றோர் நிலைத்த (fixed) பெருவட்டத்தையும் அச்சுகளாகக் கொண்டு ஒரு வான் பொருளை அல்லது விண்மீனை இடங்குறிக்கலாம். மேலும் கூறப்பட்ட நிலைத்த பெருவட்டம் தநியாய குத்து லட்டம் (Principal secondary) எனப்படும்.

தாம் எடுத்துக் கொள்ளும் முதலிலைப் பெறுவட்டம், தரிசுபய ஒத்துவட்டம் இரண்டிலும் சார்த்த வகையில் ஒரு விண்மீன் ஆவத் தொலைகள் வரையறுக்கப்படும். சிறப்பாக நான்கு முதற கள் கையாளப்படும். அவை ஒன்றன்மீன் ஒன்றாக விளக்கம் செய்ப்படுகின்றன. [குறிப்பு: 1-4-8 க் கண்ட முடிவை ஒரு முதற பார்த்துக் கொள்க].

படம் 8-6 பார்க்க. 8-2 க் கூறியபடி  $O$  என்ற காட்சியாளனின் வான கோளத்தில்  $S$  என்ற விண்மீன் குறிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

தொடுவானம் வரைதல்: 8-8 க் கூறியபடி  $Z$  ஐ இடம் குறித்து  $ZOZ'$  என்ற திசையை நிலைத்துத்தாம்.  $O$  வழியாக வரையப்படும் கிடைத்தளமானது வானகோளத்தை வெட்டுமுகப் பெறுவட்டம்  $NSO$  என்ற தொடுவானமும்.

உச்சியாளன் வரைதல்:  $NOZ$  வழியாக வரையப்படும் தளம், வான கோளத்தை வெட்டும் முகமான பெறுவட்டம் உச்சி வானத்தைத் தரும். மரபாக, காதித தளத்தை (the plane of the paper) உச்சி வான தளமாகக் கொள்வதுண்டு. காட்சியாளன் இருக்கும் இடத்தின் அகலங்கு (Terrestrial latitude)  $\phi$  ஆகை வாக உச்சி வட்டம்  $NZ$  ன் மேல்  $NP = \phi$  என ஆளத்து,  $P$  ஐ இடம் குறிக்கலாம்.  $PO$  ஐ இணத்து நீட்டி வான கோளத்தை வெட்டிச் செய்தால்  $P'$  என்ற மற் ற ஒரு துருவம் கிடைக்கும்.  $POP'$  ஐ செங்குத்துக் கோடாகக் கொண்ட தளம்  $QR$ , என்பது வான கோளத்தை வெட்டும் மூலம் நடுவரையைத் தரும். எனவே  $O$  க்குரிய வான கோளத்தின் மேல்,



படம் 8-8

- (1)  $NSO$  என்ற தொடுவானமும்
- (2)  $So ZN$  என்ற உச்சி வானமும்

(8)  $\phi$  யும் தெரிவதால்  $NZ$  ன் மேல்  $P$  ஐ இடக்குறித்து  $QR$  என்ற தடுவணையும் பெறப்படும்.

$N$  So-ம்,  $QR$ -ம் சிறுக்குப் புள்ளி  $E$  ஐயும், மேற்குப் புள்ளி  $W$  ஐயும் குறிக்கும்.

3-6-1. தொடுவான ஆயத் தொலை முறை—அடிவான தூரமும் கோண ஏற்றமும்: (Horizon System of co-ordinates—the azimuth and the altitude).

முதலிலே வட்டம்: தொடுவானம்  $NSo$ ; தலைவாய்க்குத்து வட்டம்: உச்சி வட்டம்  $SoZPN$  ( $\perp NSo$ ).

$S$  என்ற விண்மீன்வழியாகத் தொடுவானத்திற்கு  $ZSM$  என்ற துணைக்குத்து வட்டம்வராக, இவ்வட்டம்  $NSo$  ஐ  $N$  ல் வெட்டட்டும்.  $ZSM$  என்ற துணைக்குத்து வட்டத்திற்கு விண்மீனின் ஏற்றவட்டம் எனப்பெயர் வைத்துக்கொள்வோம்.

$S$  ன் ஆயத்தொலைகள்; அடிவான தூரம் (வரையறை)

விண்மீனின் ஏற்றவட்டத்திற்கும் உச்சி வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் அடிவான தூரம் எனப்படும். படம் 8-6-ல் அடிவான தூரம் =  $SoZS = S^{\circ} ZM$  -வில்  $SoM$  (1.4-8 படியாக) அல்லது அடிவான தூரம் =  $NZS = N^{\circ} ZM$  - வில்  $NM$ .

கோண ஏற்றம் (வரையறை): - விண்மீனின் ஏற்ற வட்டத்தில்தொடுவானிலிருந்து விண்மீன் இருக்கும் கோண தூரம் ஏற்றக் கோணம் எனப்படும். படம் 8.8 ல் ஏற்றக்கோணம் = வில்  $MS$ .

3-6-1-1. குறிப்புகள்

அடிவான தூரம்: - 1.48 படியாக  $SoZS = SoZM$  - வில்  $SoM$ . எனவே, அடிவான தூரம் =  $S$ . லிருந்து, ஏற்றவட்டத்தின் பாதம் (Foot) வரையிலி ( $M$  வரையிலி) தொடுவானத்தின் மேலுள்ள வில் தீளம். எனவே அடிவான தூரத்திற்கு மதினெரு வரையறை வகுக்கலாம். தொடுவானத்தின்மேல்,  $So$ -லிருந்துவிண்மீன் ஏற்றவட்டத்தின் பாதம் வரையிலி உட்கன தூரம் அடிவான தூரம் எனப்படும். இது  $So$  முதல்  $M$  வரை வலஞ்சுழியாகவும்  $0^{\circ}$  முதல்  $180^{\circ}$  வரையிலும் இடஞ்சுழியாக  $0^{\circ}$  முதல்  $-180^{\circ}$  வரையிலும் அல்லது  $S^{\circ}$  முதல்  $180^{\circ}$  வரையிலும்  $0^{\circ}$  முதல்  $360^{\circ}$  வரையிலும் அளக்கப்படலாம்.

#### பயிற்சி

(i) உச்சி வட்டத்தின் மேலேயே ஒரு விண்மீன் இருக்கும்போது அதனுடைய அடிவான தூரம் என்னவெனக் காண்க—அல்லாதே  $E, W$  ன் அடிவான தூரங்கள் என்னவெனக் காண்க.

(ii) உச்சி தூரம் :  $90^\circ - SM - Z$  ; என நமக்குத் தெரிகிறது.  $Z$  - என்பது, வின்யின் உச்சிதூரம் (zenith distance) எனப்படும் எனவே வின்யின் ஏற்றவட்டத்தில்,  $Z$  இயிருந்து வின்யின் வரை உள்ள கோணதூரம், அப்பின்யின் உச்சி தூரம் என வரையறுக்கலாம்.

மேலும் கோண ஏற்றம் + உச்சி தூரம் =  $90^\circ$  ; எனவே கோண ஏற்றமும் உச்சி தூரமும் ஒன்றுக்கொன்று நிரப்புகை, (complementary angles). வின்யின், தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருந்தால், கோண ஏற்றத்தைக் குறைவெண்ணாகக் கொள்வது மரபு - (altitude - Negative) அல்லது  $Z$ யிருந்து உச்சி தூரத்தை  $90^\circ$ க்கு மேற்பட்டதாகக் கொள்ளலாம். தொடுவானத்தில் உள்ள எந்தப் புள்ளிக்கும் கோண ஏற்றம் = பூச்சியம் ; உச்சி தூரம் =  $90^\circ$ .

பயிற்சி :  $Z$ -ல் ஒரு வின்யினிருப்பின் அதன் கோண ஏற்றமென்ன ? அதன் உச்சி தூரமென்ன வெனக் காண்க.

(iii)  $S$  வழியே தொடுவானத்திற்கு இணையாக ஒரு சிறுவட்டம் வரைந்தால், அந்தச் சிறு வட்டத்தில் உள்ள எந்த வின் பொருளும் ஒரே கோண ஏற்றம் உடையதாக இருக்கும்.

$MS = s^\circ$  எனக்கொண்டால், அச்சிறுவட்டம்  $s^\circ$  உயரத்திலுள்ள இணைவட்ட மெனப்படும் (parallel of altitude).

(iv) ஒரு குறிப் பிட்ட நிலைக்குத்து வட்டத்தின் மேலுள்ள எந்த வின்பொருளும் ஒரே அடிவான தூரம் பெற்றிருக்கும்.

3-6-2 (1) வான நடுவரை ஆயத்தொலைமுறை : - நேர்க்கோணமும், நடுவரை விலக்கமும் : - (Equator System of co-ordinates - hour angle and declination.)

அதே வின்யின்  $S$ -க்கு முதுவிலை வட்டத்தை, வான நடுவரை யாகக்கொண்டு, ஆயத்தொலைகள் வரையறுக்கலாம்.

முதுவிலை வட்டம் : வான நடுவரை  $QR$  ; தலைவாயக் குத்து வட்டம், உச்சிவட்டம்  $S$  ஓ  $ZPN$  ;  $S$ -இன் வழிவாக  $QR$ -க்குத் துணைக் குத்து வட்டம்  $PSM$  வரைக. இவ்வட்டத்திற்கு வின்யின் நடுவரை விலக்க வட்டமெனப்பெயர் (declination circle of the star). இது நடுவரையை  $M_1$  ல் வெட்டட்டும்.

$S$ -ன் ஆயத்தொலைகள் : நேரக் கோணம் (Hour angle) (வரையறை)

உச்சிவட்டத்திற்கும் வின்யின் நடுவரை விலக்க வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் நேரக்கோணம் (hour angle) எனப்படும். 3-6-6 நேரக்கோணம் =  $ZPS - ZPM_1 =$  வில்  $QM_1 (1-4-8)$ .

நடுவரை விலக்கம் (declination) : வரைவறை

விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் வட்டத்தின்மேல் நடுவரையிலிருந்து விண்மீனின் கோண தூரம் நடுவரை விலக்கம் எனப்படும். படம் 8-6ல் நடுவரை விலக்கம் =  $M_1S$ .

3-6-2-1 குறிப்புகள் :

(i) நேரக்கோணம் :  $-1^{\circ}4-8$ ல் படிபடாத  $ZPM_1 = ZPS$  = எல்லாம்  $PM_1$ . எனவே நேரக்கோணம் =  $\angle$  மீருந்து நடுவரையின் மேல் நடுவரை விலக்க வட்டப் பாதம் வரையில் ( $M_1$  வரையில்) உள்ள எல்லாம் தளம். எனவே நேரக்கோணத்திற்கு மத்தேர் வரைவறை வரையாகும். நடுவரையின்மேல்  $\angle$  மீருந்து விண்மீனின் விலக்க வட்டத்தின் பாதம் வரையில் உள்ளதூரம் நேரக்கோணம் எனப்படும். மரபாக இது  $\angle$  மீருந்து இடஞ்சூழியாக அளவிடப்படும். ஆனாலும், கிழக்கு நேரக்கோணம் (Eastern hour angle), மேற்கு நேரக்கோணம் (Western hour angle) எனவும் மூன்றையே கிழக்குப் பக்கமும், மேற்குப் பக்கமும் அளவிடப்படுவதும் மத்தேர் மரபாகும். இதைப்பற்றிப் பின்னர் காண்போம். உச்சி வட்டத்தின் மேல் ஒருவிண்மீன் இருக்கும்போது, அதாவது உச்சி கடக்கும் போது, அதன் நேரக்கோணம் பூச்சியம் எனக் காண்க

(ii) வடதுருவ தூரம் :  $90^{\circ} - SM_1 = PS$  என நமக்குத் தெரிகிறது.  $PS$  என்பது, அதாவது நடுவரை விலக்கத்தின் திரட்சி (Complement of the declination), விண்மீனின் வடதுருவ தூரம் (North Polar distance) எனப்படும். நடுவரை விலக்கம் + வடதுருவ தூரம் =  $90^{\circ}$ .

விண்மீன் நடுவரைக்கு மேலிருக்குமாயின் (வடப்பகுதியில்) அதற்குரிய விலக்கம் கூட்டு மதிப்புடையதாகும், கீழிருக்குமாயின் (தென்பகுதியில்) குறை மதிப்புடையதாகும் கொள்ளப்படுவது மரபு. ஆனால், மூன்றையே, வட நடுவரை விலக்கம் (North declination +) எனவும், தென் நடுவரை விலக்கம் (South declination -) எனவும் கொள்ளப்படும்.

நடுவரையின் மேலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளுக்கும் நடுவரை விலக்கம் = பூச்சியம்.

(iii)  $S$  வழியாக நடுவரைக்கு இணையாக ஒரு சிறு வட்டம் வரைந்தால், அச்சிறு வட்டத்தின்மேல் உள்ள எந்த விண் பொருளும் ஒரே நடுவரை விலக்கம் உடையதாக இருக்கும்.

(iv) நடுவரைக்குரிய ஒரு குறிப்பிட்ட குத்துவட்டத்தின் மேலுள்ள எந்த விண்மேகமும் ஒரே நேரக்கோணம் பெற்றிருக்கும்.

(v) ஒரு விண்மீனின் ஏற்றவட்டமும் தடுவரை விவரம் வட்டமும் வெட்டிக்கொள்ளும் கோணம், அப்போது விண்மீனின் இடைக்கோணம் எனப்படும்.  $\gamma$  என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படும் ( $ZS^{\circ} = \gamma$ ).

3-6 2 (2) வான தடுவரை ஆயத்தொலை முறை :

வான ஏற்றமும் தடுவரை விவரமும் (அதற்கெனவே)  
[Equator System of co-ordinates (alternate) Right Ascension and declination].

வான தடுவரையின்மேல்  $\gamma$  என்ற ஒரு திசையான புள்ளி கொள்ளப்படும். அதற்கு மேல் முதற்புள்ளி (First point of Aries) எனப்படும். இதுபற்றிப் பின்னர் விவரமாகப் பார்ப்போம் :

முதலிலே வட்டம் :  $QR$ ; திசையாகத் துருவ வட்டம் :  $\gamma$  என்ற திசைத் துருவ புள்ளி வழியாக தடுவரைக்கு வரையப்படும் குத்து வட்டம்.

$S$ ன் ஆயத்தொலைகள் (வான ஏற்றம் வரையறை) : விண்மீனின் தடுவரை விவரம் வட்டத்திற்கும்,  $\gamma$  வழியாகக் கொள்ளப்படும் திசைத் துருவ வட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் வான ஏற்றம் எனப்படும். படம் 8-3ல்  $S$ ன் வான ஏற்றம் =  $\gamma PM_1 =$  விவரம்  $\gamma M_1$ . எனவே தடைமுறைகள், வான ஏற்றம் பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படுகிறது. தடுவரையின்மேல், மேல் முதற்புள்ளியிலிருந்து, விண்மீனின் தடுவரை விவரம் வட்டப் பாதம் வரையில் உள்ள ஓரம் வான ஏற்றம் எனப்படும் (அதாவது  $\gamma PM_1 =$  விவரம்  $\gamma M_1$ ). இது  $\gamma$  இருந்து இடஞ்சுழியாக  $0^{\circ}$  முதல்  $360^{\circ}$  வரை அளக்கப்படும்.

3-7. மண்ணுறை திசைநிகர் சுழற்சி— $S$ ன் வழியாக.

(Diurnal rotation of the Earth-Sideral day.)

இம்மண்ணுறைகள் ஒரு உற்பின் நேர்க்கோட்டை அச்சாகக் கொண்டு தன்னைத்தானே, மேற்கிலிருந்து கிழக்காக நான்கு கொழுநாள் சுழற்சிக்குள்ளே சுழல்கின்றன என்று நமக்குத் தெரியும். அங்ஙனம் 24.21 (2)ல் கூறப்பட்ட நாள் என்ற அளவிற்கும். நாம் ஒரு ரவியில் வண்டுகளில் போய்க்கொண்டிருக்கும்போது, எதிரே உள்ள விடுகை, மரங்கள், தந்திக்கம்பங்கள், வயல்கள் போன்ற நினைத்த பொருள்கள் அதே வேகத்தில் நேர் எதிர்நினைவில் இருந்து போன்ற காட்சி நமக்குத் தெரிகிறது. நாம் ரவியில் போய்க்கொண்டிருக்கிறோம் என்ற நினைவில்லாதால், அங்ஙனமாயும் நோக்கினால் நமக்கு தெரியும். ஒரு ரவியில் நினைவத்தின் நாம் ரவியில் வந்து சேரும்போது அதை சில ரவியில் வண்டுகள் நின்றுகொண்டே, ஓடிக்கொண்டே

இருக்குமாயும், எந்த ரயில் போகிறது எந்த ரயில் நித்திரை எனத் தெரிவாத நிலை நமக்கு ஏற்படுகிறது.

அது போல மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி பூக்குடும் இம்மண் டுவக திளையில் சுழற்சியின் விளைவாக நாம் நிலைத்து ஒரே இடத் திம் இருப்பது போலவும், மண்ணுலகம் சுழலும் கோண வேகத் துடனே, அதற்கு நேரெதிர்த்திசையில் (அதாவது கிழக்கிலிருந்து மேற்காக) கதிரவனும் விண்மீன்களும் சுழன்று வருவதுபோலவும் நமக்குத் தோற்றமளிக்கின்றன. இத்தோற்றச் சுழற்சி கிழக்கி லிருந்து மேற்கு நோக்கியிருப்பதன் விளைவாக, கதிரவனும் விண் மீன்களும், கிழக்குப் பக்கத்தில் உதித்து மேற்குப் பக்கத்தில் மறைவதுபோலப் பார்க்கிறோம். இந்த அடிப்படையில் 8-1, 8-1-1, 8-1-2 க் கூறப்பட்டதைச் சற்று விரிவாக ஆராய்வோம். 3.7-1: வான கோளத்தின் மையத்திலிருக்கும் காட்சியானது தன்னைச் சுற்றியிருக்கும் கோளமானது விண்மீன்கள் யாவற்றையும் தாங்கிக் கொண்டு, அப்படியே அவற்றின் நிலை மாறாது, ஏதோ ஓர் அச்சை மையம்வெண்டு சுழல்வதாகக் காண்கிறார் என்று கூறினோம். அக்காட்சியானதுக்கு, வான கோளக் காட்சிகள் இன்னும் எந்த எந்த விதங்களில் தோற்றமளிக்கமுன்பது கீழ்க்கு கூறப்படுகின்றது.

அத் தோற்றங்களாவன :

(i) மண்ணுலகச் சுழலக்க  $p p'$  க்கு இணையாக உள்ள  $PP'$  ஐ அச்சாகக் கொண்டு வான கோளம் கிழக்கு மேற்காகச் சுழலும்.

(ii) அங்வான கோளத்தில் இடம் குறிக்கப்பட்டிருக்கும் கதிரவன், விண்மீன்கள் முதலியன யாவும் வான நடுவரை  $QR$  மேலும்,  $QR$  க்கு இணையாக உள்ள சிறு வட்டங்கள் மேலும் கிழக்கு மேற்காகச் சுழலும்.

(iii) விண் மீனுக்கு விண் மீன் உள்ள கோண தூரம் (அல்லது இடைவெளி) மாறாமலிருக்கும்.

(iv)  $P, P'$  இதிலிருந்து அங் விண்மீன்களின் துருவ தூரங் கள் மாறுதிருக்கும்; எனவே, அங் விண்மீன்களின் நடுவரை விடைக்ககள் மாறுதிருக்கும்.

(v) வான கோளம், தன்னைத்தானே ஒரு முறை  $PP'$  ஐ அச்சாகக் கொண்டு முழுவதும், சுற்றும் நேரமும், மண்ணுலகம் தன்னைத்தானே ஒரு முறை  $p p'$  ஐ அச்சாகக் கொண்டு முழுவ் சுற்ற சுற்றும் நேரமும் முற்றிலும் சமமாகிருக்கும்.

இம் முழுச்சுற்று சுற்றும் நேரம் ஒரு மின்வழி நாள் ஆகும். (Sidereal day).



எனவே, வான கோள மையத்திலுள்ள காட்சியானல், ஏதோ வொரு விண்மீனாக கவனிப்பனாகும்; அது ஒரு மூலச்செறி சுற்றி, மறுபடியும் அதேவிடத்தில் அவனுக்குக் காட்சியளிக்கும் வகை இடைவெளி, மண்ணுறவு மூலச் சுழல் ஒன்றுக்கு ஏற்படும் வகை இடைவெளிவாகும். அதாவது ஒரு விண்மீன் வழி நாளாகும். இத்தகழ்ச்சி ஆடிப்படைசிக்தான் மீன்வழி நாளும் மீன் வழிக்காலமும் (Sideral Time) திவ்வாட்டப்படுகின்றன. இது எந்த விண்மீனுக்கும் பொருத்தும் ஓர் உண்மையாகும்.

3-7-2. எனவே, நாம் தோற்றவாகப் பார்க்கும் வானகோளக்காட்சியில், ஒரு விண்மீன் பயணத்தைச் சிறிது விவரமாகப் பார்ப்போம் :

பின்வரும் படம் 3-7-3 இதை விளக்கும்.



படம் 3-7-3

$NSO$ —தொடுவானம்;  $QR$ —வான நடுவரை; மற்றவை மரபுப் படி குறிக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு விண்மீனின் வான கோள (தோற்றம்) பாதை  $S, AS', BS, S_1$ .  $S_1$  என்ற விண்மீன்  $NS$  என்ற தொடுவானத்தில் வரும்போது,  $O$  விளக்குக்கும் காட்சியானனுக்கு உதவலாகிறது.  $S_1$  க் உதவலாகி  $S_1 A$  வழியாக சிழக்குக் வானத்தில் ஏறிச் சென்று, உச்சி வட்டத்தை அடைபடும்போது, அங்குவிண்மீன்  $A$  க் மேலுச்சி கடக்கிறது (upper transit); பின்ன, மேற்கு வானத்திலிறங்கி, மறுபடியும் தொடுவானத்தை  $S_1'$  க் தொடும் போது, மறைகிறது.

$S, AS', S_1$  (வயக்கு வழியாக) என்ற பாதையில் விண்மீன் இருக்கும் வரையில் காட்சியானல் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்க

கும்  $S_1$  க் மறைத்து, தொடுவானத்தின் கீழ்ச்சொன்று,  $B$  என்ற இடத்தில் உச்சி வட்டத்தைக் கடக்கிறது. அப்போது அது கீழ்ச்சி கடக்கிறது (Lower transit). மீண்டும் கீழ் வரத்தின்மேல், மறுபடியும்  $S_1$  க் உதவண்கிறது.

3-7-1. (v) க் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் வினக்கத்தின் அடிப்படையில், இந்த விண்மீன் ஒரு முழுப் பயணம் செய்து முடிக்கும் நேரம் ஒரு மீன் வழி நாளெனில் அது பொருத்தமாகும். இந்தப் பயணம் சீரான கோண வேகத்திலிருக்கிறபடியால்  $A$  இலிருந்து அடுத்து மறுபடியும்  $A$  க்கு வரும் இடைக்காலமோ, அல்லது தன் பாதையில் ஏதோமொரு புள்ளி  $S$  லிருந்து அடுத்து மறுபடியும்  $S$  க்கு வரும் இடைக்காலமோ, ஒரு மீன்வழி நாளாகும்.

குறிப்பு: விண்மீன்கள், சத்திரன், கதிரவன் லாவும் கூட சி யானது தொடுவானத்தின் மேற்பகுதியிலிருக்கும்போது, அவன் அவற்றைப் பார்க்கமுடியும். வானத்திற்குக் கீழே சொந்த பிறகு அவன் அவற்றைப் பார்க்க இயலாது.

அவ்வாறே  $S_1$ ,  $CS_1$ ,  $BS_1$  மற்ரோர் விண்மீன் பாதை கூட்டப் பட்டிருக்கிறது. வான நடுவரைக்குக் கீழே, தெற்குப் பகுதியில் அப்பாதை உள்ளது.

ஓர் நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீன் பாதை, நடுவரையின் மேலேயே அமைவும். கதிரவன் தினசரிப் பாதைகளும் இவ்வாறே அமைவும்.

### 3-7-2-1. மீன்வழி நாள் (வரையறை)

ஒன் கூறப்பட்ட வினக்க அடிப்படையில் நாம் இப்போது ஒரு மீன்வழி நாள் என்ன வென்று வரையறுப்போம்.

ஒரு விண்மீன் அடுத்தடுத்து மீன் உச்சியையோ, கீழ்ச்சி யையோ கடக்கும் சமயங்களுக்கிடையிட்ட நேரம் ஒரு மீன் வழி நாள்; இது தமக்கு வசதியாக வகுக்கப்பட்டதோர் வரையறை யாகும்.

இத்தான் 24 மீன்வழி மணிகளாகவும் (sidereal hours), ஒவ்வொரு மணியும் 60 மீன்வழி நிமிடங்களாகவும் (sidereal minutes), ஒவ்வொரு நிமிடமும் 60 மீன்வழி விநாடிகளாகவும் (sidereal seconds) பிரிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

### 3-7-2-2 மீன்வழி நாளும் மீன்வழி நேரமும் :

முன்பகுதியில் மீன்வழி நாள் என்னவெனப் பொதுவாக வரை யறுக்கப் பட்டது. இப்போது நாம் 3-6-2 (2) க் வான நடுவரை

மேல் குறிப்பிட்ட  $\gamma$  என்ற நினைவான மேட மூத்தடிவானைப் பற்றி மேலும் சில குறிப்புகளைப் பார்ப்போம்:  $\gamma$  என்பது ஒரு சுழற்சியைப் புள்ளிதான். அதை நாம் ஒரு மின்னின் எனக் கொண்டால், அதன் திசைநிப்பானை வான நடுவரையின் மேல் ஆனையும். அதன் உறிக்குமிடம்  $E$ , மேல் உச்சி கடத்தற் புள்ளி  $Q$ , மறுபுறமிடம்  $W$ , கீழ் உச்சி கடத்தற் புள்ளி  $R$ .  $\gamma$  மேல் உச்சி கடத்தற் புள்ளி  $Q$  இல் இருக்கும்போது மின்வழி நேரம் 0 மணி 0 நிமிடம் 0 விநாடி எனவும்,  $W$ க்கு வரும்போது 6 மணி என்றும்,  $R$ க்கு வரும்போது (மின்வழி தள்ளிவு) 12 மணி என்றும்,  $E$ க்கு வரும்போது 18 மணி என்றும், மறுபடியும்  $Q$ க்கு வரும்போது 24 மணி மூத்தடி, அடுத்த மின்வழி நான் ஆரம்பமாகிறதென்றும் கொள்வது மரபு.  $\gamma$  என்பது 24 மின்வழி மணி நேரத்தில் சீரா 860° பயணம் செய்வதால், ஒரு மணி நேரத்திற்கு 15° ஆகவது 4 நிமிடங்களுக்கு 1° பயணம் செய்கிறது. (மணிக்கு 15° நிமிடத்திற்கு 15° விநாடிக்கு 15")

எடுத்துக் காட்டாக, படம் 8-7-2ல் மேடமூத்தடிவானி  $Q$  இல் கடத்து மேற்கு வானத்தில்  $\gamma$  இலிருத்தலில் விட  $Q\gamma$  ன் கோண அளவு,  $\gamma$  ன் நேரக் கோணமாகிய  $H (= ZP\gamma)$  க்குச் சமம். பாகைகளில் (degree)  $H$  இன் அளவு கொடுக்கப்பட்டால், அப் போது மின்வழிநேரம்  $\frac{H}{15}$  மணிகள். என்வே பாகை அளவில் கொடுக்கப்படும்  $\gamma$  ன் நேரக் கோணத்தை 15 ஆல் வகுக்க, அப் போதைய மின்வழி நேரம் பெறப்படும்.

குறிப்பு: மேற்கு வானில்  $\gamma$  இலிருக்கும் போது, அதன் நேரக் கோணம் மேற்கு நேரக்கோண மெனவும் கீழ்வானில் அதன் நேரக் கோணம் கீழ்க்கு நேரக்கோண மெனவும் கொள்வதுண்டு. அல்லது  $Q$  ல் ஆரம்பித்து, மறுபடியும்  $Q$ க்கு வரும்வரையில், அதன் நேரக் கோணம் 0° முதல் 860° வரை உயர்கிற தெனவும் கொள்ளலாம்.

$Q \rightarrow W$  : 0°  $\rightarrow$  90° ; 0 மணி  $\rightarrow$  6 மணி ;

$W \rightarrow R$  : 90°  $\rightarrow$  180° ; 6 மணி  $\rightarrow$  12 மணி ;

$R \rightarrow E$  : 180°  $\rightarrow$  270° ; 12 மணி  $\rightarrow$  18 மணி ;

$E \rightarrow Q$  : 270°  $\rightarrow$  360° ; 18 மணி  $\rightarrow$  24 மணி

என்ற மாறுதல்கள் எளிதில் புலப்படும்.

3:7:2:3: தேற்றம்:  $r = d + h$ .

பின்வழி தேரம் = ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம்  $\pm$  அதன் தேரக்கோணம் (தேரக் கோணம் மேற்குப் பக்கமாகின் + குறியும், கிழக்குப் பக்கமாகின் - குறியும் கொள்ளவேண்டும்)

$$r = d \pm h.$$

படம் 8-7-28ல் மேட மூதற்புள்ளி  $\gamma$  உம்  $S$  என்ற விண்மீனும் தொடுவானத்தின் மேற்குப் பக்கத்திலுள்ளன. எனவே, அச்சமவத்தில் பின்வழி தேரம்  $r$  எனக் கொண்டால்  $r = \gamma$  ன் தேரக் கோணம்  $= \angle \hat{P} \gamma = \gamma Q$  (கி.)

$S$  என்ற விண்மீனின் வல ஏற்றம்  $d = \gamma M$  (இடஞ்சுழி வாக).

அந்த விண்மீனின் தேரக் கோணம்  $h = \angle \hat{P} M$  (மேற்கு தேரக் கோணம்)  $= M Q$  (கி.)

இப்போது,

$r = \gamma Q = \gamma M + M Q = d + h$ .  
கிழக்கு வானத்திலுள்ள  $S_1$  என்ற விண்மீனைக் கொள்வோம்.  $S_1$  ன் வல ஏற்றம்

$d_1 =$  கி.  $\gamma Q M_1$  (இடஞ்சுழி)  $S_1$  ன் கிழக்கு தேரக் கோணம்  $h_1 = M \hat{P} M_1 = M_1 Q$  (கி.).

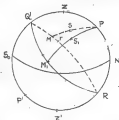
$$\therefore r = \gamma Q = \gamma Q M_1 - M_1 Q = d_1 - h_1$$

எனவே  $r = d + h$  என்பது பொருத்தம்.

குறிப்பு: வல ஏற்றமும், தேரக் கோணமும் கோண அளவில் மட்டுமன்றி, 34 மணிதேரம் = 360° என்பதற் கொள்ப, கால அளவிலும் அளக்கப்படலாம் (3:7:2:3 காண்க).

கிரேத் தேற்றம்: விண்மீன் உச்சி வட்டத்தின் மேற்குக்கும் போது, அதாவது விண்மீன் மேல் உச்சி கடக்கும்போது, அந்நிலைய தேரக் கோணம் - பூச்சியம்.

அப்போது, மேல் நிறுவப்பட்ட வாய்பாடு  $r = d$  எனப் பெறப் படுகிறது. அதாவது ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் = அம் விண்மீனின் மேல் உச்சி கடக்கும்போதுள்ள பின்வழி தேரம்; மறுதலையும் உண்மையே.



படம். 8-7-28.

### 3-8. கதிரவன் ஆண்டுப் பாதை

'மண்ணுலகம்' என்ற பகுதியில், மண்ணுலகம் கதிரவின் ஆண்டுக் கொழுமுறை ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருகிற தெனவும், ஆனால் கதிரவன் ஆண்டுக் கொழுமுறை மண்ணுலகத்தை சுற்றிவருகிறது போன்ற கிட்சிதான் நமது அனுபவமாயிருக்கிறதெனவும் கூறினோம்.

ஓ என்ற வடக்கு அகலங்கில் உள்ள ஓரிடத்தில், ஓராண்டு காலத்தில் கதிரவன் இடம் மாறுகிற கிட்சிகள் எப்படியிருக்கிறதென ஒரு கிட்சியாளன் கவனித்து வந்தால், அவன் காண்பது சிக்கல் திறந்ததாயிருக்கும். மண்ணுலக திசை சூழ்சியின் காரணமாக கிட்சியின்கள் ஒய்வொன்றும் வானகோளத்தில் வான நடுவரையின் மேலே, அல்லது நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களின் மேலே, தத்தமக்குரிய பாதைகளில் தினத்தோறும் ஞாநம் பிறழாது இயங்கி வருவதைக் காண்பான். ஆனால் கதிரவனைப் பொருத்தமட்டில் அவன் காண்பது வேறு விதமாக அமையும்.

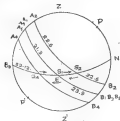
3-8-1 கதிரவன் தினத்தோறும் தொடுவானில் உதிக்குமிடங்களின் மாற்றங்கள் இருப்பதையும், மார்ச்சு 21-ம் தேதி, செப்டம்பர் 23-ம் தேதி, என்ற இரு நாட்கள்மட்டும் கதிரவன் நடுவரை மேல் போவதையும் மற்ற நாட்களில் கதிரவன் நடுவரைக்கு மேலும், கீழும், நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களில் போவதையும் பார்ப்பான்.

மார்ச்சு 21-ம் தேதி கதிரவன் நேர் கிழக்கில் தொடுவானில் உதிப்பதைப் பார்ப்பான். அதற்குப்பின் ஜூன் 22-ம் தேதிவரை உதிக்குமிடம் தொடுவானில் மெல்ல கிழக்கிலிருந்து வடக்கு நோக்கி நகர்ந்து செல்வதைப் பார்ப்பான். எனவே, மார்ச்சு 21-ம் தேதி நடுவரை மேல் செல்லும் கதிரவன், அதற்குப்பின்பு, நடுவரைக்கு இணையான சிறு வட்டங்களில் சென்று கிட்சி நகும். ஜூன் 22-ம் தேதிக்குப் பின், மறுபடியும் கதிரவன் உதிக்குமிடம் கிழக்கு நோக்கி வந்து, செப்டம்பர் 23-ம் தேதி நேர் கிழக்கிலேயே அமைந்து, அதற்குப் பின்பு, கதிரவன் உதிக்குமிடம் மெல்லத் தெற்கு நோக்கி (E-லிருந்து) நகர்ந்து செல்வதையும், டிசம்பர் 22-ம் தேதிக்குப் பின்பு, உதிக்குமிடம் மறுபடியும் கிழக்கு நோக்கி வந்து, மார்ச்சு 21-ம் தேதி நேர் கிழக்கிலேயே அமைவதையும் அவன் காண்பான். எனவே கதிரவன் உதிக்குமிடம் ஞானியான பின்வரும் படத்தில் காட்டியவாறு கிட்சியானிலும். படம் 3-8-1 காண்க.

ஒன்று இணையகோடுகளும், அத்தந்த நாட்களில் கதிரவன் திசைரிய பாதை (இப்படம் ஓ என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட வடக்கு அகலங்கில்கே

பொருத்தும். வெவ்வேறு ஆகனங்களுக்கு வெவ்வேறு விதமாகக் கதிரவன் திணைரிப் பாதை அமைபும் )

எனவே, கதிரவன் விண் மீன்கள் பின்னணிவிலே, ஜூன் 22 முதல் அக்டோபர் 22 வரை தெற்கேயும், அக்டோபர் 22 முதல் அடுத்த ஆண்டு ஜூன் 22 வரை வடக்கேயும் சென்றுகொண்டிருப்பதைக் காணலாம்.



படம் 8-8-1.

மேலும், கதிரவன் மேற்கு வானில் மறையும்போது கிழக்கு வானில் உதிக்கும் விண்மீன்கள் கோடைகாலத்திலும், மார்க் காலத்திலும் வெவ்வேறு விண்மீன்களாகும். எடுத்துக்காட்டாக ஒரியன் பட்டைவிலுள்ள (the belt of Orion) மூன்று ஒளி மிக விசும் விண்மீன்கள், மார்க்காலத்தில் கிழக்கே உதிக்கின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் அவை கதிரவன் மறையும் சமயத்தில் கிழக்கே உதயமானால், சில வாரங்கள் கழித்து, கதிரவன் மறையும்போது அவை உட்பர் வானில் காணப்படும். இன்னும் சில வாரங்கள் கழித்து, கதிரவன் மறையும்போதும் கிழக்கு கொஞ்ச நேரத்திற்கும் அவை மேற்கு வானில் காணப்படும். எனவே, கதிரவன், விண்மீன்கள் பின்னணி மில் மேற்கிலிருந்து கிழக்கு நோக்கி நகர்ந்து செல்வதும் தெரிய வருகிறது. கதிரவன் கிழக்கு நோக்கிலே பயணம் ஆண்டுமுழுதும் நடந்து, சரியாக ஓராண்டில், கதிரவன் தான் பயணம் தொடங்கிய இடத்திற்கே மறுபடியும் வந்து சேர்ந்துவிடுகிறது. ஆக ஓராண்டு காலத்தில் விண்மீன்கள் பின்னணிமில் கதிரவன் கிழக்கு நோக்கிவும், தெற்கு வடக்காகவும் வடக்கு தெற்காகவும் செல்வது உறுதிப்படுகிறது. மேற்கூறிய கண்ணம், ஓராண்டு காலத்தில் கதிரவன் இடம் மாறுவதை, காண கோணத்தில் வரைவோமானால், வரைவுகளின் வடிவம், வான்'நடுவட்டம்'யை, 23° 27' சூன்மில் வெட்டும்

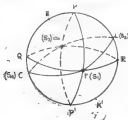
ஒரு பெருவட்டத்தில் ஆளமத்திருப்பது வானவாய்; இச்சாய்வு  $28^{\circ}.5$  எனத் தோராயமாகக் கூறுவதும் வழக்கிலுண்டு.

இப் பெரு வட்டம் கதிரவன் ஆண்டுப் பாதை (தோற்றம்) (Path of the Sun—Annual, apparent) எனப்படும். இதைக் கருக்கமாக, கதிரவன் பாதை (the Ecliptic) எனக் கூறுகிறோம். இது தோற்றமே பொழிய உண்மை வல்ல, மண்ணுலகம் கதிரவனை ஆண்டுக்கொரு முறை சுற்றி வருவதன் விளைவாக, இத் தோற்றப் பாதை நமக்குக் கிடைக்கிறது.

கதிரவன் பாதை (வரையறை): மண்ணுலகம், கதிரவனை ஆண்டுக்கொரு முறை சுற்றிவருவதன் விளைவாக, வான கோளத்தின்பேரில் பெறப்படும் கதிரவனின் தோற்றப்பாதையே கதிரவன் பாதை எனப்படும்.

இது ஒரு பெருவட்டம்; வான நடுவரைக்கு  $28\frac{1}{2}^{\circ}$  சாய்வில் உள்ளது. இச் சாய்வு கதிரவன் பாதைச் சாய்வு (Obliquity of the Ecliptic) எனப்படும்.

3-8-2. படம் 3-8.2 இல் கதிரவன் பாதை CYL என வான கோளத்தின் மேல் அட்டப்பட்டிருக்கிறது. படத்தில் மற்றவை மரபுமுடிவு.



படம் 3-8-2

நடுவரை QRக்கும், கதிரவன் பாதை CLக்கும் உள்ள சாய்வு  $\omega = 28\frac{1}{2}^{\circ}$ .

QRன் துருவங்கள் = P, P';

CLன் துருவங்கள் = K, K';

$\angle PK = \angle PK' = \omega = 28\frac{1}{2}^{\circ}$

கதிரவன் பாதையும், வான நடுவரையும் வெட்டு மீட்டங்கள் :

(1)  $\gamma$  — மேட மூத்த புள்ளி ; (2)  $\delta$  துணை மூத்த புள்ளி.  $\gamma$ க்கு இடது சுழியாக  $90^\circ$  தூரத்தில் உள்ள  $L$  வேனித்திருப்ப திஸ் (Summer Solstice) எனவும்,  $\delta$ க்கு இடதுசுழியாக  $90^\circ$  தூரத்தில் உள்ள  $C$  மாரீத் திருப்ப திஸ் (Winter Solstice) எனவும் பெயர் பெறும்.

கதிரவன் ஆண்டுதோறும்  $\gamma$ ஐ மாரீக்க 21-இலும்

$L$ ஐ ஜூன் 22-இலும்

$\delta$ ஐ செப்டம்பர் 23-இலும்

$C$ ஐ டிசம்பர் 22-இலும்

கடக்கிறது. அப்புள்ளிகளைக் கதிரவன் கடக்கின்றபோது பருவங் கள் மாறுவதை பொட்டி அப்புள்ளிகள் மூன்றையே,

$\gamma$  — இளவேனித சம இரவுப் புள்ளி (Vernal Equinox)

$L$  — கோடைத் திருப்பப் புள்ளி

$\delta$  — இலையுதிர் சம இரவுப் புள்ளி (Autumnal Equinox)

$C$  — மாரீத் திருப்பப் புள்ளி

எனப் பெயரிடப்பட்டிருக்கின்றன. கதிரவன் ஒரு புள்ளியி லிருந்து அடுத்த புள்ளிக்குப் போக ஏறத்தாழ 8 மாதங்கள் ஆகிற தென்பகதை காண்க. அப்புள்ளி நிலைகளில் கதிரவன் இருக்கும் போது கதிரவனின் வல ஏற்றங்களும், தடுவரை விளக்கங்களும் + & - பெட்டியாளில் காண்க.

மாரீக்க 21 முதல் மறுபடியும் அடுத்த ஆண்டு மாரீக்க 21 வரை (ஒரண்டியல்) வல ஏற்றம்  $0^\circ$  முதல்  $380^\circ$  வரை வளர்ந்து செல்வதையும் அதே கால இடைவெளியில் தடுவரை விளக்கம் முதற்காலாண்டியல்  $0^\circ$  முதல்  $28\frac{1}{2}^\circ$  வரை வளர்வதையும், மீளனர் இரண்டாம் காலாண்டியல்  $28\frac{1}{2}^\circ$  முதல்  $0^\circ$  வரை குறைவதையும், மூன்றாம் காலாண்டியல்  $0^\circ$  முதல்— $28\frac{1}{2}^\circ$  வரை குறைவதையும், நான்காம் காலாண்டியல்— $28\frac{1}{2}^\circ$  முதல்  $0^\circ$  வரை வளர்வதையும் காண்க.



பட்டியல் 3-8-2

கதிரவனின் ( $\alpha, \delta$ ) பட்டியல் ஓரண்டு காலம்

பட்டி 3-8-2 கதிரவன் கடக்கும் புள்ளி	கடக்கும் நாள் (ஏதத்தாழ)	அக்ட $\alpha$	அக்ட $\delta$
$S_1$ $\gamma$ -மேடமுதற்புள்ளி அல்லது இளவேனித் சம இரவு நிலை (Vernal Equinox)	மார்ச்சு 21-ம் தேதி	0	0
$S_2$ L-வேனித்திருப்ப நிலை	ஜூன் 22-ம் தேதி	$90^\circ$	$\alpha = 23\frac{1}{2}^\circ$
$S_3$ $\omega$ -துலாம் முதற்புள்ளி (அல்லது) இலைபறிச் சம இரவு நிலை (Autumnal Equinox)	செப்டம்பர் 22-ம் தேதி	$180^\circ$	0
$S_4$ C-மாறித்திருப்பநிலை	டிசம்பர் 22-ம் தேதி	$270^\circ$	$-\alpha = -23\frac{1}{2}^\circ$
$S_5$ $\gamma$ -மேடமுதற் புள்ளி	மார்ச்சு 21-ம் தேதி	$360^\circ$	0

3-8-3. கடுவரை — கதிரவன் பாகத்தைப்பொட்டிய பெரு  
வட்டங்கள் :

பெருவட்டம்  $PYP'$   $\hat{=}$  அதாவது மேட முதற்புள்ளி துலாம்  
முதற்புள்ளி வழியாக நடுவரைக்குச் செங்குத்தாக அமைவும் பெரு  
வட்டம், கதிரவன் நடுநிலைவட்டம் (Equinoctical Colure) எனவும்,  
பெருவட்டம்  $PLP'C$ , அதாவது வேனித்தாலை, மார்ச்சாலை திருப்பப்  
புள்ளிகள் வழியாக நடுவரைக்குச் செங்குத்தாக அமைவும் பெரு  
வட்டம், கதிரவன் திருப்பநிலைவட்டம் (Solstitial Colure) என  
வும் பெயருடையன. கதிரவன் நடுநிலைவட்ட வுருவங்கள் Q, R  
கதிரவன் திருப்ப நிலைவட்ட வுருவங்கள் Y,  $\hat{=}$  என அறிக. இங்  
கொண்டு வட்டங்களையே ஒன்றுக்கொன்று, குத்து வட்டங்களா  
கும் எனவும் அறிக. சந்திக்குமிடங்கள் P, P' எனவும் காண்க.

மூன்று 3.6-2 (2)ம்  $\gamma$  எனக்குறிப்பிட்ட மேல் மூத்தவுகளிலும் ஏற்ற ஆயத்தொலைக்கு ஆதிபயன்கள் இப்போது எது எனத் தெரிந்துகொள்க. அதற்கு 150° அப்பால், நடுவணரிலும், கதிரவன் பாதையிலும் ஒருங்கே அமைத்த புள்ளி  $\alpha$  எனப்படும் துணை மூத்தவுகளிலாவும்.

3.6-4. இந்தப் பின்னணிநிலை, கதிரவன் ஓராண்டில் நான் தோறும் உதிக்குமிடங்கள் (வான கோளத்தின்மேல்) எப்படி மாறி மாறி வருகின்றன எனக் காண்போம். 3.6-2 பட்டியலிப்படி.

மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 23 ஆகிய நாட்களில் கதிரவன் நடு வணரிலுக்கும் பூச்சியம்; எனவே தினசரி இவ்வுருவழி நடுவணரின் மேலேயே விரும்பும். நடுவணரையும், தொடுவானமும் வெட்டுமிடத்தில் கதிரவன் உதயமாதலின், கதிரவன் மூன் கூறப்பட்ட இரு நாட்களிலும் தேர்கிறக்கியே உதித்து, ஏறக்குறைய தேர் மேற்கில் மறையும். மார்ச்சு 21-ம் நாளுக்குப் பின்னர் வளர்கிறது கூட்டுமதிப் புடைபது. ஆகவே கதிரவன் பாதை நடுவணரக்குமேல் (வடக்காக) நடுவணரக்கு இணையாக 2 தூரத்திலிருக்கும் ஒரு சிறு கூட்டம். எனவே 2 வளரவளர உதிக்குமிடம் கிழக்கிலிருந்து வடக்குப் பக்கம் தவிர்த்து செல்கிறது. ஆனால் 2-ம் கீப்பெரு மதிப்பு 181°; அன்ற இரவு 22-ம் நாக். அன்ற கதிரவன் பாதை, நடுவணரக்கு மேல் (வடக்காக) நடுவணரக்கு இணையாக 281° தூரத்திலுள்ள ஒரு சிறு கூட்டம். எனவே, தொடுவானத்தின் உதிக்குமிடம் கிழக்குப் புள்ளிக்கு வடக்கில் தனது உச்சக்கோடிக்கு தவிர்த்து வருகிறது. அதற்குமேல், வடக்குப்பக்கம், கதிரவன் உதிக்குமிடம் தவிர்த்து செல்லுபடியாகு.

இரவு 22-ம் நாளுக்குப் பின்பு 3 கூட்டு மதிப்புடைபதாவிலும், குறைந்துவந்து செப்டம்பர் 23-ம் நாளன்று ஆகிறது. எனவே, பழையபடி உதிக்குமிடம், வடக்குப்பக்கம் அமைத்த கோடியிலிருந்து, கிழக்குப் பக்கம் மேலும் தவிர்த்து, செப்டம்பர் 23-ம் நாக், கிழக்குப் புள்ளியை மறுபடியும் அடைகிறது; அன்ற கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கிறது.

செப்டம்பர் 23-ம் நாளுக்குப் பிறகு, உதிக்குமிடம் கிழக்கிலிருந்து, தொடுவானத்தின் மேல் தெற்கு தோக்கி தவிர்த்து. டிசம்பர் 22-ம் நாக், கிழக்குப் புள்ளிக்குத் தெற்கில், தனது உச்சக்கோடிக்கு வருகிறது. அன்ற கதிரவன் பாதை, நடுவணரக்குத் தோ (தெற்கில்) நடுவணரக்கு இணையாக 281° தூரத்திலிருக்கும் சிறு கூட்டம். இந்தந்த தெற்கே, இனிக்கதிரவன் உதிக்குமிடம் தவிர்த்து செல்லுபடியாகு.

ஒரண்டிக் இரண்டு நாட்கள்மட்டுமே ஆகவது மரீக்க 21-ம் நாள், செப்டம்பர் 23-ம் நாள் அதிரவன் கிழக்கில் உதித்து மேற்கில் மறைவும். இரவும் பகலும் சமமாக 12 மணி நேரம் இருக்கும்.

மற்ற நாட்களில் இரவும் பகலும் சமமாகிவிடாது. இத் திசுநிலைகளில் விவரமாக அடுத்தபகுதியில் விவரம் எடுத்துக் கூறப்படும். ஒன் கூறப்பட்டவை 9 (×0) என்ற குறிப்பிட்ட வடக்கு அகலங்கு உட்கா இடத்திலிருந்துமே பொருத்துமென் பதைக் கவனத்தில் கொள்ள. படம் 3-8-1 பரீததால் ஒன் கூறப் பட்டிருப்பது விளக்கமுறும்.

3-8-5. ஒரு குறிப்பிட்ட ஊரில் அதிரவன் லா ஏற்றம் கணித் தல் (நேரண விதிப்பு) :—

ஒரண்டு வகத்தில் அதிரவன் தன் பாதையில் தகனம்போது ஒரே சீரான கோண வேகத்தில் நகருவதிலும், என்னவே அதன் லா ஏற்றமும், நடுவண விளக்கமும் சீராக மாறுவதிலும்.

எனினும் பின்வரும் பட்டியல் உதவியோடு, அதிரவன் லாஏற் தம், மரீக்க 21-ம் தேதி 0° ஆரம்பித்து தினசரி ஏறக்குறைய 1° உயர்விறது என்ற அடிப்படையில், தாம் ஏதேனும் குறிப்பிட்ட நாளில் நேராவாமான லாஏற்றம் அறிவலாம்.

நாள்	அதிரவன் லாஏற் தம்
மரீக்க 21	0°
ஜூன் 22	30°
செப்டம்பர் 23	180°
டிசம்பர் 23	270°
அடுத்த ஆண்டு மரீக்க 21	360° (0°)

எடுத்துக்காட்டு

மரீக்க 21-ம் நாள் : மரீக்க 21-ம் தேதிக்குப் பின்பு 10 நாள்  
எழித்து லாஏற்றம் = 10°

ஏப்ரல் 15ம் நாள் : மேலும் 15 நாட்கள் எழித்து, லா  
ஏற்றம் = 25°.

ஜூன் 1ம் நாள் : ஜூன் 22ம் தேதிக்கு முன்பாக 21 நாட்கள்  
வரையறை =  $90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$ .

ஆக்டோபர் 2ம் நாள் : செப்டம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின்பு  
9 நாள், வரையறை =  $180^\circ + 9^\circ$   
=  $189^\circ$

மார்க்ச மூதல் தேதி : வரையறை  $880^\circ - 20^\circ = 860^\circ$ . இவை  
யாவும் தோராய மதிப்புக்கள்.

3-8-5-1. தோற்றக் கதிரவன் நேரம் (Apparent Solar Time) :

ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயம் அந்த இடத்திற்குத் தோற்ற நண்பகல் (Apparent noon for the place) எனப்படும். அடுத்தடுத்து இருக்கப்படுகின்ற இடைப்பட்ட பொழுது, தோற்றக்கதிரவன் நாள் (Apparent Solar day) எனப்படும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில், ஓர் இடத்தில், தோற்ற நண்பகல் சமயத்தில், கதிரவன் வரையறையுடனாகக் கொள்வோம். அப்போது மின்வழி நேரம்  $t$ . ஆனால்,  $t = (\alpha + h)$  என்ற வாய்பாட்டின்படி, (கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது  $h = 0$  ஆகையால்)  $t = \alpha$  எனப் பெறப்படும். அடுத்த நாள், கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது நாம் 3.5-4ல் கண்டபடி கதிரவனின் வரையறை தினசரி ஏறத்தாழ  $1^\circ$  அதிகமாகிறது, அன்று உச்சி கடக்கும் நேரம்  $t' = \alpha + 1^\circ$  எனப் பெறப்படும். எனவே மூதல்நாள் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயத்திற்கும், அடுத்த நாள் கதிரவன் உச்சி கடக்கும் சமயத்திற்கும் இடைவெளிப்பொழுது, ஒரு மின்வழி நாள் +  $1^\circ$ க்குச் சமமான 4 மீன் வழி நிமிடங்களாகும். எனவே, ஒரு தோற்றக்கதிரவன் நாள் = ஒரு மின் வழி நாள் + 4 மின்வழி நிமிடங்கள். இது ஒரு தோராயச் சமன்பாடு. பொதுவாகக் கூறுமிடத்து, ஒரு தோற்றக் கதிரவன் நாள் = ஒரு மின் வழிநாள் + தினத்தோறும் ஏற்படும் கதிரவன் வரையறை உயர்வு எனக் கூறலாம்.

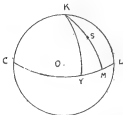
ஒரு தோற்றக்கதிரவன் நாள் 24 தோற்றக்கதிரவன் மணிகளாகவும், ஒரு மணி 60 நிமிடங்களாகவும், ஒரு நிமிடம் 60 விநாடிகளாகவும் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது. எனவே, ஒரு தோற்றக்கதிரவன் வழி நேர ஆக ஒரு ஆதற்கு இரண்டாயிர மின்வழி நேர ஆள்களிடத்திலும் பெரிது. [தோற்றக்கதிரவன் என்ற சொற்றொடரை 'தோ.க.' என்றும் குறிப்பிடலாம்]. 24 தோ. க. மணி நேரத்தில் நேரக் கோணம்  $880^\circ$  வளர்கிறது; அதாவது ஒரு தோ. க. மணிக்கு  $15^\circ$  வீதிதம் வளர்கிறது.

எனவே, தேர. க. மேற்கு தேரக்கோணம்  $h^\circ$  ஆனால், அப் போது காலம் பிற்பகல்  $\frac{h}{15}$  மணி; கிழக்கு தேரக்கோணம்  $h^\circ$  ஆனால், அப்போது காலம் முற்பகல்

$$\left[ 12 - \frac{h}{15} \right] \text{ மணி.}$$

3.8.6. நான்காவது ஆயத்தொலை முறை—திரிபவன் பாத ஆயத்தொலை முறை—வின் செட்டாங்கு, வின் அகலாங்கு; (Fourth System of Co-ordinates—the ecliptic system of co-ordinates—the celestial longitude and the celestial latitude)

8-8-1, 8-8-2-1, 8-8-2-2 என்ற பத்திகளில் மூன்று விதமான ஆயத்தொலை முறைகள் கண்டிடும். நான்காவதாக, திரிபவன் பாதையை முதலிலே வட்டமாகவும்,  $\gamma$  வழியாகத் திரிபவன் பாதைக் குரிய குத்து வட்டத்தை, தலைவாய் துறை வட்டமாகவும் கொண்டு மத்தோர் ஆயத்தொலை முறை வடிக்கிறார்கள். படம் 8.8-6ல்,



படம் 8-8-6

முதலிலே வட்டம்:—குரவிற்குப் பாதை  $CL$ ; துருவங்கள்  $K, K'$ ; தலைவாய்க்குத்து வட்டம்  $\gamma K$  என்ற துணைக்குத்து வட்டம்,  $S$  என்ற விண்மீன் வழியாகத் துணைக்குத்து வட்டம் வரைக.

$KSM$  என்ற துணைக்குத்து வட்டத்திற்கு விண்மீனின் செட்டாங்கு வட்டம் (Longitude Circle) எனப் பெயர் வைத்துக்கொள்வோம்.

5இன் ஆயத்தொலைகள்: வான செட்டாங்கு (Celestial Longitude):

வரையறை: விண்மீனின் செட்டாங்கு வட்டத்திற்கும்  $\gamma$  வழியாக உள்ள துணைக்குத்து வட்டத்திற்கும் இடைப்படும் கோணம் வான செட்டாங்கு எனப்படும். படம் 3-8-6ல் 5இன் வான நெட்டாங்கு =  $\gamma K M$  -லில்  $\gamma M$ .

வான அகலங்கு (Celestial Latitude) (வரையறை): விண்மீனின் செட்டாங்கு வட்டத்திற்கே, கதிரவன் பாதையிலிருந்து, விண்மீன்வரை உள்ள கோணதூரம் வான அகலங்கு எனப்படும்.

படம் 8-5-6ல் வான அகலங்கு = லில்  $MS$ .

3-8-6-1. குறிப்புகள்: (i) வழக்கில் கதிரவன் பாதையின்மேல்  $\gamma$  யிலிருந்து விண்மீன் நெட்டாங்கு வட்டப் பாதம் வரையுள்ள தூரம் வான நெட்டாங்கு எனப்படும். இது  $\gamma$  யிலிருந்து இடஞ்சுழி வாக  $0^\circ$  முதல்  $880^\circ$  வரை அளக்கப்படும்.

(ii) கதிரவன் பாதையும், வான நடுவரையும் வெட்டும் இடங்கள்  $\gamma$ , = ஆளும்.

(iii) கதிரவன் பாதையான  $CL$  இன் மேல் கதிரவன் இருப்பதால், கதிரவனுக்கு அகலங்கு ஆயத் தொலை எப்போதும் பூச்சியம். அதன் நெட்டாங்கு ஒர் ஆண்டில்  $0^\circ$  முதல்  $880^\circ$  வரை வளர்ந்து செல்கிறது. ( $\gamma$  லில் கதிரவன் இருக்கும்போது, கதிரவன் நெட்டாங்கு  $0^\circ$ ; = ல் இருக்கும்போது  $150^\circ$ ). இவ்வாயத் தொலைகள் சிறப்பாகக் கதிரவன் இடங்குறிக்கப்பெரிதும் பயன்படும்.

(iv) மண்ணுலகில் எல்லா இடங்களுக்கும்  $\gamma$  ன் இட நிலையும் கதிரவன் நோற்றப்பாதையும் பொதுவாதலின் விண்மீனுக்கு (இடத்திற்கு இடம்) வான நெட்டாங்கும் அகலங்கும் மாறுவதில்லை; தினசரி சுழலில்  $\gamma$  ல், விண்மீன்களும் ஒரே சீரான வேகமுடைய தாவிடுப்பதால், வான நெட்டாங்கும் அகலங்கும் மாறுவதில்லை (அச்சத்தினை மாற்றம், அச்சத்தை இவற்றின் விளைவாக ஏற்படுத்தித் திற மாறுதல்கள் நிகழப் பகுதி 18 இல் விரிவாக விளக்கப்படும்.)

(v) கதிரவன் விண் நெட்டாங்கு, நோராயலாக நான்கு  $1^\circ$  வீதம் வளர்வதெனக் கூறலாம். ஆனால் கதிரவன் விண் நெட்டாங்கு வளர்ச்சி சீரானதில்லை.

3-8-7. வான ஆயத் தொலைமுறைகள் — ஒப்பீடுகள் — சாதக முறைகள் — (Four Systems of Co-ordinates — Comparisons — Advantages and disadvantages).

(i) தொடுவானக் கட்சி வட்டம், கட்சிப் புள்ளி, தலைமையப் புள்ளிகள் (கிழக்கு, மேற்கு, வடக்கு, தெற்கு) யாவும் எளிதில் அறியக்கூடியவை. ஒரு குறிப்பிட்ட அகலங்குகள் இடத்தில்

அவற்றை வான கோளத்தின்மேல் நிலைநிறுத்தலாம்; அங்ஙனம் அதன் பொருத்தமட்டில் அவை அங்குள்ள காட்சியானதுக்கு இடம் பெயராதவையாகும். எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில், ஏற்றம், உச்சிதூரம், அடிவானதூரம் கொண்டு, ஒரு விண்மீன் வான கோளத்தின் மேல் நிலைக்கச் செய்வோம். ஆனால் விண்மீனைப் பொருத்தமட்டில் ஏற்றமும் உச்சி தூரமும் வினாடிக்கு வினாடி மாறிக்கொண்டேயிருக்கும்; இடத்திற்கு இடம், அதாவது வெவ்வேறு மண்ணுறை அகலங்களு, மண்ணுறை நெட்டாங்கு உள்ள இடங்களில் அவை மாறு மறிப்புகளை ஏற்றும். எனவே, முதல் ஆயத்தொலை முறை, ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் குறிப்பிட்ட சமயத்திற்கு மாத்திரமே காட்சியானதுக்குப் பயன்படும்.

(ii) வான நடுவரையானது இடத்திற்கு இடம், தொடு வானத்திற்கு வெவ்வேறு சாங்குகளில் இருக்கும். ஆனால் காட்சி யாளர்கள் எங்கு இருப்பினும் நடுவரையின் தளம் மாறாது, ( $QRP$ , அதாவது  $UPP'$ ) எனவே, எல்லா இடங்களுக்கும், விண்மீனின் நடுவரை விசக்கம்/துருவ தூரம் இரண்டும் மாறாது. ஆனால் வினாடிக்கு வினாடி நேரக்கோணம் மாறும்.

(iii)  $\gamma$  ஒரு நிலைத் புள்ளியாக நடுவரை மேல் கொள்ளப் படுவதாலும்,  $\gamma$  ன் கோண வேகத்தோடு, மத்தெல்லா விண்மீன் களும் நடுவரையின்மேலே அல்லது நடுவரைக்கு இரண்டான வட்டங்கள் மேலே நகர்வதாக, எல்லா விண்மீன்களுக்கும்  $\gamma$  ஐ வொட்டிய தூரம் மாறாது.

எனவே, (ii, i) என்ற ஆயத் தொலைகள், விண்மீனுக்கு மாறிவித் தொலைகளாகிவிடுகின்றன. ஆகவே, பொதுவாக வானியல் காட்சிப் பதிவுகள் செய்யும்போது, இவ்வாயத் தொலைகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. மாறுபட்ட பஞ்சாங்கத்தில் பல விண்மீன்களுக்கு இவ்வாயத்தொலைகள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. எந்த அகலங்களில் உள்ளவர்களும் இவற்றினை எந் நேரத்திலும் பயன்படுத்திக்கொள்ளலாம்.

(iv)  $\gamma$  ம் கதிரவன் பாதையும் நிலைத்தவை பாதையின் சிறப்பாக, கதிரவன், கதிரவன் குடும்பக் கோள்கள், சத்திரன் முதலியவற்றின் இடம் குறிக்கப் பயன்படும்.

ஆனாலும்  $\gamma$ , = முதலியவற்றை தாம் வானத்தை நோக்கிப் பார்த்து இடக்குறிக்கவாடிவது. அவைபெற்று இருக்கின்றன வென் கற்பனையாகத்தான் அறிவமுடியும். கதிரவன் பாதையும் வரையறு எளிதல்ல, எனவே வான ஏற்றம், நடுவரை விசக்கம்-அல்லது வான நெட்டாங்கு அகலங்கு கொண்டு, வானத்தைப் பார்த்து இடங்களை முடியாது. ஆனால் அவற்றின் சிறப்புகள்

(ii), (iii), (iv) க் கூறியபடி ஆணமவதால், அவை ஆயத் தொலைகளை வானூராய்ச்சியில் பயன்படுத்தப் படுகின்றன.

### 3-8-8 ஆயத்தொலை மாற்றங்கள் (Conversion of Co-ordinates)

முதலிலே வட்டத்திற் கேற்ப, நாம் நான்கு விதங்களில், ஆயத் தொலைகள் கொண்டு வரப்பெறுகின்ற வான கோளத்தில் இடக் குறிக்களை மெனக் கண்டோம். அவற்றில் ஏதாவொரு முறையில் கொடுக்கப்பட்ட ஆயத் தொலைகளை மற்றோர் முறைக்குரிய ஆயத் தொலைகளாக மாற்றும் வழி வகைகளை இப்போது பார்ப்போம் :

3-8-8-1 : பின்வரும் விளக்கங்களில் மரபுப்படி, நாம் ஆயத் தொலைக் குறிப்புகளை ஏற்றுக் கொள்வோம் :

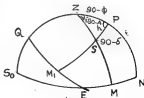
- $A$  — அடி வான தூரம்
- $a$  — கோண ஏற்றம் (செங்குமமாக ஏற்றம் எனவும் கூறலாம்)
- $Z$  — உச்சி தூரம்  $Z = (90 - a)$
- $h$  — தேரக் கோணம்
- $\delta$  — நடுவரை விலக்கம்
- $\alpha$  — வல ஏற்றம்
- $\lambda$  — வான நெட்டாங்கு
- $\beta$  — வான அகலங்கு
- $\phi$  — காட்சியாளன் உள்ள இடத்தின் மண்ணுடை அகலங்கு.
- $t$  — காட்சி தேரம் — பின்வழி தேரம்.
- $S$  — விண்மீனிடத்தைக் குறிக்கும்.

### ஆயத் தொலை மாற்றம்

(i)  $(A, a)$  ஓ மூன்றாம் கொடுக்கப் பட்டால்  $(h, \delta)$ வும்  $(\alpha, \beta)$  வும் அறிவது.

மரபுப்படி பட்டம் 3-8-8-1 (i) வரையப் பட்டு, ஆயத் தொலைகள் குறிக்கப்பட்டுள்ளன.

$SM = a$  ;  $SoM =$   
 $SoZM = A$  ;  $NP = \phi$   
 கொடுக்கப்பட்டவை  $(h, \delta)$  காண்க.



பட்டம் 3-8-8-1.



முக்கோணம்  $ZPS$ -ல்,

$$PZ = 90 - \phi; \quad PZS = 180 - A; \quad ZS = 90 - \sigma.$$

$$SP = 90 - \theta; \quad ZPS = h, \text{ இங்கு } (h, \theta) \text{ தெரியாது.}$$

$\Delta ZPS$ -ல்

$$\cos PS = \cos PZ \cos ZS + \sin PZ \sin ZS \cos PZS \\ \dots [1.6 \text{ (ii)}]$$

$$\therefore \cos (90 - \theta) = \cos (90 - \phi) \cos (90 - \sigma) + \\ \sin (90 - \phi) \sin (90 - \sigma) \cos (180 - A). \\ \sin \theta = \sin \phi \sin \sigma - \cos \phi \cos \sigma \cos A \quad \dots (1).$$

இங்கு  $\phi, \sigma, A$  நமக்குக் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால்  $\theta$  இக் கணிக்கலாம்.

நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

$$h; \quad 90 - \phi; \quad 180 - A; \quad 90 - \sigma$$

$\therefore$  1.6 (iii) இன்படி,

$$\therefore \cos (90 - \phi) \cos (180 - A) = \sin (90 - \phi) \cot (90 - \sigma) \\ - \sin (180 - A) \cot h. \\ - \sin \phi \cos A = \cos \phi \tan \sigma - \sin A \cot h.$$

$$\therefore \cot h = \frac{\sin \phi \cos A + \cos \phi \tan \sigma}{\sin A} \quad \dots (2).$$

$\phi, \sigma, A$  தெரியாதவின்  $h$  கணிக்கப்படுகின்றது.  $t = \alpha - h$  என்ற தேற்றம் கொண்டு, அந்த சமவத்தில் உள்ள  $t$  ஐ, மின்வழி தேர்வு காட்டும் கருவியைக் கொண்டு தெரித்து,  $\alpha$  அறியலாம். எனவே  $h, \alpha, \theta$  மூன்றும்  $\sigma, A$  என்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படுகின்றன.

(ii) மறுதலையாக  $(h, \theta)$  அல்லது  $(\alpha, \theta)$  கொடுக்கப்பட்டால்,  $(A, \sigma)$  காரணம் முறை.

$\alpha$  கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால்  $t = \alpha - h$  கொண்டு அப்போது வான்மேரூனின்  $h$  அறியலாம். எனவே  $h, \theta, \phi$  நமக்குத் தெரியும்.

$\Delta ZPS$ -ல் 1.6 (ii) இன்படி,

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos ZPS.$$

$$\begin{aligned}\cos(90-\phi) &= \cos(90-\phi)\cos(90-\delta) + \\ &\quad \sin(90-\phi)\sin(90-\delta)\cos h. \\ \sin \phi &= \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h. \quad \dots (3)\end{aligned}$$

∴  $h$  கணிக்கப்படுகிறது.

தானது அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,  $90-\delta$ ;  $h$ ;  $90-\phi$ ;  $180-A$  ஆகும். இங்கு  $A$  தெரியாது.

∴ 1-8 (iii) இன்படி,

$$\begin{aligned}\cos(90-\phi)\cos h &= \sin(90-\phi)\cot(90-\delta) \\ &\quad - \sin h \cot(180-A).\end{aligned}$$

$$\therefore \sin \phi \cos h = \cos \phi \tan \delta + \sin h \cot A$$

$$\therefore \cot A = \frac{\sin \phi \cos h - \cos \phi \tan \delta}{\sin h} \quad \dots (4)$$

∴  $A$  கணிக்கப்படுகிறது.

எனவே,  $(h, \delta)$  அல்லது  $(\phi, \delta)$  கண்டுக்கப்பட்டால்  $(a, A)$  இரண்டும்  $h, \delta, \phi$  என்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படுகின்றன.

(iii)  $(\phi, \delta)$  கண்டுக்கப்பட்டால், அங்குள்ள பொருளின்  $(\lambda, \beta)$  வான நெட்டாங்கு, வான அகலங்கு காண்க.

படம் 8-8-8.1 (iii) மையப்படி வரையப்பட்டு புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

$$\gamma M = \alpha$$

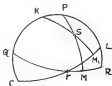
$$S M = \delta$$

$$\gamma M_1 = \lambda$$

$$S M_1 = \beta$$

$$\widehat{R\gamma L} = \omega = \widehat{PK}$$

கதிரவன் மாதிரி சரிவு.



படம் 8-8-8.1 (iii)

இவ்வரும் விளக்கத்திற் குறியிடப்பட்ட 3-8-8-1 (iv) காண்க.

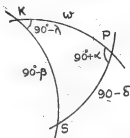
$$\begin{aligned} QM &= QY + YM \\ &= 90 + \alpha \\ &= QPM = KPS \end{aligned}$$

$$YM_1 = \lambda$$

$$\therefore M_1L = 90 - \lambda$$

$$\begin{aligned} \therefore 90 - \lambda &= M_1L \\ &= LKM_1 = PKS \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore PKS &= 90 - \lambda; \\ KS &= 90 - \beta \end{aligned}$$



இக்கு (அ, ப) உம், ஓம்  
கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

படம் 3-8-8-1 (iv)

( $\lambda$ ,  $\beta$ ) காணவேண்டும். மூலம் (i) (ii) க் கண்ட முறைகளையே  
பயன்படுத்துவோம்.

வான கோள  $\triangle KPS$  க்,

$$\cos KS = \cos KP \cos PS + \sin KP \sin PS \cos KPS,$$

$$\therefore \cos (90 - \beta) = \cos \omega \cos (90 - \delta) + \sin \omega \sin (90 - \delta) \cdot \cos (90 + \alpha),$$

$$\therefore \sin \beta = \cos \omega \sin \alpha - \sin \omega \cos \delta \sin \alpha \quad \dots (5)$$

$\therefore \beta$  கணிக்கப்படுகிறது.

$\triangle KPS$  க் தான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

$$90 - \lambda, \omega, 90 + \alpha, 90 - \delta;$$

$$\begin{aligned} \cos \omega \cos (90 + \alpha) &= \sin \omega \cot (90 - \delta) \\ &= \sin (90 + \alpha) \cot (90 - \lambda), \end{aligned}$$

$$\therefore \cos \omega \sin \alpha = \sin \omega \tan \delta - \cos \alpha \tan \lambda$$

$$\therefore \tan \lambda = \frac{\sin \omega \tan \delta + \cos \omega \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \dots (6)$$

எனவே, ( $\alpha$ ,  $\delta$ ),  $\omega$  கொடுக்கப்பட்டால்,

( $\lambda$ ,  $\beta$ ) இரண்டும்  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $\omega$  எண்பவற்றின் சார்பாகப் பெறப்படு  
கின்றன.

(iv)  $(\lambda, \beta)$  கொடுக்கப்பட்டால்,  $(\alpha, \delta)$  காணல் :

$\triangle KPS$  க்கு,

$$\cos PS = \cos PK \cos KS + \sin PK \sin KS \cos PKS.$$

$$\therefore \cos (90 - \delta) = \cos \omega \cos (90 - \beta) + \sin \omega \sin (90 - \beta) \cos (90 - \lambda).$$

$$\therefore \sin \delta = \cos \omega \sin \beta + \sin \omega \cos \beta \sin \lambda \quad \dots (7)$$

இவ்வாறு  $\delta$  கணிக்கப்படுகிறது.

$\triangle KPS$  க்கு தான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகள்,

$$90 + \alpha, \omega, 90 - \lambda, 90 - \beta.$$

இங்கு  $\alpha$  மட்டும் தெரியாது.

$$\therefore \cos \omega \cos (90 - \lambda) = \sin \omega \cot (90 - \beta) \\ = \sin (90 - \lambda) \cot (90 + \alpha)$$

$$\therefore \cos \omega \sin \lambda = \sin \omega \tan \beta + \cos \lambda \tan \alpha.$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{\cos \omega \sin \lambda - \sin \omega \tan \beta}{\cos \lambda} \quad \dots (8)$$

இவ்வாறு  $\alpha$  பெறப்படுகிறது.

எனவே  $\phi$  ஓடு  $(\alpha, \lambda)$  கொடுக்கப்பட்டால்  $(\alpha, \delta)$  உம், மற்ற தரிசுபாகவும்,  $\omega$  ஓடு  $(\alpha, \delta)$  கொடுக்கப்பட்டால்  $(\lambda, \beta)$  உம் மற்ற தரிசுபாகவும், கணிக்கும் முறைகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

$\triangle ZPS$ ;  $\triangle KPS$  என்ற கோண முக்கோணங்கள் தமக்கு உதாரணம் இருத்தன.

(v) மேலும், சிறப்பாக, (iii), (iv) க்கு காட்டிய முறைகள் அதிர்வலைப் பொருத்தவழியில் மிக்க பயனுண்டாயின. படம் 8-8-8-1 (v) காண்க. ஏனெனில், அதிர்வலை, தன் பாதையில், செல்லும்போது  $\beta = 0$ , அதாவது அதிர்வலையின் அலைவெண் எப்போதும் பூச்சியம்.

எனவே படம் 8-8-8-1 (v) இல்

$YM$ —வான நடுவரை

$YS$ —அதிர்வலைப் பாதை

$S$ —அதிர்வலை

எனக்கொண்டால்,

$\triangle YSM$  க்கு,

$\angle SML = 90^\circ$  ஆகும்.



படம் 8-8-8-1 (v).

ஏனெனில்  $SM$  என்பது கதிரவனின் தடுவரை விவக்கவட்டம், தடுவரைக்குச் செங்குத்து வட்டமானதும்,

$\gamma S = \alpha =$  கதிரவனின் தொடர்பு.

$\gamma M = \alpha =$  கதிரவனின் வரைதளம்

$SM = \theta =$  கதிரவனின் தடுவரை விவக்கம்,

$\therefore$  தொடர்பு விதிப்படி,

$$\sin(\theta - \alpha) = \cos \alpha \cos \theta$$

$$\therefore \cos \alpha = \cos \alpha \cos \theta \quad \dots (8)$$

மேலும்,  $\sin(\theta - \alpha) = \tan \alpha \tan(\theta - \alpha)$ ,

$$\therefore \cos \alpha = \tan \alpha \cot \alpha$$

$$\therefore \tan \alpha = \cos \alpha \tan \theta \quad \dots (10)$$

மேலும்  $\sin \theta = \cos(\theta - \alpha) \cos(\theta - \alpha)$

$$\therefore \sin \theta = \sin \alpha \sin \alpha \quad \dots (11)$$

( $\alpha, \theta$ ) தெரிந்தால் (8) இன் வழியாக,  $\alpha$  அறியலாம்;

$\alpha$  தெரிந்தால் (10), (11) இன் வழியாக ( $\alpha, \theta$ ) அறியலாம்.

மற்றும்  $\sin \alpha = \tan \theta \tan(\theta - \alpha)$ ,

$$= \tan \theta \cot \alpha.$$

$$\therefore \tan \alpha = \frac{\tan \theta}{\sin \alpha} \text{ என்ற தொடர்பு கிடைக்கிறது.}$$

(vi) கதிரவனின் தொடர்பு, வரைதளங்களில் சிறு உயர்வு - குறைவுகளின் தொடர்பு.

(10) இன் படி,

$$\tan \alpha = \cos \alpha \tan \theta$$

$\therefore$  வரைதளம் கணித முறைப்படி,

$$\sec^2 \alpha \Delta \alpha = \cos \alpha + \sec^2 \alpha \Delta \alpha$$

$$\therefore \Delta \alpha = \frac{\cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^3 \alpha} \Delta \alpha$$

$$= \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha} \Delta \alpha \quad (8) \text{ன் படி.}$$

குறிப்பு: கதிரவன் தன் பாதையில் சிறிது நகர்ந்து, அதன் தொடர்பு  $\Delta \alpha$  அளவு மாற்றம் அப்போது, கதிரவனின் வரை

ஏதும் ஏதத்தாழ  $\frac{\cos \alpha}{\cos^2 \beta}$   $\Delta$  லையும் எனக் கணிக்கலாம். இது பின்னர் பயன்படுத்தப்படுவதைக் காண்க.

3.9. சத்திரன் : தற்காலிகமாக, சத்திரனைப்பற்றிய பின்வரும் உண்மைகளை ஏற்போம். பின்னர் சத்திரனைப்பற்றிய தனிப்பகுதியில் விவரமாகவும் துணுக்கமாகவும் காண்போம்.

(பகுதி 11 காண்க).

1. சத்திரன் பாதை, ஏதத்தாழ கதிரவன் பாதையோடு ஒழுக்கி விடுக்கிறதெனக் கொள்ளலாம்.

2. சத்திரன் அப்பாதையில் விண்மீன்கள் பின்னணிയിல், மண்ணுலகத்தை ஒரு மூலுக்கற்று சுற்றிவர  $27\frac{1}{2}$  நாட்களாகிறது. எனவே சத்திரனின் தனிக்கோண வேகம் (absolute angular velocity) நான்கு  $\frac{360^\circ}{27\frac{1}{2}} = 13^\circ 2$ .

3. கதிரவன் ஓராண்டில், விண்மீன் பின்னணிமீல், மண்ணுலகத்தை ஒரு மூலுக்கற்று சுற்றி வருகிறது. எனவே கதிரவனின் தனிக்கோண வேகம் நான்கு

$$\frac{360^\circ}{365} = 1^\circ \text{ (ஏதத்தாழ).}$$

4. கதிரவனும் சத்திரனும், கதிரவன் பாதையில் ஒரே திசையில் (இடஞ்சுழியாகச்) செல்கின்றன.

5. எனவே நான்குநாள், சத்திரன் கதிரவனை, பொதுப் பாதையில்  $13^\circ 2$  முத்துகிறது. [அதாவது கதிரவனை வெட்டி, சத்திரனின் திசை வேகம்  $13^\circ 2$  (Velocity of the Moon relative to the Sun); எனவே மணிக்கு மணி (hour by hour) சத்திரன் கதிரவனை  $\frac{13^\circ 2}{24}$  அல்லது நேராவமாக  $1^\circ = 30'$  முத்துகிறது.

6. கதிரவனும், சத்திரனும், பொதுப் பாதையில் (வான கோளத்தின் மேல்) ஒரே இடத்தில் இருக்கும்போது, அவ்விடங்களும் இணைவு நிலையில் உட்களன (in conjunction) எனப்படும். அப்போது, அவ்விடங்கள் விண் தொடரங்களுக்கும் (Celestial Longitudes) சமம்.

7. இணைவு நிலையிலிருந்து, கதிரவனுக்கும் சத்திரனுக்கும் இடைப்படும் தூரம் நான்குநாள்  $13^\circ 2$  விருதியாகி (அவற்றின் விண் தொடரங்கு வேறுபாடு) அத்தூரம்  $180^\circ$  ஆக  $\frac{180^\circ}{13^\circ 2}$  14.76 நாட்கள் ஆகிறது. அப்போது, கதிரவனும் சத்திரனும் நேரெதிர் நிலையில் உட்களன (in opposition) எனப்படும்.

6. இரண்டி நிலையில் ஆள்களையும் (New Moon) தேசெதிர் நிலையில் ஓரமுதியமும் (பெரீட்டி. Full Moon) ஏற்படுகின்றன.

குறிப்பு: ■ இருட்டு. □ வெளிச்சம் }



வானகோளம் (அமாவாசை)



9. சந்திரன் வயது (Moon's age):— அமரகானசக்துப் பின்பு  $x$  நாட்கள் கழித்து, சந்திரன் வயது  $x$  நாட்கள் எனப்படும். அன்று கதிரவனுக்கும் சந்திரனுக்கும் இடைப் பட்ட தூரம் =  $x \times 12^\circ.2$  ஆகும்.

எனவே, அன்று கதிரவனின் வின் தொட்டாக்கு  $0$  ஆனால், சந்திரனின் வின் தொட்டாக்கு  $0 + x \times 12^\circ.2$ .

10. சந்திரன் வயது  $14.75$  ஆனால் சந்திரனுக்கும் கதிரவனுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம்,

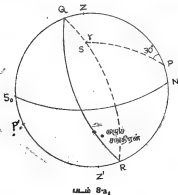
$$14.75 \times 12.2 = 179.75 \sim 180^\circ$$

(தேரெதிர் திசை—முழு மதிவம்).

எடுத்துக்காட்டுகள் :

3. a. வான கோளத்தில் சந்திரன், கதிரவன், வின் பிள்கள் இடங்குறித்தல் :

மண்ணுலகில் ஒரு குறிப்பிட்ட மண்ணுலக அகலங்குள்ள இடத்தில் (Terrestrial latitude), ஒரு குறிப்பிட்ட தேரத்தில் தேவைப்படும் ஆயத்தொலைகளை கொடுக்கப்பட்டால், தோராயமாக, வின் பொருள்களின் இடங்குறிக்கணாம். இம்முறைகளைப் பார்ப்போம்:





3. ex. எ. கர. 1. சென்னையில் வட ஆகலங்கு  $13^\circ$ , மார்க்க 21ம் நாள்ன்று, மீத்பகல் 2 மணிக்கு, கதிரவன் இடங்குறிக்க. அன்று முழுச்சத்திரன் தானாகும். சத்திரன் இடங்குறிக்க.

காசித்திரன் தளம் உச்சி வட்ட தளமெனக் கொள்க. வானக் கோளம் வரைத்து,  $S_0, N, Z, Z'$  இடங்குறிக்க.

(படம் 3. ex.)  $P$  வடதுருவமானது  $NP = 18^\circ$ .

(வடதுருவத்தின் ஏற்றம் = இடத்தின் அகலங்கு)

கோள மையம்  $O$  வழியாக  $PP'$  வரைத்தால்  $P'$  தென் துருவம்.  $PP'$ க்கு  $\perp$  ஆன பெருவட்டம் வான நடுவரை  $QR$ .

1 இ—படம் 3. ex. 5 இம் பக்கம் பார்க்கவும்.

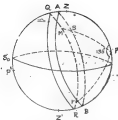
மீத்பகல் 2 மணி ஆகலின், கதிரவன் உச்சி வட்டது நேரக் கோணம்  $30^\circ$ , மேற்கு  $Z'PS = 50^\circ$ ; மார்க்க 21ம் நாள்நாடிகின்  $S$  (கதிரவன்) நடுவரை மேலிருக்கும். எனவே  $S$  என்ற புள்ளி கதிரவனின் இடங்குறிக்கும். அன்று கதிரவனின்வல ஏற்றம் =  $0^\circ$

∴  $\gamma$  ம் ம் ஒரே புள்ளியாகும்.  $\gamma$  னிலிருந்து, நடுவரையின் மேல்  $180^\circ$  தகனி = இட இருக்கும்.

அன்று முழுச்சத்திரன் தானாகவாக கதிரவனுக்கும் சத்திரனுக்கும் கதிரவன் பாதையில் உள்ள இடைவெளி  $150^\circ$ , அதாவது எதிர்சித்திரை நிலை. இப்போது கதிரவன்  $\gamma$  ம் இருக்கிறது. கதிரவன் பாதையில்  $\gamma$  னிலிருந்து  $180^\circ$  உள்ள புள்ளி  $\pi$ ; இதுவும் ஒரு நடுவரைப் புள்ளியாதலால்,  $\pi$  இடங்குறிக்கப்பட்ட இடத்தில் சத்திரன் இருக்கும்.  $\gamma, \pi$  வழியாக  $QR$ க்கு  $55\frac{1}{2}^\circ$  காலவிக் கதிரவன் பாதை இருக்கும். படத்தில் காட்டப்படவில்லை.

3. ex. எ. கர. 2:  $30^\circ$  வட ஆகலங்கு உள்ள இடத்திலிருந்து நேரம் 9 மணிக்கு  $\gamma$  னின் இடங்குறிக்க. அப்போது ( $\alpha = 35^\circ$ ;  $\delta = 15^\circ$ ) என்ற விண்ணின் இடங்குறிக்க.

வான கோளம் வரைத்து  $NS_0, Z, Z'$  இடங்குறிக்க.  $NP = 30^\circ$  என்ற முறையில்  $P$  வட துருவத்தைக் குறிக்கும்; நேரேதிர் புள்ளி ( $O$  வழியாக)  $P'$  தென் துருவத்தைக் குறிக்கும்.  $PP'$ க்கு  $\perp$  ஆன வான கோளத்தை வெட்டும் பெருவட்டம்  $QR$  என்ற நடுவரையைக் காட்டும். மீள் வழி நேரம் 9 மணிவா தலால் நடுவரையின் மேற்குப் புறத்தில்  $ZPY = 155^\circ$  என்ற கணக்கில்  $\gamma$  இருக்கும்.  $\gamma$  நடுவரையின் மேலுள்ளது. விண்ணின்  $\alpha = 35^\circ$  ஆனதால்  $\gamma M = 35^\circ$  என இடஞ்சுழியாக, நடுவரையின் மேல்  $M$  என்ற புள்ளி



படம் 8-a,

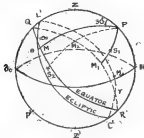
கொண்டால்,  $PM$  என்ற பெருவட்டம்  $S$ ன் தடுவணைவிக்கை வட்டமாகும்.  $S$ ன் தடுவணை விக்கை  $18^\circ$  வடக்காதலின்,  $QR$ க்கு இரண்டாவது,  $QR$ க்கு வடக்கே  $18^\circ$  தூரத்தில் ஒரு சிறுவட்டம்  $AB$  வரைத்தால்,  $AB$  என்பது அக்வினேயின் தினசரிப் பாதையாகும்.  $AB$ ய்,  $PM$ ய் தடுவணைக்கு மேற்கும் பிறத்தில்  $S$  என்ற இடத்தில் வெட்டட்டும்.  $S$  என்பது அப்போது விண்மீனின் இடமாகும்.

3-a, எ-கா-3:  $45^\circ$  வட அகலங்களுள்ள ஓரிடத்தில் அக்ளோபர் மாடம்  $18$  மீ தாள் மூற்பகல்  $10$  மணி; அன்று சத்திரன் வயது  $18$  தாள்;  $S_1$  விண்மீன் ( $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $\delta_1 = 15^\circ$  வடக்கு)  $S_2$  விண்மீன் ( $\alpha_2 = 100^\circ$ ,  $\delta_2 = 25^\circ$  தெற்கு); வான கோளம் வரைத்து, கதிரவன், சத்திரன்,  $S_1$ ,  $S_2$  இடங்குறித்துக் காட்டுக.

வான கோளம் வரைத்து  $N, S, Z, Z'$  இடங்குறிக்க. படம் (8-a)  $NP = 45^\circ$  என்றவகையில்  $P$  இடங்குறிக்க.  $P$  வட்டவருவம்; வாய் வழியாக  $P$ ன் எதிர்புள்ளி  $P'$  தென்னுருவம்.  $PP'$ க்குச் செங்குத்தான தளம், வான கோளத்தை வெட்டட்டும்; அங்வேட்டு மூலம்  $QR$ . என்ற தடுவணை. கதிரவன் கிழக்கு தோக் கோணம்  $30^\circ$ ; ஏனெனில் தோம் காலை  $10$  மணி; உச்சிக்கு இரண்டு மணி மூன்றதாக; எனவே,  $ZPM = 80^\circ$  என வரைத்தால்  $PM$  அப்போது கதிரவன் தடுவணை விக்கை வட்டம். தெறி, அக்ளோபர்  $18$ ; எனவே செட்டெம்பர்  $23$ க்கும் பின்பு  $20$ தாள், எனவே கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறத்தாழ  $150^\circ + 20^\circ = 200^\circ$ .

எனவே,  $M$ விருத்து வயதுகழியாக  $MQY = 200^\circ$  எடுத்து  $Y$ ஐ  $QR$ ன் மேல் இடங்குறிக்க. ( $QY = 170^\circ$ )  $Y$  விருத்து தடுவணைத் தளத்திற்கு  $28^\circ$  சாய்வில் தளம் எடுத்து, அத்தளம், வான

கோளத்தை  $C'L'$  என்ற பெரு வட்டத்தில் வெட்டட்டும், அப்போது  $C'YL'$  ஓர் அப்பது அதிரவன் பாதை.



படம் 8-3,

பின்னூதியு : அதிரவன்  $\gamma$  வைக் கடக்கும்போது, நடுவரைவின் தெற்கிலிருந்து வடக்கே போகிறது;  $\omega$  வைக் கடக்கும்போது நடுவரைவிலே வடக்கிலிருந்து தெற்கே போகிறது. இந்த அடிப் படைபைப் பயன்படுத்தி  $\gamma$ ,  $\omega$  வழியாக,  $28\frac{1}{2}^\circ$  எல்லை, அதிரவன் பாதை வரையவேண்டும்.

அதிரவன் பாதையும் அதிரவன் நடுவரை விலக்க வட்டமாகிய  $PM$  உம்  $\omega$  இல் வெட்டட்டும். அப்போது  $\omega$  என்ற புள்ளியில் அதிரவன் இடம் குறிக்கப்படுகிறது. அன்று சந்திரன் வயது 15 நாள்; எனவே, அதிரவனிலிருந்து இடஞ்சுழியாகக் அதிரவன் பாதையோல், சந்திரனின் தூரம் =  $18 \times 18^\circ.2 = 219^\circ.6$ . எனவே விருந்து இடஞ்சுழியாக  $\omega C'YM'$  =  $219^\circ.6$  எனக் கொண்டு சந்திரன் இடம்  $M'$  எனக் குறிக்க.

$S_1$  இடங்குறித்தல் :  $S_1$  இன்  $\alpha = 45^\circ$ ; எனவே  $\gamma$  விலிருந்து இடஞ்சுழியாக  $QR$  இன்மேல்  $\gamma M_1 = 45^\circ$  எடுத்து,  $PM$ , என்ற பெருவட்டம் வரைக.  $M$ ,  $P$  இன் மேல்  $M_1S_1 = 15^\circ$  என அளந்து  $S_1$  இடங்குறிக்கவும்.  $S_1$  இவ்வாறு இடங்குறிக்கப்பட்டது.

$S_2$  இடங்குறித்தல் :  $S_2$  இன்  $\alpha = 100^\circ$ ; எனவே  $\gamma$  விலிருந்து இடஞ்சுழியாக  $QR$  இன் மேல்  $\gamma M_2 = 100^\circ$  எடுத்து,  $PM$ , என்ற பெருவட்டம் வரைக.  $PM$  இ நீட்டி,  $M_2S_2 = 25^\circ$  எனத் தெற்குப் பக்கம் அளந்து  $S_2$  இடம் குறிக்கவும்.  $S_2$  இவ்வாறு இடம் குறிக்கப்படுகிறது.

$M_1$ ம்  $M_2$ ம் மேற்குப் பக்கம் இருப்பதையும், அதன் கரணமாக  $S_1$ ம்,  $S_2$ ம் மேற்குப் பக்கம் இருப்பதையும் கவனிக்கவும்.

சீர்துதிப்பு III காண்க. மண்ணுலகத் தென் அகலங்கு பெற்ற இடங்களில் வானகோளம் வரைதல் காட்டப்பெட்டிருக்கிறது.

### பயிற்சி 3

1. மண்ணுலக நடுவரைவிலிருந்து, ஒரு செங்குத்துப்பெறு வட்டவழியாக ஒருவர் 400 கிலோமீட்டர் செல்கிறார். அவன் சேரும் இடத்தின் அகலங்கு காண்க. (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 6,400 கி. மீட்டரெனக் கொள்க).

2. ஒருவர் மண்ணுலக நடுவரைவிலிருந்து ஒரு பெருவட்ட வழியாக  $10^\circ$  வடக்கு அகலங்குள்ள ஓர் இடத்திற்குச் செல்கிறார். அவன் சென்ற தூரத்தைக் கிலோமீட்டரில் கணக்கிடுக. (மண்ணுலக அரைவிட்டம் 6400 கிலோமீட்டரெனக் கொள்க.)

3. ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் 81 ம. 18 நி. 58 செ.; அப்போது மீள்வழிதேரம் 5 ம. 58 நி. 45 செ. ஆனால் விண்மீனின் தேரக் கோணம் காண்க. (செப். '80).

4. ஒரு விண்மீனின் வல ஏற்றம் அதன் விண் அகலங்குக்குச் சமமானால், அதன் நடுவரை விலக்கமும் விண் நெட்டாங்கும் சமம் என நிறுவுக. (செப். '80)

5. ஜூன் முதல் தான் விண்மீன் 'வீகா' (vega) உச்சி கடக்கும் மீள்வழி தேரம் 18 ம. 38 நி. 40 செ. எனவும், அடுத்த தான் உச்சி கடக்கும் தேரம் 18 ம. 38 நி. 55 செ. எனவும் மீள் வழிக் கடிதாரம் கொண்டு கணிக்கப்படுகிறது. அதே கடிதாரப்படி, ஜூன் 4ம் தான் மற்றொரு விண்மீன் உச்சி கடக்கும் தேரம் 14 ம. 11 நி. 10 செ. எனத் தெரிகிறது. 'வீகா'வின் வல ஏற்றம் 18 ம. 34 நி. 31 செ. ஆனால், இரண்டாவது விண்மீனின் சரியான வல ஏற்றம் கணக்கிடுக.

(கடிதாரம் நிலையான விகிதத்தில் மொழப்பெட்டிருக்கிறது)

(செப். '88)

6. 9° அகலங்கு உள்ள ஓர் இடத்தில் 5 மீட்டர் உயரமான ஒரு சுலர், தெற்கு மேற்கே 6'ம் உள்ளது. ஒரு சம இரவு தானத்து, அச்சுவரின் நிழல் 5 மீ 20 செ மீ 5 அளவிற்கு மென நிறுவுக. (செப். '89.)

7. ஒரு விண்மீனின் கிழக்கு நேரக் கோணம் 2ம. 51தி. 20செ. அச்சமையம் மீள்வழி நேரம் 4ம. 17தி. 20செ. அங் விண்மீனின் வல ஏற்றம் காண்க.

8. ஒரு விண்மீனின் கிழக்கு நேரக் கோணம்  $95^{\circ} 11' 15''$ ; அதன் வல ஏற்றம் 21 ம. 9 தி. 23 செ; அப்போது விண்மீன் நேரம் 14 ம. 36 தி. 38 செ. என நிறுவுக. (செப். '68).

9. 10 ம. 30 தி. வலஏற்றமுள்ள ஒரு விண்மீன் ஜூன் 22-ம் தாளன்று எப்போது உச்சி கடக்கும்? (செப். '65)

10. கீழே குறிப்பிட்ட தேதிகளில் கதிரவனின் வல ஏற்றத்தைத் தோராயமாகக் காணக்கிடுக.

(1) ஜனவரி முதல் நாள்;

(2) ஜூன் முதல் நாள்.

(3) ஜூன் மூன்றாம் நாள்;

(4) ஏப்ரல் 18ம் நாள்.

11. பின் கொடுக்கப்பட்ட நிலைகளில், கதிரவன் சந்திர ஐண்டயதான தெட்டங்குகள் காண்க: (i) மார்ச்சு 21ம் நாள்; சந்திரன் வயது 8 நாள். (ii) அக்டோபர் 22ம் நாள்; சந்திரன் வயது 18 நாள்.

12. மண்ணுலக நடுவரை மேலுள்ள ஓர் இடத்தில் மீள்வழித் தடையார் 6 மணி கடக்கும்போது,  $80^{\circ}$  வல ஏற்றம்,  $15'$  வடக்கு நடுவரை விசக்கம் உள்ள ஒரு விண்மீனின் இடம் வான கோளத்தில் குறிக்க. அப்போது அங்விண்மீனின் உச்சி தூரமும், தொடுவான தூரமும் காணக்கிடுக.

13. மண்ணுலக அகலங்கு  $30^{\circ}$  உள்ள ஓர் இடத்தில் (a) மீள்வழி மணி 20க்கு  $\gamma$  ன் இடத்தை வான கோளத்தில் குறிப்பிடுக; (b)  $\gamma$  உச்சி கடக்கும் சமயம்,  $\alpha = 50^{\circ}$ ;  $\delta = 15^{\circ}$  தெற்கு உள்ள விண்மீனின் நேரக் கோணம் என்ன? அப்போது அங்விண்மீனின் உச்சி தூரமும் காண்க.

14. சென்னைவில் வட அகலங்கு  $18^{\circ}$  வானவோளம் வரைந்து பின்வருவனவற்றை இட்குறிக்க. (i) ஏப்ரல் 10 நாள், காலை 8 மணிக்குக் கதிரவன் இடம் (ii) அன்று 5 நாள் வயதுள்ள சந்திரனின் இடம்; (iii)  $\alpha = 40^{\circ}$ ;  $\delta = 15^{\circ}$  வடக்கு உள்ள விண்மீன்; (iv)  $\alpha = 120^{\circ}$ ,  $\delta = 15^{\circ}$  தெற்கு உள்ள விண்மீன்.

15. கதிரவனின் வல ஏற்றம்  $\alpha$ ; வான தெட்டங்கு  $\theta$ ; w கதிரவன் பாதைச் சான்று; அப்போது,

$$\sin(\alpha - \theta) = -\tan^w \sin(\alpha + \theta) \text{ என நிறுவுக.}$$

16. கதிரவன் யாதத, தொடுவானத்தோடு இணையும் இடத்திற்குரிய அகலங்கு காண்க.

17. ஊர்ப்புயோயுது (மீன்வழி நேரம்) 8 மணி; அப்போது  $22^{\circ} 35'$  வடக்கு அகலங்கு உள்ள இடத்தில், கதிரவன் யாததைய வான கோளத்தில் வரைத்து காட்டுக. கதிரவனின் வரைத்தம் அப்போது 8 மணியானும், கதிரவனை அங்மன கோளத்தில் இடங்குறிக்க. (செப், '62)

18.  $18^{\circ}$  வட அகலங்கு உள்ள இடத்தில் உள்ள ஒரு காட்சி யானது வான கோளம் வரைக. ஏப்ரல் 10 ஆம் நாள் இரவு 8 மணிக்கு, கதிரவன் இருக்கும் இடத்தைக் குறிக்க. அன்று சத்திரன் வயது 8 நாட்கள், சத்திரனையும் ஒரு விண்மீனையும் ( $\alpha = 16^{\text{மீ.}} 25^{\text{வி.}}, \delta = 15^{\circ} 17'$  தெற்கு) இடம் குறிக்க. (செப், '66)

19. இரு விண்மீன்கள் ( $\alpha_1, \delta_1$ ), ( $\alpha_2, \delta_2$ ) ஒரே விண் தெட்டாக்கு பெற்றவை. கதிரவன் யாததச் சங்கு  $\omega$ ;  $\sin(\alpha_1 - \alpha_2) = \tan \omega (\cos \alpha_1 \tan \delta_2 - \cos \alpha_2 \tan \delta_1)$  என நிறுவுக.

20. தெற்கு அகலங்கு  $80^{\circ}$  இலுள்ள ஓரிடத்தில் வான கோளம் வரைத்து, மீன்வழி 9 மணிக்கு,  $\gamma$ ன் இடமும்  $\alpha$  இன் இடமும் குறிக்க. விண்மீன் ( $\alpha = 80^{\circ}$ ,  $\delta = 80^{\circ}$  வடக்கு) இடம் குறிக்க.

## 4. மண்ணுலக தினசரி இயக்கம்— வான்பொருள்கள் உதயம், மறைவு— சார்ந்த செய்திகள்

(Diurnal Motion of the Earth—The Rising and Setting  
of Celestial Bodies—Related facts)

4.0 மண்ணுலக தினசரி இயக்கத்தின் விளைவாக, வான் பொருள்கள் உதயமாகி மறைவது போன்ற தோற்றங்கள் ஏற்படுகின்றனவென நாம் பார்த்தோம். அந்த விதமாக, உதயமாகி, மறையும் தோற்றங்களோடு சாந்து பெற்ற சில செய்திகளை இப்போது பார்ப்போம்.

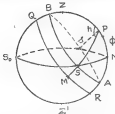
ஒரு விண்மீன் அல்லது கதிரவன் உதயமாகும் சமயமும், மறையும் சமயமும், தொடுவானத்தில் உதயமாகும் இடங்களும், மறையும் இடங்களும், தொடுவானத்தின் மேற்பகுதியில் நமக்குக் காட்சியளிக்கும் காலமும், கீழ்ப்பகுதியில் காட்சிக்கு மறைந்திருக்கும் காலமும், நாம் வானியல் மூளைப்படி கணிக்கலாம்.

### 4.1. உதயமும் மறைவும் (Rising and Setting)

ஒரு தெரிந்த விண்மீன் என்று குறிப்பிடும்போது, அதன் மாறு ஆயத்தொலைகளான, வல ஏற்றமும் (α) நடுவரை விலக்கமும் (δ) நமக்குத் தெரிந்தவை எனப் பொருள்படும். ஆய்வாரே கதிரவனைப் பற்றியுள்ளும், இவ்வாயத்தொலைகள் யாவும் ஆண்டுதோறும் வெவ்வேறும் மாறாயிப் பஞ்சாங்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. ஆய்வாயத் தொலைகளின் மாற்றங்கள் சீராக இருப்பின் மாறும் விகிதங்களும் விவிலக அப்பஞ்சாங்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன; சீராக இல்லாவிட்டால் சராசரி மாற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும். வானியல் ஆய்வுக்குரிய மீன்வழிக் காலம்மாட்டும் அடிசாரம் எப்போதும் நம்மிடம் காலக்காட்டத் தயாராக இருக்கிறதெனவே நாம் கொள்கிறோம். நாம் இருக்குமிடத்தின் அகலங்கு, ϕ-ன் மதிப்பும் நமக்குத் தெரியும்.

4.1.1. தெரிந்த விண்மீனின் ( $\delta$ ,  $\epsilon$ ) உதயகோணம் குறையின் அறிதல் :

எனவே  $h$  படத்தில் (4.1.1) எழுத்துக்கள் மரபாகக் குறிக்கும் புள்ளிகள்.  $AB$  என்பது  $S$  என்ற ஒரு விண்மீனின் திசைநிழலாகத், ஆம்விண்மீன்  $S$  என்ற இடத்தில் தொடுவானத்திற்கு வரும்போது உதயமாகிறது. அப்போது அதன் நேரக்கோணம்  $ZPS = h$  (அழகு நேரக் கோணம்) எனக் கொள்வோம்.



படம் 4.1.1

$$SP = 90 - \epsilon ; NS = A \text{ (அடிவான தூரம்)} ;$$

$$NP = \phi ; \angle NPS = 180 - h ;$$

$\angle PNS = 90^\circ ; \angle PSN = \epsilon$  (தொடுவானத்திற்கும் நடுவரை விலக்க எட்டத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்.)

எனவே, செங்கோண கோண முக்கோணம்  $PNS$ ல், நேர்மயை விதிப்படி,

$$\sin (h - 90) = \tan \phi \tan \epsilon$$

$$\text{ஆகவே} \quad \cos h = - \tan \phi \tan \epsilon \quad \dots (1)$$

$$\text{மேலும்} \quad \sin \delta = \cos A \cos \phi \quad \dots (2)$$

எனவே உதிக் கும் சமயத்தில் விண்மீனின் நேரக்கோணம்

$$h = \cos^{-1} (- \tan \phi \tan \epsilon).$$

எனவே,  $h$  ன் மதிப்பைப் பரவககளில் அறிவோம்.

$$l = \alpha - h \text{ என்ற வரம்பாட்டின்படி,}$$

$$\alpha \text{ என்பது மணி நேரத்தில் கொடுக்கப்பட்டால்,}$$

$$S \text{ உதிக் கும் மீள்வழி நேரம்} = \left( \alpha - \frac{h}{15} \right) \text{ மணி} \quad \dots (3)$$



உதிக்ரும் இடத்தின் அடிவான தூரம்

$$\begin{aligned} A &= \cos^{-1} \left( \frac{\sin \theta}{\cos \phi} \right) \\ &= \cos^{-1} (\sin \theta \sec \phi) \end{aligned} \quad \dots (4)$$

$\phi, \theta$  மூன்றும் நமக்குத் தெரியாதவின்  $S$  என்ற விண்மீன் உதிக்ரும் மீன்வழி நேரமும், அது உதயமாலும் தொடுகலாப் புள்ளியின் அடிவான தூரமும் கிடைக்கிறது. (அடிவானதூரம்  $N$  இல் இருந்து கணக்கிடப்படுகிறது.)

குறிப்பு (1):  $\triangle PZS$  கொண்டும், உதயமாலும் போதுள்ள  $h, A$  இரண்டையும் கணிக்கலாம்.

$$ZS = 90^\circ; SP = 90 - \theta; PZ = 90 - \phi.$$

$$\angle ZSP = 90 - \theta; \angle SPZ = h; \angle SPZ = A.$$

$$\cos ZS = \cos SP \cos PZ + \sin SP \sin PZ \cos ZPS$$

$$\cos 90^\circ = \sin \theta \sin \phi + \cos \theta \cos \phi \cos h$$

$$\therefore \cos h = -\tan \phi \tan \theta \quad (5) \text{—இது மூன் பெற்ற, (1)}$$

இம்முறையில்  $A$  கணிப்பதைப் பயிற்சியாகக் கொள்க.

$90^\circ$  வேண்டுமானாலும் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

$$\sin \theta = \sin \phi \sec \theta \text{ எனப்பெறலாம்.}$$

குறிப்பு (2):  $ZS = 90^\circ$  ஆகையால் 1.688 இல் கொடுக்கப் பட்ட நேர்பீயர் விதிகளைப் பயன்படுத்தி,  $h, A$  இரண்டையும் கணிக்கலாம், பயிற்சியாகக் கொள்க.

4.1-2. கிளைத்தேற்றங்கள்: (1) விண்மீன் மறைபுமிடம் படம் 4.11 இல்  $s$  எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. விண்மீன் மேற்குப் புறம் தொடுவானத்தைத் தொட்டு, பின்னர் தொடுவானத்திற்குக் கீழே மறைந்துவிடுகிறது. எனவே தொடுவானத்திற்கு மேல், அய்விண்மீன்  $SBS$  என்ற பாகைப்பகுதியில் நமக்குத் தெரியும்;  $sAS$  என்ற பாகைப் பகுதியில் நமக்குத் தெரியாது மறைந்து விடும்.

$$\triangle PSN = \triangle PSN$$

எனவே  $ZP_s = h$  ஆகும். ஆக, விண்மீன் மறையும்போதுள்ள ஆரன் நேரக்கோணம்  $h$  ஓ ஆகும்; அதாவது ஒழுவிண்மீன் உதய மாலும்போதும், மறையும்போதுமுள்ள நேரக்கோணங்கள் சமம், உதயமாகி,  $B$  என்ற புள்ளியில் உச்சி கடக்கும்வரை உள்ள நேரம்  $\frac{h}{15}$  மணிகள்; உச்சி கடந்து  $s$  கி மறையும்வரை உள்ள

தேரம்  $\frac{h}{15}$  மணிகள். எனவே, இயின்னியின் தொடுவானத்திற்கு மேல் உள்ள மொத்த தேரம்  $\frac{2h}{15}$  மணிகள் ; தொடுவானத்திற்கு கீழ் மறைத்திருக்கும் தேரம்  $84 - \frac{2h}{15}$  மணிகள். மணி என்பது மின்வழி மணிவைக் குறிக்கிறது.

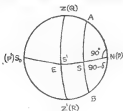
(2) விண்மீன் பாதை நடுவரைக்குத் தெற்கே இருக்குமானால், அதன் நடுவரை விசைகம் 3, குறை மதிப்பு (negative) எனக்கொள்வது மரபு, அப்படிப்பட்ட விண்மீன் உதிக்கும் தேரமும்

$\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  எனவே பெறப்படும்.

ஆனால் இங்கு 3 குறை மதிப்புடையதாகிருக்கும்.

எனவே,  $\cos h = \tan \phi \tan \delta$  ; எனக்கொள்ளலாம்.

(3)  $\phi = 0$  — அதாவது மன்னார்குடி நடுவரை மேல் காட்சி விடம் உள்ளது. அங்கு வானகோணம், படம் 4.1.2இல் காண்க.



படம் 4.1.2

$N, S$ , ஒன்றையே  $P, P'$  ஒரு ஒழுங்குவகையும், குறைக்குது காட்டம்  $ZEZ'$  உம் வான நடுவரை  $QER$  உம் ஒழுங்குவகையும் காண்க.

உதவுகளும் சமன்பாட்டில், விண்மீனின் கிழக்கு தேரக்கோணம்

$$\begin{aligned} h &= \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta) \\ &= \cos^{-1} (0) \\ &= 90^\circ = 6 \text{ மணிகள்.} \end{aligned}$$

∴ விண்மீன் உதயமாகும் மீன்வழி நேரம்

$$t = (\alpha - \delta) \text{ மீன்வழி மணி.}$$

குறிப்பு (1).  $(\alpha - \delta)$  குறை பெண்ணுமின், 24 மணி சேர்த்து, மீன் மதிப்பை அளிக

எ. எ. :

$$\alpha = 2 \text{ மணிகள் } (= 90^\circ) \text{ ஆனால்,}$$

$$t = (2 - \delta)$$

$$= -4$$

$$= -4 + 24$$

$$= 20 \text{ மீன் வழி மணிவாகும்.}$$

இந்த விண்மீன் உதிக்கும் சமயத்தில் மேற்கு நேரக்கோணம்  $= 370^\circ$  அல்லது 19 மணிகள் என எடுத்துக்கொண்டால்,

$$t = \alpha + \text{மேற்கு நேரக்கோணம்.}$$

$$= (2 + 18) \text{ மணி}$$

$$= 20 \text{ மீன் வழி மணிபென நேரவுகாலமும் காணலாம்,}$$

குறிப்பு 2.  $\delta = 90^\circ$  அல்லது 6 மணிவாகும், விண்மீன் 12 மணி நேரம், தொடுவானத்திற்கு மேலும், 12 மணி நேரம் தொடுவானத்திற்குக் கீழும் இருக்கும் [கிடைத்தேற்றம் (1)]. எனவே  $\phi = 0$  அல்லாக்கிய, அதாவது உலக நடுவனரயிலுள்ள எல்லா இடங்களிலும், எப்போதும் எல்லா விண்மீன்களும் (கதிரவன் உட்பட) 12 மணிநேரம் தொடுவானத்திற்கு மேலும் 12 மணி நேரம் தொடுவானத்திற்குக் கீழும் இருக்கும்.

உதிக்கும்பிடம் :

$$A = \cos^{-1} (\sin \delta \sec \phi)$$

$$= \cos^{-1} (\sin \delta)$$

$$= \cos^{-1} [\cos (90 - \delta)]$$

$$= 90^\circ - \delta,$$

படத்தில் NS =  $90 - \delta$  என்பதைக் காண்க.

கி. நே (4).  $\phi \pm 0$ ;  $\delta = 0$  ஆனால், (அதாவது விண்மீனின் நடுவனர விக்கம் 0 ஆனால்) விண்மீன் பாதை கோள நடுவனர விண் மேலிருக்கும்.

அப்போதும்  $h = 90^\circ$  அல்லது ஆறு மணி,

ஆனால்  $A = 90^\circ$  ஆகவிரும்பும்.

இந்த விண்மீன் கிழக்குப்புகளிலில் உதிக்கும்.

குறிப்பு : எந்த அகலங்களில் காட்சி இடம் இருத்தபோதிலும் பூச்சிய நடுவரை விவக்கமும் விண்மீன்கள் வரவும் 12 மணி நேரம் தொடுவானத்தின்மேலும், 12 மணி நேரம் தொடுவானத்திற்கிலும் இருக்கும்.

கி. நே. (5). விண்மீனுக்கும் கண்ட வாக்பாடுகள் வாவற்றை புல் கதிரவனுக்கும் ஸயப்படுத்தினால், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குமேல் இருக்கும் காலமும் (அதாவது பகற்காலமும்) கீழிருக்கும் காலமும் (இரவுக்காலமும்) நாம் கணக்கிடலாம். இதற்குக் கதிரவன் நடுவரை விவக்கமும் வலவற்றமும், இடத்தின் அகலங்களும் தமக்குத் தெரிவவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக :  $\phi = 45^\circ$  என்ற இடத்தில், கதிரவன் கோண அடத்தின் மீன்மீனிருக்கும்போது,

$$\begin{aligned}\cos h &= -\tan 45^\circ \tan \alpha, \\ &= -\tan 25^\circ 27' \\ &= -.4887\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore h &= 180^\circ - 64^\circ 18' \\ &= 115^\circ 42'\end{aligned}$$

எனவே அந்தளில் (இரவு 22ம் நேரம்) அங்குமிடத்தில் பகல் நேரம்

$$= \frac{231.4}{15} \text{ மின்வழி மணி நேரம்.}$$

$$= 15 \text{ ம. } 25.6 \text{ நி. } "$$

$$\text{இரவு நேரம்} = 8 \text{ ம. } 34.4 \text{ நி. } "$$

உத்கும்போது மீன்மீன் நேரம்

$$= \frac{1}{15} (90^\circ - 115^\circ 42')$$

$$= -\frac{25.7}{15} \text{ மணி.}$$

$$= -1 \text{ ம. } 49.6 \text{ நி.}$$

$$\text{அதாவது விண்மீன் நேரம்} = -1 \text{ ம. } 49.6 \text{ நி. } + 24 \text{ ம.}$$

$$= 22 \text{ ம. } 17.2 \text{ நி.}$$

கி. நே. (6). இப்போது  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  என்ற வாக்பாட்டில்,  $\delta = 90^\circ - \phi$  என்ற வகையில் ஒருவிண்மீன் இருக்குமானால்,

$$\cos h = -1 \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

அப்போது  $h = 180^\circ$  அல்லது 12 மணி நேரம் எனவே, அங்குமிண்மீன் 24 மணி நேரமும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயேயிருக்கும்.

$$\begin{aligned} A &= \cos^{-1} (\sin \delta \sec \phi) \\ &= \cos^{-1} (\sin \delta \csc \delta) \\ &= \cos^{-1} (1) \\ &= 0 \end{aligned}$$

அக்வினரீன் உதிக்குமிடம்  $N$  என்ற வட்டங்களிலேவாகும். வட்டங்களில் உதித்து மறுபடியும் வட்டங்களிலேயே சாயும். அதன் பாதை எப்போதும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும். இது ஒரு மறைவா லின்ரீன் (circumpolar star) எனப்படும்.

கி. தே. 7 (a). மேலும்  $\cos h = -x < -1$  ஆகவிட்டால்,  $h$  இன் மதிப்பு கற்பனை மதிப்பாகும். அப்போது லின்ரீன் எப்போதும் மறைவாது தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும். மறைவா லின்ரீனாகும். இது எப்படி தேர்வாமெனக் கீழே குறிப்பு (1) காண்க.

கி. தே. 7 (b). அவ்வாறே, லின்ரீன் கடுவனருக்குக் கீழே விடுக்கு,  $\cos h = x > 1$  ஆகவிட்டால்,  $h$  இன் மதிப்பு கற்பனை மதிப்பாகும். அப்போது லின்ரீன் எப்போதும் மறைத்தே தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே இருக்கும். இது எப்போதும் உதியாத லின்ரீனாகும். இது எப்படி தேர்வாமெனக் கீழே குறிப்பு (2) காண்க.

குறிப்பு (1) எப்போதும் மண்ணுலக வட்டக் குகைக்கு  $\phi < 90^\circ$  என தங்குத்தெரியும்; மேலும்  $|\delta| < 90^\circ$  எனவும் தெரியும்.

$$-\tan \phi \tan \delta < -1 \text{ ஆகவிட்டால்,}$$

$\delta$  இன் மதிப்பு கூட்டு மதிப்பாகிடுக்கும்; ( $0 < \delta < 90^\circ$ ).

$$\tan \phi \tan \delta > 1 \text{ ஆகும்.}$$

$$\text{அப்போது } \tan \phi > \cot \delta$$

$$\text{அதாவது } \tan \phi < \tan (90 - \delta).$$

$$\text{அதாவது } \phi + \delta > 90^\circ.$$

குறிப்பு (2)

$$-\tan \phi \tan \delta > 1 \text{ ஆகின்,}$$

$\delta$  இன் மதிப்பு குறை மதிப்பாகிடுக்கும்; ( $0 < |\delta| < 90^\circ$ )

அப்போது  $\delta = -\delta^1$  எனக் கொள்க; ( $0 < \delta^1 < 90^\circ$ ).

இக்கு  $\delta^1$  கூட்டு மதிப்புடையது.

$$\text{அப்போது } \tan \phi \tan \delta^1 > 1 \text{ ஆகும்.}$$

முன்னர் குறிப்பு (1)ல் கண்டபடியே  $\phi + \delta^1 > 90^\circ$  ஆகும்.

கி.தே. 8 (c).  $\phi$ -ஊடக்கு அகலங்கு:  $\delta$ -ஊடக்கு + :

$|\cos h^1| \leq 1$  எனக் கொள்வோம்.

அப்போது  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$ .

$\therefore$  குறை மதிப்பு.

$\therefore 90^\circ < h < 180^\circ$ .

$\therefore 180^\circ < h^1 < 880^\circ$

$\therefore 12 \text{ மணி} < \frac{h^1}{15} < 34 \text{ மணி}.$

இந்த நிலையில் ஆங் லின்யீன் (அதிரவன் உட்பட) தொடுவானத்திற்கு மேல் 12 மணிக்கு அதிகமான காலமும் தொடுவானத்திற்குக் கீழே 12 மணிக்குக் குறைந்த காலமும் இருக்கும்.

$\phi + \delta = 90^\circ$  என்ற நிலையில்

$\cos h = -1$ ; 24 மணி நேரமும் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கும்.

(b)  $\delta = 0$  ஆயின், லின்யீன் தடுவரை மேலேயே செல்லும். தொடுவானத்திற்குமேல் 12 மணி நேரம் இருக்கும்; 12 மணி நேரம் கீழே மறைத்திருக்கும்.

(c)  $\delta < 0$  ஆயின், அதாவது லின்யீன் திசைநிர் பாதை தடுவரைக்குத் தெற்கேயிருப்பின்  $\cos h$  கூட்டு மதிப்பிற் பெறும்;  $\cos h$  கூட்டு மதிப்பு பெற்று  $\cos : < 1$  ஆனால்,

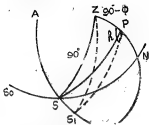
$0 < h < 90^\circ$ ;

$\therefore 0 < h < 180^\circ$ ;

ஆகவே லின்யீன் தொடுவானத்திற்குமேல் 12 மணிக்குக் குறைந்த காலம் இருக்கும்; 12 மணிக்கு அதிகப்பட்ட காலம் தொடுவானத்தின் கீழ் மறைத்து இருக்கும்.

4-2 : தொடுவானத்து அளவையில் தெரிந்த லின்யீன் ( $\phi, \delta$ ) ஒரு யிகச் சிறிய தூரம் உயர்ந்து தொடுவான அடைவதற்கு எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் :

படத்தில்  $S_0N$  தொடுவானம். லின்யீன் தன் பாதையில்  $S_1$  வந்து  $S$  வரை சென்று உதயமடை எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் காணவேண்டும். எடுத்துக் குறிகள் மரபுப்படி உள்ளன.



படம் 4-2

$\triangle ZPS_1$ ல்,

$$\cos ZS_1 = \cos Z \cos P \cos PS_1 + \sin Z \sin P \sin PS_1 \cos ZPS_1$$

$\therefore \cos z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h$ . இங்கு  $\phi, \delta$  மாநிலைகள்;  $z, h$  மாநிலைகள்; இது பக்கங்களுக்கும் 8-ஐ மூடி, வகை துன் கொடுக்கலாம் வகையில்,

$$-\sin z = -\cos \phi \cos \delta \sin h \frac{dh}{dx}$$

$$\therefore \frac{dh}{dx} = \frac{\sin z}{\cos \phi \cos \delta \sin h}$$

$$\therefore \Delta h = \frac{\sin z \Delta x}{\cos \phi \cos \delta \sin h} \quad (\text{எல்லாக் கோணங்களும்})$$

ஆகையால் அளவு (1).

எனவே, தொடுவானத்தின் அருகே விண்மீன் ஒரு சிறிய தூரம்  $\Delta x$  உயர்ந்து, தொடுவானத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $\Delta h$ , ஆகையால் அளவில் பெறப்படுகிறது. உயர் வேண்டிய தூரம்  $x'$  (விண்மீன்கள்).

$$\text{ஆனால் } \Delta x = \frac{x \times \pi}{60 \times 60 \times 180} \quad \text{ஆகையாலானாலும்.}$$

(1)படி,  $\Delta h$  (ஆகையால் அளவில்)

$$= \frac{\sin z \times x \times \pi}{60 \times 60 \times 180 \times \cos \phi \cos \delta \sin h}$$

இதை கால அளவிற்கு மாற்றினால்,  $x'$  உயர்வதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் கிடைக்கும்.

∴  $\triangle h$  (வினாடிகள் அளவில்)

$$= \frac{\sin z \times x \times \pi \times 160 \times 60 \times 60 \text{ வினாடிகள்}}{60 \times 60 \times 180 \cos \phi \cos \delta \sin h \times \pi \times 15}$$

$$= \frac{x \sin z}{15 \cos \phi \cos \delta \sin h} \text{ வினாடிகள்}$$

தொடுவானத்தருகில், உதயமாளும் சமயத்தில்  $z = 90^\circ$ ,  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  என தமக்குத் தெரியும். ஆகவே தொடுவானத்தருகே  $x''$  உயர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{x \sin 90^\circ}{15 \cos \phi \cos \delta \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi \sin^2 \delta}{\cos^2 \phi \cos^2 \delta}}} \text{ வினாடிகள்}$$

$$= \frac{x}{15 \sqrt{\cos^2 \phi \cos^2 \delta - \sin^2 \phi \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்.}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{16 \cos^2 \phi (1 - \sin^2 \delta) - (1 - \cos^2 \phi) \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்}$$

$$= \frac{x}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்.}$$

எனவே,  $x$  கோண விகிதங்களில் கொடுக்கப்பட்டால் விண்மீன் (அ,  $\delta$ ),  $\phi$  அகலங்களுள்ள இடத்தில் தொடுவானத்திற்குக் கீழ்க்குத்து  $x''$  உயர்த்து தொடுவானத்தை அடைய எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{x}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகளாகும்.}$$

தொடுவானத்திற்குத்து இதே அளவு  $x'$  கீழே செல்ல, இதே அளவு நேரம் ஆகும். ஆனால்  $x'$  மிகச் சிறியதாகிவிடுக்க வேண்டும்.  $1^\circ$  அல்லது  $2^\circ$ க்கு மேற்படாமலிருப்பது நலம்.

4.2-1: கி.தே: கடிரவன் கோண விட்டம்  $D'$  ஆனால் கடிரவன் தொடுவானத்தில் முழுவதும் ஏறுவதற்கும் முழுவதும் இறங்குவதற்கும் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

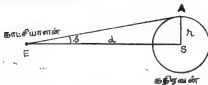
$$\frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்.}$$

குறிப்பு: ஒரு காட்சியானது யர்ணவரில் கடிரவன் விட்டம் தாங்கும் கோணம், கடிரவன் கோணவிட்டம் எனப்படும்; அல்லாதே, சந்திரன் கோணவிட்டமும் அளக்கப்படும்.



‘டாஸன்ட்’ என்பவர் செய்த ‘நீலியா மிட்டி’ என்ற கருவிவால், சுதிரவர் கோண விட்டத்தை அளக்கணம். இக்கருவி பற்றிய குறிப்பு ‘வானியல் கருவிகள்’ என்ற பகுதியில் காண்க.

பின்வரும் படம் ஒருவாறு, கோணவிட்டம், கோண அளர் விட்டம் என்பதை விளக்கும்.



சுதிரவர்  $S$  இல் கோண அளர்விட்டம்  $x = \angle AES$ ;

சுதிரவர் அளர்விட்டம்  $r$ ;

சுதிரவர் தூரம்  $d$ , எனக் கொண்டால்,

$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{r}{d} \\ &= \frac{4,82,000}{98,000,000} = 0.004845. \end{aligned}$$

இது மிகச் சிறியதாகலின்

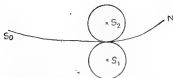
$$\begin{aligned} x &\approx 0.004845 \text{ ஆரவன்} \\ &= 16' \text{ கிலாகள் (16 mms of arc)}. \end{aligned}$$

இவ்வாறே சத்திரவின் கோண அளர்விட்டம்  $x'$  எனக் கொண்டால்,

$$\begin{aligned} \sin x' &= \frac{\text{சத்திரவ் அளர்விட்டம்}}{\text{சத்திரவ் தூரம்}} \\ &= \frac{1080}{2,40,000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x' &\approx 0.0045 \text{ ஆரவன்;} \\ &= ஏறக்குறைய 16' கிலாகள்; \end{aligned}$$

சுதிரவன் மூலவாறு கடவாங்க எடுத்துக் கொள்ளும் தேரம் காண, பின்வரும் படம் காண்க.



கதிரவன் மேற்பகுதி தொடுவானம்  $S_2N$  ஐத் தொடும்போது கதிரவன் உதய ஆரம்பம்; அப்போது கதிரவன் ஸமயம்  $S_1$ , கதிரவன் கீழ்ப்பகுதி தொடுவானத்தைத் தொடும்போது கதிரவன் முழுவதும் உதயமாகிவிட்டதெனக் கூறப்படும். அப்போது கதிரவன் ஸமயம்  $S_2$ . எனவே, கதிரவன் முழுவதும் உதயமாக, கதிரவன் ஸமயம் தொடுவானத்து ஆன்ஸமயில்  $S_1S_2$  என்ற தூரம் உயர்வேண்டும்.  $S_1, S_2$  என்பது கதிரவன் கோண விட்டத்திற்குச் சமம். எனவே, கதிரவன் தொடுவானத்தில் முழுவதும் உயர் எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $\frac{\text{கதிரவன் விட்டம் (விசுவ)}}{15 \sqrt{\cos \phi - \sin \phi}}$  வினாடிகள்

ஆகும். இதுவே தொடுவானத்தில் முழுவதும் மறைவதற்குப் பொருத்தம். கதிரவன் விட்டம்  $D'$  எனக் கொண்டால்,  $\phi = 0$  என்ற இடங்களில் அதாவது மண்ணிலாக நடுவரைவில் உள்ள இடங்களில், கதிரவன் முழுவதும் உதயமாக

$$\frac{D}{15 \sqrt{1 - \sin^2 \phi}} = \frac{D}{15 \cos \phi} \text{ வினாடிகள் ஆகிறது. அந்த}$$

இடங்களில் கதிரவன்,  $\phi = 0$  புள்ளிகளில் இருக்கும்போது

$$\text{நேரம்} = \frac{D}{15} \text{ வினாடிகள் } (\phi = 0). \text{ கதிரவன், கோடைத் திருப்ப}$$

நிலையிலும், மாரித் திருப்ப நிலையிலும் இருக்கும்போது,

$$\text{அந்த நேரம்} = \frac{D}{15 \cos \phi} > \frac{D}{15}. \text{ எனவே மண்ணிலாக நடுவரை}$$

வின் மேலுள்ள இடங்களில், மாரிக்க 21ம் நாள், செப்டம்பர் 23ம் நாள், இரண்டிலும் கதிரவன் முழு உதயமாக மீச்சிற நேரமாகிறது; கோடைத் திருப்ப நிலையிலும், மாரித் திருப்ப நிலையிலும் முழு உதயமாக மீப்பெரு நேரம் எடுத்துக் கொள்கிறது. மேலும், மண்ணிலாக ஒரு குறிப்பிட்ட அகலங்களுள்ள இடங்களில்,  $\gamma = 0$  இல் கதிரவன் இருக்கும்போது, அங்குவிட்டகளைப் பொருத்த மட்டில் கதிரவன் உதயமாக மீச்சிற நேரமும், கோடை, மாரித்

திருப்ப தீர்த்தனில் உள்ளபோது உதயமாக மீர்ப்பெரு நேரமும் ஆகிறது.  $\delta = 0$  ஆனும் மூல உதயமாக நேரம்

$$\frac{D}{15 \cos \phi} \text{ விநாடிகள்.}$$

$\delta = \mu$  ஆனும், மூல உதயமாக நேரம்  $\frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \mu}}$  விநாடிகள்.

#### பயிற்சி 4 (i)

[ $\delta$  = நடுவரை நிலக்கம் ;  $\mu$  = வல ஏற்றம் ;

$\phi$  = இடத்தின் அகலங்கு]

1.  $\phi = 80^\circ N$  உள்ள ஓர் இடத்தில் விண்மீன் ( $\mu = 45^\circ$ ,  $\delta = 80^\circ$ ) உதிக்கும் நேரமும், மறைவும் நேரமும், அது தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்கும் காலமும் காண்க.

2.  $\phi$  வட அகலங்கு உள்ள இடத்தில், விண்மீன் ( $\mu, \delta$ ) உதயமாகும்போது, அதன் நேரக்கோணம்  $h$  என்றால்,

$$\tan^2 \frac{h}{2} = \frac{\cos(\phi - \delta)}{\cos(\phi + \delta)} \text{ என நிறுவுக.} \quad (செ)$$

3. ஜூன் 22ம் நாள் மெல்பியில் (அகலங்கு  $25^\circ 55' N$ ) கதிரவன் உதயமாகும்போது மீன் வழி மணி என்ன? (செ)

4.  $\phi$  வட அகலங்கு உள்ள இடத்தில் இரு விண்மீன்கள் ஒரே சமயத்தில் உதயமாகி, மின்னர் ஒரு சமயத்தில் ஒரே குத்து வட்டத்தில் இருப்பதாகக் காட்சிப் பதிவாகின்றன.  $\phi < 45^\circ$  என நிறுவுக. உதயமாவதற்கும் காட்சிப் பதிவாகும் சமயத்திற்கும்

இடைவெளி நேரம்  $\delta + \frac{1}{15} \tan^{-1} (\tan^2 \phi)$  மணிகள் என நிறுவுக. (செ)

5. குதிர்ப்பிட்ட அகலங்கு உள்ள எந்த இடத்திலும் கதிரவன் மூலுவதும் உதயமாகும் காலம், கோடை, மாரித் திருப்பங்களில் மீர்ப்பெரு மதிப்பையும்,  $\gamma$ ,  $\gamma$  வில் மீச்சிறு மதிப்பையும் பெறுகின்றனவென நிறுவுக. (செ)

6. வட அகலங்கு  $\phi$  உள்ள இடத்தில், கதிரவன் நடுவரை நிலக்கம்  $15^\circ S$  (தெற்கு) உள்ள நாளன்று, தன்பகலுக்கு இரண்டு மணி நேரம் முன்பாக உதயமாகிறது.  $\phi = \tan^{-1} \left( \frac{8 + 2\sqrt{8}}{2} \right)$  என நிறுவுக. (செ)

7. இரு விண்மீன்கள் ஒரே சமவத்தில் உதயமாகின்றன. அப்போது அவற்றின் அடிவான தூரங்கள் முறையே  $A$ ,  $180 - A$  அவற்றின் நடுவரை விசக்கங்கள் எண்ணளவில் சமம்; ஆனால் ஒன்று 'வடக்கு', மற்றொன்று 'தெற்கு' என நிறவுக. மேலும், ஒரு விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்கும் காலம் மற்றொன்று தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும் காலத்திற்குச் சமம் என நிறவுக. (செ)

8. இரு விண்மீன்கள் ( $\delta$ ,  $\delta'$  நடுவரை விசக்கங்களுள்ளனவ) ஒரே சமவத்தில் உதயமாகின்றன. இரண்டாவது விண்மீன் மறைவுப்போது, முதல் விண்மீன் உச்சி வடக்கிறது.  $\tan \phi \tan \delta = 1 - \tan \delta \phi \tan \delta'$  என நிறவுக. (செ)

9. ஒரு விண்மீன் ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) உதயமாகும்போது அதன் திசைரிப்பறை, தொடுவானத்திற்கு  $\theta$  அளவு சாய்ந்திருக்கிறது. அப்போது,  $\cos \theta = \sin \phi \sec \delta$  என நிறவுக.

10. ஒரு விண்மீன் ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) தனது பறைமையில் ஓரிடத்தில்  $H$  என்ற நேரக்கோணம் பெறும்போது, அதன் உச்சி தூரம்  $r$ ;  $\tan x = \cot \delta \cos H$ ;  $\sin y = \cos \delta \sin H$  என்ற இரு சமன் படுகள்  $x$ ,  $y$  என்ற இரு இராகிகள் இயைக்கின்றன. அப்போது,  $90 - \phi = x + \cos^{-1} (\cos r \sec \phi)$  என நிறவுக.

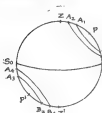
11. மூன்று விண்மீன்கள்  $S_1$  ( $-b$ ,  $\alpha$ );  $S_2$  ( $0$ ,  $\alpha$ );  $S_3$  ( $+b$ ,  $\alpha$ );  $S_1$  உதிப்பதற்கும்  $S_2$  உதிப்பதற்கும் உள்ள இடைவெளிக்காலம்,  $S_2$  உதிப்பதற்கும்  $S_3$  உதிப்பதற்கும் உள்ள இடைவெளிக் காலத்திற்குச் சமமென நிறவுக. (செ)

12. ஒரு கட்டியானன் 23—7—1870 அன்று கதிரவியையும், கதிரவன் குடும்பத்தைச் சேர்ந்த ஒரு கோரியும், தனது தொடுவானத்தில் ஒரே இடத்தில் உதிப்பதைப் பார்ப்பினார். கோள் மூலையில் உதயமாகிற்று என நிறவுக. (முதலில் கதிரவன் உதித்திருந்தால் அவன் பிறகு உதயமாகும் கோளைப் பார்க்க முடியாது)

4:3 : பழைய விண்மீன்கள்; உதியா விண்மீன்கள் (Circumpolar Stars) :

அகலங்கு  $\phi$  உட்கு ஓரிடத்தில், ஒரு விண்மீனின் திசைரி இயக்கப் பறை மூலுவதும் வானகோளத்தின் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே தான் மூலுவதும் அமையுமாயின் அது அந்த இடத்திற்கு ஒரு பறைவன விண்மீன் (Circumpolar Star that never sets) எனப்படும். நேர்மாதிரி, ஒரு விண்மீனின் திசைரி இயக்கப் பறை மூலுவதும் அந்த இடத்தில் வானகோளத்தின் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே தான் மூலுவதும் அமையுமாயின் அது அந்த இடத்திற்கு

ஒர் உதியா விண்மீன் (Circumpolar star that never rises) எனப்படும்.



படம் 4-8

மீன்களாகும். அங்கு எவ்விண்மீனும், முன்கூறப்பட்ட மறைபா அல்லது உதியா வகைப்படாது.

4-3-1  $\phi$  என்ற அகலங்குள்ள இடங்களில், விண்மீன் ( $\alpha, \delta$ ) மறைபா விண்மீனாக உதியா விண்மீனாக இருப்பின்  $\phi, \delta$ க்குள்ள தொடர்பு.

1. மறைபா விண்மீன்:  $AB$  என்ற பாதையுடைய விண்மீன் மறைபா விண்மீன் (படம் 4-8.1.) அப்படியாயின், அவ்விண்மீன் கீழுள்ள கட்டக்கும் புள்ளி  $B$ , தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்க வேண்டும்.

அப்போது  $PB < PN$

$$\text{அதாவது } 90 - \delta < \phi, \text{ அதாவது } \phi + \delta > 90^\circ \dots (1)$$

எனவே,  $\phi$  அகலங்கிலுள்ள இடங்களில்,

$$\delta > 90 - \phi \text{ ஆனால் மறைபா விண் மீன்.}$$

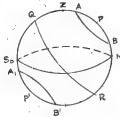
$\delta = 90 - \phi$ , ஆனால்  $N$  இல் உதித்து,  $N$  க் மறைத்து, தொடுவானத்தைத் தொடும்.

$$\delta < 90 - \phi \text{ ஆனால், உதித்து மறைபும் விண் மீன்.}$$

2. உதியா விண்மீன்: இதன் திசைநிப் பாதை முழுவதும் தொடுவானத்திற்கு கீழே அமைந்திருக்கும்.  $A_1 B_1$  என்ற பாதையுடைய விண்மீன் அப்படிப்பட்ட ஒரு விண்மீன் ஆகும்.

படத்தில் (படம் 4-8)  $A_1 B_1$ ,  $A_1 B_1$  என்ற இயக்கப் பாதைகள் உள்ள விண்மீன்கள் முதல் வகைப்படும்; அதாவது மறைபா விண்மீன்களாகும்.  $A_1 B_1$ ,  $A_1 B_1$  என்ற இயக்கப் பாதைகள் உள்ள, விண்மீன்கள் இரண்டாம் வகைப்படும்; அதாவது தெரியா விண்மீன்களாகும். மண்ணுடைநடுவரை மீன் மேல் உள்ள இடங்களில்; ( $\phi = 0$ ) எல்லா விண்மீன்களும் உதயமாகி, மறையும் விண்

(படம் 4.8.1). இது நடுவரைக்குத் தெற்கிலிருப்பதால், இதன் நடுவரை விலக்கம்  $\delta$ , குறைவெண் மதிப்புடையது;  $-\delta$  கூட்டு மதிப்புடையது.



படம் 4.8.1

உதயா வின்றிதற்குக் கூட்டுப்பாடு :

$$P'A_1 < P'S_0 \text{ (படம் 4.8.1)}$$

அதாவது

$$90 - A_1Q < \phi$$

$$\therefore 90 + \delta < \phi$$

அதாவது

$$\phi - \delta > 90^\circ \text{ [அல்லது } \phi + |\delta| > 90^\circ]$$

இங்கு  $-\delta$  கூட்டு மதிப்புடையதென்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள.

எனவே,  $\phi$  அகலங்களுள்ள இடங்களில்,  $\delta$  குறைமதிப்புப் பெறின்,

$$|\delta| > 90 - \phi \text{ ஆனால், உதயா விண் மீன்}$$

$|\delta| = 90 - \phi$  ஆனால்,  $S_0$  உதித்து, அங்கேயே மேலுச்சி உட்கரும்.

$|\delta| < 90 - \phi$  ஆனால், உதித்து மறைவும் விண் மீன். ஆக, வடக்கு நடுவரை விலக்க விண்மீன்கள் மறைவா விண் மீன்களாயிடுக்க வாய்ப்புண்டு. ஆம் வாய்ப்பு  $\phi$ ன் மதிப்பைப் பொட்டியதாலும்; தெற்கு நடுவரை விலக்க விண்மீன்கள் உதயா விண்மீன்களாயிடுக்க வாய்ப்புண்டு.

4-3-2 மனறபா விண்மீனின் மீப்பெரு, மீச்சிறு கோண ஏற்றங்கள்  
மடம் 4-8-1 க் மனறபா விண் மீன் மாதை AB. அது A-ல்  
மேலுச்சி கடக்கும் போது அதன் கோண ஏற்றம்

$$\begin{aligned} NA &= NP + PA, \\ &= \phi + (90^\circ - \delta) \\ &= 90^\circ + (\phi - \delta) \end{aligned}$$

இதுவே அம்மீனின் மீப்பெரு கோண ஏற்றம். அது B-ல்  
கீழுச்சி கடக்கும்போது அதன் கோண ஏற்றம்

$$\begin{aligned} NB &= NP - PB \\ &= \phi - (90 - \delta) \\ &= \phi + \delta - 90^\circ \end{aligned}$$

இதுவே அம்மீனின் மீச் சிறு கோண ஏற்றம்.

4-3-3 : மீன்வரும் தொடர்புகள் எளிதில் விளங்கும். அவை  
ஒக்கியமானவை.

$$\begin{aligned} (1) \quad NA + NB &= (NP + PA) + (NP - BP) \\ &= 2NP \quad (\because PA = BP = 90 - \delta) \\ &= 2\phi. \end{aligned}$$

ஒரு மனறபா விண்மீனின் மீப்பெரு, மீச் சிறு ஏற்றக் கோணங்களின்  
எராசரி, காட்சியிடத்தின் அகலாங்கு என்பதை ஒரு நேற்ற  
மாகக் கொள்ளலாம்.

(2) மேலும்,

$$\begin{aligned} NA - NB &= (NP + PA) - (NP - BP) \\ &= 2PA, \\ &= 2(90 - \delta). \end{aligned}$$

மீப்பெரு ஏற்றத்திலிருந்து மீச்சிறு ஏற்றத்தைக் கழித்தால்,  
விண் மீனின் துருவ தூரத்தின் இரு மடங்கு கிடைக்கும்.

$$\begin{aligned} (3) \quad ZB + ZA &= (ZP + PB) + (ZP - AP) \\ &= 2ZP \\ &= 2(90 - \phi). \end{aligned}$$

மீப்பெரு உச்சி தூரத்தோடு மீச்சிறு உச்சி தூரத்தைக்  
கூட்டினால், காட்சி இடத்தின் இணையகலாங்கின் இரு மடங்கு,  
கிடைக்கும்.

$$\begin{aligned}
 ZB - ZA &= (ZP + PB) - (ZP - AP) \\
 &= 2 AP \\
 &= 2 (90 - \delta).
 \end{aligned}$$

மீப்பெரு உச்சி தூரத்திலிருந்து மீச்சிறு உச்சி தூரத்தைக் கீழ்த்தால், விண்மீனின் துருவ தூரத்தின் இருமடங்கு கிடைக்கும். எனவே, தாம் உரிய வானியல் கருவி கொண்டு \* ஒரு மறைபா விண்மீன் இரு மூன்றை உச்சி கடக்கும் போதும் அதன் உச்சி தூரங்களை  $Z_1$ ,  $Z_2$  எனச் சரியாக அளக்க முடியுமானால், இவ்விரு கட்டில் பதிவுகளிலிருந்தும்,

$$2 (90 - \phi) = Z_1 + Z_2 \quad \dots (a)$$

$$2 (90 - \delta) = Z_1 - Z_2 \quad \dots (b)$$

எனக் கணித்து, கட்டியிடத்தின் அகலங்களையும், விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும் கணிக்கலாம். ஓரீடத்தின் அகலங்களைக் கணிக்கவும் மூன்றானில் இதுவும் ஒன்றாகும் (பகுதி 2 இல் 9-21 காண்க)

4.3.4 : மண்ணுக்க அகலங்களும், மறைபா விண் மீன்களும் :

ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம்  $\delta > 90 - \phi$  ஆக இருந்தாக்தான் அய்விண்மீன் மறைபா விண்மீனாகும் என்ற அடிப்படையில்,  $\phi$  அதிகமாக, அதிகமாக, மறைபா விண்மீன்களின் எண்ணிக்கை உயர்ந்து செல்லும்  $\phi = 0$  உள்ள இடங்களில் மறைபா விண்மீன்களே இருக்காது; எல்லா விண்மீன்களும் தோன்றி மறையும்.  $\phi = +0^\circ$  ஆனால், வானத் தொடுவரையும், வான நடுவரையும் ஒருங்கும். கூட்டு நடுவரை விலக்க மூன்ற விண்மீன்கள் ( $\delta + w$ ) யாவும் மறைபா விண்மீன்கள்; மூன்ற நடுவரை விலக்கமுள்ள விண்மீன்கள் ( $\delta - w$ ) யாவும் உதியா விண் மீன்கள்.  $\delta = 0$  பெற்ற விண்மீன்கள், தொடுவானத்தின் மேலேயே தவழ்ந்துகொண்டிருக்கும். இதே மூன்றையில் உதியா விண்மீன்கள் எண்ணிக்கையுள், உயர்ந்த அகலங்குள்ள இடங்களில் மீளும் என அறியலாம்.

மதித்தி :  $\phi = 0^\circ$ ,  $\phi = 10^\circ$ ,  $\phi = 20^\circ$ ,  $\phi = 30^\circ$ ,  $\phi = 45^\circ$ ,  $\phi = 60^\circ$ ,  $\phi = 85^\circ$ ,  $\phi = 90^\circ$  உள்ள இடங்களில் வான கோளம் வரைந்து, மறைபா விண்மீன்கள், உதியா விண்மீன்கள் உள்ள பகுதிகள் காண்க. அடிப்படக்கள் மேற்கூறியவற்றைத் தெளிவுபடுத்தும்

\* பகுதி 2 : காணியல் கருவிகள். 4.3.5 உட்படம் காண தோங்குகொச்சி இப்பதிவுகளுக்குத்த கருவியாகும்.



பரீட்சை 4 (ii)

1. ஒரு விண்மீனின் தடுவரை விவக்கம்  $\delta$  ; மண்ணுலகின் வடபுறத்தில் ஓர் இடத்தில் அகலங்கு  $\phi$ .

(i)  $\phi + \delta > 90^\circ$  ஆனால், அவிண்மீன் மறைவா விண்மீன் எனவும்,

(ii)  $\phi - \delta > 90^\circ$  ஆனால், அது தெரியா, விண்மீன் எனவும்,

(iii)  $\phi \pm \delta < 90^\circ$  ஆனால் அது தோன்றி மறையும் விண்மீன் எனவும், படக்கக் வரைத்து நிறுவுக.

2. 'மீகா' என்ற விண்மீன் ( $\delta = 18^\circ$  ம. 33 நி.,  $\phi = 35^\circ 41'$ ) எந்த அகலங்களுக்கான இடங்களில் (i) மறைவா விண்மீனாகவும் (ii) தோன்றி மறையும் விண்மீனாகவும் இருக்குமெனக் கணக்கிடுக.

3. மண்ணுலக தடுவரை மேலுள்ள இடங்களில் எவ்வா விண்மீன்களும் தோன்றி மறையும் எனப்படும் வரைத்து நிறுவுக.

4-3-5 : மறைவாக் கதிரவன், உதிவாக் கதிரவன் (Circumpolar Sun)

ஒன்பு மறைவா, உதிவா விண்மீன்கள் பற்றி நாமறிந்த முடிவுகள் உதவி கொண்டு, கதிரவன் எந்த இடங்களிலாவது அல்லாது நாக் முழுவதும் மறைவாமதும் (முழுப்பகல்-Perpetual day) அல்லது நாக் முழுவதும் உதிவாமதும் (முழு இரவு-Perpetual night) இருக்க முடியுமா எனப் பார்க்கலாம்.

பின்வரும் பட்டியலில் கண்ட உண்மைகள் நீங்கள் அறிந்ததே.

காலம்	கதிரவன் தடுவரை விவக்க மாறுதல்.
மார்ச்சு 21 முதல்ஜூன் 22 வரை	$0^\circ$ முதல் $23\frac{1}{2}^\circ$ வரை உயர்வு.
ஜூன் 22 முதல் செப்டெம்பர் 22 வரை	$23\frac{1}{2}^\circ$ முதல் $0^\circ$ வரை குறைவு.
செப்டெம்பர் 22 முதல் டிசெம்பர் 22 வரை	$0^\circ$ முதல் $-23\frac{1}{2}^\circ$ வரை குறைவு.
டிசெம்பர் 22 முதல் மார்ச்சு 21 வரை	$-23\frac{1}{2}^\circ$ முதல் $0^\circ$ வரை உயர்வு.

ஒரு விண்மீனின்  $\delta > 90^\circ$ -ஓ ஆனால், அவிண்மீனின் மறைபா விண்மீன் ஆகும் என தாமதமேயாம். இதே கட்டுப்பாட்டை  $\phi > 90 - \delta$  எனவும் எழுதலாம். அதிரவரைப் பொருத்தமட்டில்  $90 - \delta$ ன் மீச்சிறு மதிப்பு  $90 - \mu = 68\frac{1}{2}^\circ$ .

எனவே,  $68\frac{1}{2}^\circ$  அகலத்தில், அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அகலத்தில் உள்ள மண்ணுலகப் பகுதியில் மட்டுமே அதிரவன் ஒரு மறைபா விண்மீனாக இருக்க வாய்ப்புக்கள் உண்டு. இவ் வாய்ப்புக்கள் மண்ணுலகில் எட தென்குளிர் மண்டலங்களிலும் ( $\phi > 68\frac{1}{2}^\circ N$ ), தென்குளிர் மண்டலங்களிலும் ( $\phi > 68\frac{1}{2}^\circ S$ ) ஏற்படும். சிறப்பாக  $\phi = 68\frac{1}{2}^\circ N$  என்ற அகலத்தில் உள்ள இடங்களில் துறை 21 அல்லது 22 தேதியில், அதிரவன்  $\delta = 28\frac{1}{2}^\circ$  ஆகும்போது, அதிரவன் தன் மூலுவதும் தொடுவானத்திற்கு மேலிருக்கும்,  $N$  என்ற வட்டத்தில் உதித்து,  $N$  என்ற புக்கிக்குச் சற்றுத் தன் மறைபா. தொன்றுவதற்கும் மறைவதற்கும் உள்ள இடைவெளி நேரம் சில நிமிடங்களாக இருக்கிறது. அன்று மூலுப்பகம் தான். அவ்வாறே டிசெம்பர் 21 அல்லது 22 தேதியில் அவ்விடங்களில் அதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே வராது; அன்று மூலு இரவு தான். விரிவாக இதுபற்றி அடுத்த பகுதியில் பார்ப்போம்.

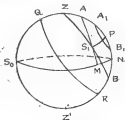
4.4 : ஒரு நாளில் விண்மீன் ஏற்றக் கோணத்திலும் அடிவான தூரத்திலும் ஏற்படும் மாறுதல்கள் : (Changes in the Altitude and Azimuth of a star in the course of a day)

(i) ஏற்றக் கோண மாறுதல்கள் :

விண்மீண்டு படக்கரைப் பார்ப்போம்.



படம் 4-4 (i)



படம் 4-4 (ii)

வினாவின் இடம்	ஏதாவது காரணம்	அடிப்படைத் தரவை முடிவாக	அடிப்படைத் தரவை முடிவாக
மூலம் $S$ மேற்புற கட்டம் $A$ மேற்புற $S^1$ கட்டம் $B$	$0^\circ$ $AS_0 = AQ + QS_0$ $= \delta + (90 - \phi)$ $0^\circ$ $- NB = -(NR - BR)$ $= -(90 - \phi - \delta)$	$N \rightarrow S_0 \rightarrow N$ வரலாறு $0^\circ$ முதல் $180^\circ$ வரலாறு $N \rightarrow S_0 \rightarrow N$ வரலாறு $0^\circ$ $0^\circ$ முதல் $180^\circ$ வரலாறு	$N \rightarrow S_0$ வரலாறு $0^\circ$ முதல் $180^\circ$ வரலாறு $N \rightarrow S_0$ வரலாறு $0^\circ$ $0^\circ$ முதல் $180^\circ$ வரலாறு

படம் 4.4 (i) க் தோன்றி மறைபுற விண்மீன்பாதை  $AB$ ,  $S$  க் உதிக்கும்கிண்மீன்  $S, A, S', B$  இல் இருக்கும்போது உள்ள் ஏற்றக் கோணங்கள் அடிவானத் தூரங்கள் பக்கம்  $10^\circ$  க் கொடுக்கப் பட்டிருக்கின்றன. விளக்கம் படத்தில் கண்டு கொள்க. உதிக்கும் போதும் மறைபுறபோதும் ஏற்றக் கோணம் டூக்கியம்; உச்சி தூரம்  $90^\circ$ . படம் 4.4 (ii) க்,  $A, B$ , ஒரு மறைபுற விண்மீன் பாதை. அதன் மீப்பெரு ஏற்றம்,  $A$ , இல் மேல் உச்சி கடக்கும்போது

$$\begin{aligned} NA_1 &= NP + PA_1 \\ &= \phi + 90^\circ - \delta; \end{aligned}$$

மீச்சிறு ஏற்றம்  $B_1$  க் கீழ் உச்சி கடக்கும்போது

$$\begin{aligned} NB_1 &= NP - B_1P \\ &= \phi - (90^\circ - \delta) \\ &= \phi + \delta - 90^\circ. \end{aligned}$$

இதற்கு  $0^\circ$  ஏற்றம் எப்போதும் இல்லை.

### பயிற்சி

ஒரு உதிய விண்மீனின் ஏற்றத்தில் மாற்றங்கள் கண்டித.

(ii) அடிவான தூர மாறுதல்கள்

ஒரு விண்மீன் ( $\alpha, \delta$ ) உதிக்குமிடத்தில் அடிவான தூரம்  $N$  விஞ்சுது  $\cos^{-1} (\sin \delta \sec \phi)$  என தாம் 4.1.1 (4) இல் கண்டோம். ழுண்டி கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் பட்டியல் மீற்ற மாற்றங்களை விளக்கும்.

இம்மாறுதல்கள் படம் 4.4 (i) க் உள்ளபடி உச்சி ( $Z$ ) க்குத் தெற்கில் மேலுச்சி கடக்கும் விண்மீன்களுக்கு மட்டுமே பொருத்தம்.

ஆனால் படம் 4.4 (ii) க்  $AB$ ;  $A_1, B_1$  என்ற பாதைகளில் சென்று  $Z$  க்கு வடக்கே உச்சி கடக்கும் விண்மீன்களுக்கும் பட்டியலில் கண்டமாறுதல்கள் பொருத்தமட்டா.

(குறிப்பு:  $A_1, B_1$  பாதையில் செல்வது மறைபுற விண்மீன்). இவ்வகைப்பட்ட விண்மீனின் அடிவானத் தொலை  $0^\circ$  முதல்  $90^\circ$  வரை உயராது. இதன் மாறுதல்களைப் பின்வருமாறு விளக்கலாம்:

$AB$  என்ற சிறுவட்டத்தைத் தொடும் வகையில்  $ZS, M$  என்ற ஒரு குத்துப் பெருவட்டம் வரைக. விண்மீன்  $S_1$  இல் இருக்கும் போதுதான், அதன் அடிவான தூரம் மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது. மீப்பெருமதிப்பு  $NM$ . இதே மாதிரி, வானகோளத்தில்

மேற்குப் புறத்திலும் விண்மீன் ஒரு இடத்தில் இருக்கும் போது, அதன் வழியாக  $AB$  என்ற மாதையின் மேற்குப் பகுதியைத் தொடும் வண்ணமிக் ஒரு குத்துப் பெருவட்டம் வரைய இயலும். அது தொடுவானத்தை,  $M$  க் வெட்டினால், (படத்தில் காட்டப் படவில்லை) ஆந்தப் பக்கத்தில் உள்ள  $NM$ , ம்  $NM$  ம் சமமாக விருக்கும். எனவே, இப்படிப்பட்ட விண்மீனுக்கு ( $Z$ க்கு வட புறத்தில் உச்சிவட்டமும் விண்மீன்) அடிவான தூரம் கிழக்குப் புறம்  $O$  மூலக்  $NM$  வரையிலும், மேற்குப் புறம் ஆய்வானதே  $O$  மூலக்  $NM$ , வரையிலும், மாதிக்கொண்டேயிருக்கும். எனவே  $NM$  கண்டு பிடித்தால் போதுமானது.

$\triangle ZPS_1$  க்,  $\angle PZS_1 = NM$  (விசு).

$\angle ZS_1P = 90^\circ$  (தொடுவட்டப் பண்பு).

$PS_1 = 90 - \delta$

$ZP = 90 - \phi$

$\angle ZPS_1 =$  அப்போதுள்ள  $h$  (நேரக்கோணம்)

நேர்பேசு விதிப்படி, செங்கோண மூக்கோணம்  $ZPS_1$  க்

$$\cos \delta = \cos \phi \sin PZS_1,$$

$$= \cos \phi \sin NM,$$

$$\therefore \sin NM = \cos \delta \sec \phi,$$

$$\therefore NM = \sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi).$$

எனவே, அடிவான தூரம்,  $O$  விவிர்த்து  $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$ , வரை  $N$ க்குக் கிழக்கிலும் மேற்கிலும் வரலாகும். மீப் பெரு அடிவான தூரம்  $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$ .

வி. நே (1)  $\delta = \phi$  ஆனால்,  $NM = \sin^{-1}(1) = 90^\circ$ .

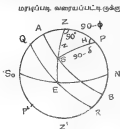
விண்மீனின் தடுவரை நிலக்கம் மண்ணுவக அகலாகித்தொடர் சமநாயின், விண்மீனின் திண்சரிப் மாதை  $Z$  வழியாகச் செல்லும்; மீப் பெரு அடிவான தூரம்  $90^\circ$ .

வி. நே. (2) படம் 4.4(ii)க் காட்டப்பட்ட மாதையா விண்மீனுக்கும், (மாதை  $A_1B_1$ ) அடிவான தூரம்  $O$  விவிர்த்து  $\sin^{-1} (\cos \delta \sec \phi)$  வரை  $N$ க்குக் கிழக்கிலும் மேற்கிலும் வரலாகும்.

4.5 : விண்மீன் நேர்முகக்கிலும் நேர் மேற்கிலும் இருப்பது

ஒரு விண்மீன், தன்பாதை, மூலக்குத்து வட்டத்தை வெட்டு மிடத்தில், இருக்கும்போது அய்விண்மீன் காட்சியானதுக்கு நேர்

கிழக்கில் அல்லது தேர் மேற்கில் தோன்றும். ஏனெனில் மூலக் குத்து வட்டம், கிழக்கு மேற்குப் புள்ளிகளின் வழியாகச் செல்லும் பெருவட்டமாகும். அப்படி, ஒரு விண்மீன் ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) தேர் கிழக்கில் அல்லது தேர் மேற்கிலிருக்கும் சமயத்தை தாம் கணிக்கலாம்.



படம் 4-5.

மீன்பாதை; ZE மூலக்குத்து வட்டம். S என்ற புள்ளியில் அங் விண்மீன் இருக்கும் சமயம், அங் விண்மீன் காட்சி யானதுக்கு தேர் கிழக்கிலிருக் கிறது. அங்மேறே தொடு வான மேற்குப் புறத்தில் ABம் ZWம் வோட்டுகிடத்தில் விண் மீன் இருக்கும்போது அது காட்சியானதுக்கு தேர் மேற் கில் இருக்கிறது.

தேர் கிழக்கில் விண்மீன் ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) இருக்கும் விண்மீன் நேரம்

$\triangle ZPS$  = ஒரு செங்கோண மூக்கோணம்.

$\angle PZS = 90^\circ$ ;  $\angle ZSP = \eta$  (விண்மீன் இடைக் கோணம்)

$\angle ZP = 90 - \phi$

$ZS$  = உச்சி தூரம்  $Z$

$PS = 90 - \delta$ .

$\angle ZPS = H$  (தேர் கிழக்கிலுள்ளபோது நேரக் கோணம்)

$\therefore$  தேர்மீயச் வீழிப்படி,

$$\cos H = \tan \delta \cot \phi \quad \dots (1)$$

$$\sin \delta = \cos Z \sin \phi \quad \dots (2)$$

$$H = \cos^{-1} (\tan \delta \cot \phi) \quad \dots (3)$$

$$Z = \cos^{-1} (\sin \delta \csc \phi) \quad \dots (4)$$

$\therefore$  தேர் கிழக்கிலிருக்கும்போது,

$$\text{விண்மீன் நேரம் } t = \alpha - \frac{\cos^{-1} (\tan \delta \cot \phi)}{15} \text{ (மீ.வ. நேரம்)}$$

தேர் மேற்கிலிருக்கும்போது,

$$\text{விண்மீன் நேரம் } t_1 = \alpha + \frac{\cos^{-1} (\tan \delta \cot \phi)}{15} \text{ (மீ.வ.)}$$

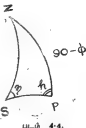
நேர் கிழக்கிலுக்கும்போது, நாம் விண்மீனின் உச்சி ஓரத்தை உரிய கருவிகொண்டு சரியாக அளக்கமுடியுமானால்,  
 $\sin \phi = \frac{\sin \delta}{\cos Z}$  என்ற சமன்பாடு கொண்டு,  $\delta$ ,  $Z$  இன் மதிப்பீடு செய்து அம்மீடத்தில் அளக்கவகை கணிக்கலாம். ஓர் இடத்தின் அகலங்கு கணிக்க இம் முறையும் பயன்படும் (பகுதி 9-இல், 9-9-2 காண்க)

எ. கா :  $\phi$  அகலங்குள்ள ஓர் இடத்தில் ஒரு விண்மீன் இடைக் கோணத்தின் மீப்பெரு மதிப்பு  $\sin^{-1}(\sec \delta \cos \phi)$  என திறவுக.

மரபுப்படி,  $\triangle ZPS$ ல்

$$\frac{\sin \eta}{\sin(90-\phi)} = \frac{\sin PZS}{\sin(90-\delta)}$$

$$\therefore \frac{\sin \eta}{\cos \phi} = \frac{\sin(\text{அகலான தூரம்})}{\cos \delta}$$



$$\therefore \sin \eta = \frac{\cos \phi}{\cos \delta} \sin (\text{அகலான தூரம்}).$$

$\phi$ ,  $\delta$  மாறிலிகள். எனவே  $\sin \eta$  இன் மீப்பெரு மதிப்பு, அகலான தூரம்  $90^\circ$  ஆக இருக்கும்போது பெறப்படும்.

$\therefore \eta$  ன் மீப்பெரு மதிப்பு  $= \sin^{-1}(\cos \phi \sec \delta)$ . அப்போது, விண்மீனின் அகலான தூரம்  $90^\circ$ ; ஆகாவது விண்மீன் நன் பாதையில் செல்லும்போது, நேர் கிழக்கில் நோக்கும் சமயத்தில்,  $\eta$  மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுகிறது.

4.6: காலை விண்மீன்கள், மாலை விண்மீன்கள் : (Morning stars and Evening stars)

சில விண்மீன்கள் காலைப் கதிரவன் உதயமாவதற்குச் சற்று முன்பாகக் கிழக்கு வானில் உதயமாகி, கதிரவன் உதயமான பின்பு காட்சிக்குத் தெரிவாமல் போய்விடும். அவை காலை விண்மீன்கள் எனப்படும்.

சில விண்மீன்கள் மாணியில் கதிரவன் மறைத்தபின்பு, மேற்கு காணியில் காட்சி கொடுத்துக் கொஞ்ச நேரத்தில் மேல் காணியில் மறைத்துவிடும். அவை மாணியின்மீதானவரும்.

இவற்றையெப்படி அறிவனமெனப் பார்க்கோம்.  $S_1, S_2$  என்ற இரு விண்மீன்கள் ஏறக்குறைய ஒரே நடுவரை விலக்க மூட்டையனவாக, ஆனால் ஏறக்குறைய  $10^\circ$  அல்லது  $40$  நி. வல ஏற்ற வேறுபாடுடையனவாக உள்ளனவெனக் கொள்வோம்.

$S_1$  (அ,  $\delta$ ):  $S_2$  (அ+40 நி.  $\delta$ ) என்பவை இரு விண்மீன்கள்.  $\phi$  அகலங்குள்ள ஒரு இடம். அவை ஒரே நடுவரை விலக்கமூட்டையன வாதின், ஒரே இடத்தில் உதயமாகும்.  $(\cos A = \sin \delta \sec \phi)$ . ஆனால்  $S_1$  உதயமாகும் விண்மீன் நேரம்  $t_1 = \alpha - \frac{1}{15} \cos^{-1} (\tan \phi \tan \delta)$ ;  $S_2$  உதயமாகும் நேரம்  $t_2 = \alpha + 40$  நி.  $\frac{1}{15} \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta)$ . எனவே,  $S_1$  உதயமாகி 40 நிமிடங்களுக்குப்பின்  $S_2$  உதயமாகும். இதே மாதிரி  $S_1$  மறைபும் விண்மீன் நேரம்  $t_3 = \alpha + \frac{1}{15} \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta)$ ;  $S_2$  மறைபும் நேரம்  $t_4 = \alpha + 40$  நி.  $+\frac{1}{15} \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \delta)$  எனவே  $S_2$  மறைத்து, 40 நிமிடங்களுக்குப்பின்  $S_1$  மறைபும்.

இப்போது  $S_1$  ஒரு விண்மீன் எனவும்  $S_2$  கதிரவன் எனவும் கொள்க. முதலில் நிழலியபடி,  $S_1$  உதயமாகி 40 நிமிடங்களுக்குப்பின் கதிரவன் உதயமாகும். கதிரவன் உதயமான பின்பு,  $S_1$  காட்சிக்கு மறைத்துவிடும். எனவே,  $S_1$  ஒரு காணியின்மீன்; அது கதிரவன் உதயமானவதற்கு 40 நிமிடம் முன்பு உதயமாகி, கதிரவன் உதயமானவுடன் காட்சிக்குத் தெரிகாது. மற்றும்  $S_2$  கதிரவன் எனவும்,  $S_2$  விண்மீன் எனவும் கொள்க. இரண்டாவதாக நிழலியபடி,  $S_2$  மறைத்து 40 நிமிடம்வரை,  $S_1$  மேல் காணியில் காட்சித்து, தானும் மறைத்துவிடும். எனவே,  $S_2$  ஒரு மாணியின்மீன்; அது கதிரவன் மறைத்துப்பின் காட்சிக்குத் தெரித்து, கொஞ்ச நேரம் (40நி) கழித்து மறைத்துவிடும். எனவே ஒரு விண்மீன் காணியின்மீனுயிருக்க வேண்டுமாயின்,

1. விண்மீன் நடுவரை விலக்கமும், கதிரவன் நடுவரை விலக்கமும் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்கவேண்டும்;

2. விண்மீனின் வல ஏற்றம் கதிரவன் வல ஏற்றத்தைவிட, ஏறக்குறைய  $10^\circ$  அல்லது 40 நி. குறைவாக இருக்கவேண்டும்.



மற்று, ஒரு விண் மீன் மாலை விண்மீனாகியிருக்க வேண்டுமாயின்,

(1) தடுவரை நிலக்கம்கள் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்க வேண்டும்;

(2) விண் மீனின் வல ஏற்றம் கதிரவன் வல ஏற்றத்தைவிட ஏறக்குறைய  $10^\circ$  அல்லது  $40^\circ$  நி. அதிகமாக இருக்க வேண்டும்.

கதிரவன் வல ஏற்றம் ஓராண்டு காலத்தில்  $0^\circ$  முதல்  $380^\circ$  வரை வளர்ந்து வருவதாலும் விண் மீன்களின் வல ஏற்றங்கள் எப்போதும் மாறுமறிகுப்பதாலும், மூன் பெறப்பட்ட கட்டுப் பாடுகளைப்போட்டி, காலை விண்மீன் மாலை விண் மீனாகவும், மாலை விண்மீன் காலை விண்மீனாகவும், மாறிமாறிக் காட்சி யளிக்கக் கூடும். இம்மாறுதல்களுக்கு முறையே சுமார் 846 நாட்களும், 20 நாட்களும் ஆகுமெனப் பின்வரும் எடுத்துக் காட்டி விடுத்து புலப்படும்.

எ. கா : ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் தடுவரை நிலக்கம்  $28\frac{1}{2}^\circ$ ; வலஏற்றம்  $90^\circ$ ; அப்போது,  $S_1$  ( $\Delta = 100^\circ$ ,  $\delta = 22^\circ 5'$ ). என்ற விண்மீன் ஒரு மாலை விண் மீன். ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பிறகு சில நாட்கள்  $S_1$  ஒரு மாலை விண் மீனாகவேயிருக்கும்.

ஜூன் 2ம் தேதி, கதிரவன் தடுவரை நிலக்கம்  $28\frac{1}{2}^\circ$  விட சற்று குறைவு; வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய  $100^\circ$ . அப்போது  $S_1$ -ம் கதிரவனும் ஏறக்குறைய ஒரே சமவத்தின் மன்றவும், தம் காட்சிக்குப் படாமலே  $S_1$  மறைந்துவிடும். இன்னும் 10 நாள் கழித்து, ஜூன் 12ம் தேதி, கதிரவன் தடுவரை நிலக்கம், இன்னும்  $28\frac{1}{2}^\circ$  விடச் சற்றுக் குறைவு; வல ஏற்றம்  $110^\circ$ .

அப்போது  $S_1$  ஒரு காலை விண்மீனாகி விடும். இம்வாறாக ஒரு மாலை விண்மீன் காலை விண்மீனாக மாறுவது விண்மீன்க ளினையே கதிரவன் கிழக்கு நோக்கிய நகர்ச்சி பெற்றுள்ளது. என்பதை அறிவிக்கிறது.

#### பயிற்சி 4 (ii)

1. ஓர் இடத்தில் கதிரவன் ஒரு நாள் நண்பகல் உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றம்  $36^\circ$ ; தன்விரவு ஏற்றம்  $5^\circ 10'$ . இந்த இடத்திலெளிப்போடுதில் கதிரவனின் தடுவரை நிலக்கம் மணிக்கு  $44'$  விசிறம் குறைவுமானால், அங்குவிடத்தின் அகலங்ங்து என்ன?

(செ)

2. ஒரு விண்மீன் ( $\Delta = 21$  மணி,  $\delta = 30^\circ$ ) லுக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் உச்சி ஹார்ம்  $45^\circ$ . அவ் விடத்தின் அகலங்கு என்ன? (செ)

3. ஒரு தடவ இரவு 9 மணிக்கு ஒரு விண்மீன் ( $\Delta = 18$  ம' 22 நி) உச்சி வடக்குமரின், அந்தத் தேதியைத் தோராயமாகக் காண்க. (செ)

4. ஒரு விண்மீன் நடுவரையில் வடக்கிலுக்குப் புள்ளியில் உதயமாகிறது. அது லுக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக்கோணம்  $80^\circ$ . அவ்விடத்தின் அகலங்கையும் விண்மீனின் நடுவரை விஸக்கத்தையும் காண்க. விண்மீன் நேர் கிலக்கிலும், நேர் மேற்கிலும் உள்ளபோது அதன் நேரக் கோணங்கள் என்ன?

5. ஒரு விண்மீன் நடுவரை விஸக்கம்  $89^\circ 30'$  வடக்கு. எத்த அகலங்குள்ள இடங்களில் அது மறைபா அல்லது உதயா விண் மீனாகும்? தென் அகலங்கு  $5^\circ$  உள்ள இடத்தில் அது உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றக் கோணமென்ன? படங்கள் கொண்டு விளக்குக. (செ)

6. ஒரு விண்மீன் நேர் கிலக்கில் உள்ளபோது அதன் ஏற்றக் கோணம்  $80^\circ$ ; லுக்கு மணி நேரம் சென்று அது உச்சி கடக்கிறது. அவ்விடத்தின் அகலங்கென்ன? (செ)

7. ஒரு மறைபா விண்மீன் ( $\Delta, \delta$ ) ஒரு குறிப்பிட்ட குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக்கோணங்கள்  $\alpha_1, \alpha_2$ ; உச்சி கடக்குமிடம் ாக்கு வடக்கிலுள்ளது. அவ்விடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  ன் மதிப்பு,

$$\sin \left( \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right) \sin \delta = \sin \phi \cos \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} \right) \quad \text{என்ற சமன்பாட்டால் பெறப்படுமென நிறுவுக.}$$

(அ)

8. விண்மீன் ( $\Delta, \delta$ ) உதயமாலும்போது நேரக் கோணம்  $k$ ; லுக்குத்து வட்டத்தின் மேலிலுக்கும்போது நேரக் கோணம்  $-k'$ , அவ்விடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  ஆனால்,  $\tan^2 \phi + \cos k' = \cos k$ .  $= 0$  என நிறுவுக. (செ)

9. விண்மீன் ( $\Delta, \delta$ ) இன் பாதைக்கும் லுக்குத்து வட்டத் திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்  $\cos^{-1} (\cos \phi \sec \delta)$  என நிறுவுக.

10. மன்னார்குடி நடுவரையின் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தில் (i)  $20^\circ$  வடக்கு நடுவரை, விஸக்கம் (ii)  $30^\circ$  தெற்கு நடுவரை

விவக்கம் உடைய விண்மீன்களின் ஏற்றக் கோணம், அடிவான தூரங்களில் தினத்தோறும் ஏற்படும் மாறுதல்களை ஆராய்க.

11. வட அகலங்கு 10° உடைய ஓர் இடத்தில், 80° வடக்கு நடுவரை விவக்கமுள்ள விண்மீனின் ஏற்றம், அடிவான தூரம் இரண்டிலும் திண்சரி ஏற்படும் மாறுதல்களைக் காண்க.

12. 45° அகலங்குள்ள இடத்தில் ஒரு விண்மீன் உதிர் பதத்தும், அது தேர் மேற்கில் வருவதத்தும் இடைப்பட்ட காலம் 12 மீன்வழி மணி நேரமென நிறுவ.

13.  $\phi$  என்ற வட அகலங்குள்ள ஓர் இடத்தில்  $h$  நேரக் கோணத்தில் உதிக்கும் ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விவக்கம் ( $\delta$ ), அச்சமயத்தில் அதன் அடிவான தூரம் ( $A$ ), அய்விண்மீனின் இடைக்கோணம் ( $\eta$ ) மூன்றினையும் காண்க.

$\phi$ ,  $h$  கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

$\delta$ ,  $A$ ,  $\eta$  காணவேண்டும்.

$\cos h = - \tan \phi \tan \delta$  என நமக்குத் தெரியும்.

$$\text{எனவே } \delta = \tan^{-1} \left( - \frac{\cos h}{\tan \phi} \right)$$

$\triangle PMS$  க் (மடம் 4-1-1 காண்க)

$$\angle PNS = 90^\circ; \quad PS = 90 - \delta; \quad PN = \phi$$

$$\angle SPN = 180 - h; \quad \angle PSN = 90 - \eta$$

தேர்மீயர் விதிப்படி வேண்டிய தொடர்களை அறிக.

14. இரு விண்மீன்கள் தேர் கிழக்கே ஒரே சமயத்தில் தோன்றி ஒரே சமயத்தில் மறையுமானால் காட்சியிடம் 45° அகலங்கிலுள்ளது என நிறுவ.

15. மார்க்சு 31ம் நாய் கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய என்னயிருக்கும்? அத்நாளில் ஆல்பேர் (Altair)  $\alpha = 19$  ம. 45 நி.) உச்சி வடக்கும் நேரமென்ன? (அ)

16. பெர்லா 1ம் நாய், கதிரவனின் வல ஏற்றம் ஏறக்குறைய என்னயிருக்கும்? அன்று இரவு எத்த நேரத்தில் 5 ம. 44 நி. வல ஏற்றமுள்ள ஒரு விண்மீன் உச்சி வடக்குமெனக் காண்க. (அ)

17. மாணியிப் பஞ்சாயம் கொண்டு, வடகுளிர் மண்டலத்தில் எய்வளவு காலம் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே பயணம் செய்வதென்பதற்குமெனக் கணக்கும் முறையை விளக்குக.

18.  $A$ ,  $B$  என்ற இடங்கள் ஒரே அகலங்கு  $\phi$ ல் இருக்கின்றன. அய்விடங்களின் தொட்டாகு வேறுபாடு  $2\lambda$ .

A-விருத்து B-க்குப் பெருவட்டம் AB வழியாகப் போதும் தூரம் சமமாகச் ; A-விருத்து B-க்குக் கிழக்கு-மேற்காகப் போதும் தூரம் (அதாவது மண்ணுடை நடுவரைக்கு இணைச்சிது வட்டம் AB வழியாக)  $Y_1$

$Y-x=2[\lambda \cos \phi - \sin^{-1}(\sin \lambda \cos \phi)] \operatorname{cosec} 1'$  மாலும் கிடைக்கக் காண திறவுக.

AB என்ற பெருவட்டம் செல்லும் பாதையில்  $\phi'$  என்ற மீள்பெரு அளவிற்குள்ள இடம் இருக்குமாபோல,  $\tan \phi' = \tan \phi \sec \lambda$  காண திறவுக.

AB என்ற பெருவட்டத்திற்கும் மண்ணுடை வட்டமும் நகரும் இடைப்பட்ட கோணதூரம், ஏதாவது ஒரு நாள் கதிரவன் நடுவரை விவக்கத்திற்குச் சமமானால், அந்த நாளன்று, A, B என்ற இரண்டு இடங்களிலும் இரவு நேரம்  $\frac{2\lambda}{15}$  எனவும் திறவுக. (செ)

19. கனூப்பஸ் (Canopus) என்ற விண்மீன் நடுவரை விவக்கம்  $53^\circ 51'$  தெற்கு. எந்த வட்டக்கு அளவிற்குள்ள இடத்தில் அது உச்சி வட்டமும்போது உச்சி தூரம்  $50^\circ$  இருக்கும்? (அ)

20. 14 ம. 12 நி. 36 வி. வல ஏற்றமூள்ள ஒரு விண்மீன், எந்த நாளன்று, நள்ளிரவு 12 மணிக்கு உச்சிவட்டக்குவிவக்கம் கணிக்க.

21. டி லைப்ரா (டி Libras) என்ற விண்மீனின் வல ஏற்றம் 16 மணி; நடுவரை விவக்கம்  $25^\circ$  தெ. அது  $15^\circ$  வட்டக்கு அளவிற்குள்ள இடத்தில் ஐந்தன் 22ம் நாள் உதிக்கும்போது நோற்றக் கதிரவன் நேரமும், உதிக்குமிடத்தின் அடிவான தூரமும் காண்க. (செ)

22. மரீச்ச சிம் நாள், கம்பகா (Spica) என்ற விண்மீன் உச்சி வட்டமும் நேரம் விடியற்காலம் 1 ம. 20 நி. ஓராண்டில் எந்தப் பகுதியில் அது ஒரு நாள் விண்மீனுக்க காட்சியளிக்கும்?

23. (அ = 7 ம. 35 நி. 51 வி.  $\delta = 5^\circ 24'$  வ) உள்ள ஒரு விண்மீன் ஓராண்டில் எந்தெந்தப் பகுதிகளில் (1) காலை விண்மீனுக்க (2) மாலை விண்மீனுக்க காட்சியளிக்கும்?

24. மூன் கேள்வியில், (அ = 10 ம. 4 நி;  $\delta = 12^\circ 21'$  வ) என்ற விண்மீனுக்க கொண்டு விடை காண்க.

## 5. மண்ணுலக மண்டலங்கள்

### பகல் இரவுப் பொழுதுகள்

(The Zones of the Earth—Day and Night durations)

5-0 நாம் முன்பு 4-1-1இல், பொதுவாக ஒரு வின்யீன் (டீ, 8) உதயமாகும் இடத்தையும், அங் வின்யீன் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் காலத்தையும் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும் காலத்தையும் கணிக்கமுடியுமெனப் பார்த்தோம். அப்போது குறிப்பாக, இவை யாவும் கதிரவனுக்கும் பொருத்து மெனக் கூறினோம். ஆனால் கதிரவனின் டீ, மாநிக் கொண்டேயிருப்பதால் (ஒராவும் டீ என்பது 0° முதல் 880° வரைக்கும்; 8 என்பது -28½° முதல் 28½° வரைக்கும்) கதிரவன் உதிக்கும் தோம், இடம்பகல், இரவுப் பொழுதுகள், யாவும் நானுக்குநான், மாநிவரும்; இம்மாறுதல்கள் இடத்தின் அகலங்கு டீயும் சார்ந்திருக்கும். மேலும் குறிப்பாக மண்ணுலகத்தில்  $0^{\circ}$  <  $88\frac{1}{2}^{\circ}$  உள்ள பகுதிகளில், மூலம்பகல், மூல இரவு ஏற்படக்கூடிய வாய்ப்புக்கள் ஏற்படுகின்றன வெனவும் கண்டோம் (4-8-6 காண்க). இப்பகுதியில் இன்னும் விரிவாக, மண்ணுலகில் பல்வேறு இடங்களில் கதிரவன் பகல், இரவுப் பொழுதுகள் எப்படி மாநி வருகின்றனவெனப் பார்ப்போம்.

ஒராவோ காலவட்டத்தில், மண்ணுலகில் பல்வேறு பகுதிகளில் பகல் இரவுப் பொழுதுகளில் மாறுபாடுகள் காணல் :

வடக்கு அகலங்கு உள்ள இடங்களில் இம்மாறுதல்கள் பற்றி ஆராய்வோம்; இதே முறைகள் தெற்கு அகலங்கு உள்ள இடங்களிலும் பயன்படும். மண்ணுலகில் உள்ள தட்பவெப்ப மண்டலங்கள் அடிப்படையை நாம் எடுத்துக் கொள்வோம்.

1. மண்ணுலக நடுவரைவின் மேலுள்ள இடங்கள் ( $0^{\circ}$ ).
2. வட வெப்ப மண்டலம் ( $0^{\circ}$  <  $\phi$  <  $28\frac{1}{2}^{\circ}$ )
3. கடக தோக ( $\phi = 28\frac{1}{2}^{\circ}$ ),

4. வடமீத செம்ப மண்டலம் ( $28\frac{1}{2}^{\circ} < \phi < 66\frac{1}{2}^{\circ}$ )
5. ஆர்க்டிக் வட்டம் ( $\phi = 66\frac{1}{2}^{\circ}$ )
6. வடதுளிர் மண்டலம் ( $66\frac{1}{2}^{\circ} < \phi < 90^{\circ}$ )
7. வடதுருவம் ( $\phi = 90^{\circ}$ ).

மூன்றாவது, இப்பகுதிகளில், பகல் இரவுப் பொழுதுகள் எப்படி ஓராண்டு காலத்தில் மாறுகின்றன எனக் கணக்கிட்டுப் பார்ப்போம். கதிரவன் ( $\alpha, \delta$ ) மாறுதல்கள் தங்குத் தேவைப்படு மாதவின் ஆவை கொடுக்கப்பட்டுள்ள 1-8-2. பட்டியலில் ஒரு முறை பரிசீலிக்கக் கொள்க.

5-1: மன்னுலக நடுவரையின்மீதுள்ள ஓரிடம் ( $\phi = 0$ ).

மன்னுலக நடுவரையின் எந்த ஓர் இடத்தை எடுத்துக் கொண்டாலும் அப்பிடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  பூச்சியமாகும். எனவே, வான வட்ட, தென் துருவப் புள்ளிகள்  $P, P'$  இரண்டும் மூன்றையே வட்ட, தென்புள்ளிகள்  $N, S$ , உடன் இணைந்துவிடுகின்றன. அப்பொழுது வான நடுவரை மூலக்குத்து வட்டத்துடன் இணைந்து விடுகிறது. மார்க்சு 21, செப்டம்பர் 28 ஆகிய இரு தினங்களிலும் கதிரவனின் நடுவரை விஸக்கம் பூச்சியமாகும். எனவே, இவ்விரு தினங்களிலும் கதிரவனின் தினசரியாவது வானநடுவரை (இவ்வு மூலக்குத்து வட்டம்)வாகும். இவ்விரு தினங்களிலும் கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கிறது. மேற்குப் புள்ளியில் மறைகிறது. எனவே, இவ்விரு நாட்களிலும் கதிரவனுதயத்தின் நேரக்கோணம்  $\angle ZNE = 90^{\circ}$ ; எனவே பகல்காலம் 12 மணி; இரவுக் காலமும் 12 மணி. மேலும்  $\phi = 0$  ஆகையால்,

$\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  என்ற வாய்பாட்டின்படி, ஆண்டு முழுவதும்,

$$\cos h = 0 \text{ ஆகிறது } h = 90^{\circ}$$

எனவே,  $\delta$  எதுவாகவிருந்த போதிலும், ஆண்டு முழுவதும் கதிரவன் பகல்பொழுது (தொடுவரையத்திற்கு மேலிருக்கும் காலம்) தினந்தோறும் 12 மணி நேரம், உதிக்கும் இடங்கள் மாட்டுமே யாவும்.

$$\cos A = \sin \phi \sec \delta \text{ என்ற வாய்பாட்டின்படி,}$$

$$\cos A = \sin \phi \quad (\because \sec \phi = \sec 0 = 1),$$

$$= \cos (90 - \phi).$$

$$\therefore \text{தொடுவான தூரம் } A = (90 - \phi) \text{ ஆகவிருக்கும்.}$$



தூரத்தில் உள்ளது. இரண்டு 22க்குப் பின் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் செட்டம்பர் 28த் தேதி வான நடுவரை மேல் செல்கிறது.

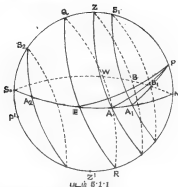
செட்டம்பர் 28ம் தேதிக்குப் பின்பு கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைகிறது. அதாவது கதிரவனின் தென் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. அப்போது கதிரவனின் தினசரிப்பாதை வான நடுவரைக்குத் தெற்கே அதற்கு இணையான சிறு வட்டம் வளாக அமைகின்றது. இந்தவட்டத்தில் கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளிகளுக்குத் தெற்கே உதித்து, உச்சிப் புள்ளி Zக்கு தெற்கே உச்சி கடத்து மேற்குப் புள்ளி Hக்குத் தெற்கே மறைகிறது. டிசம்பர் 28ம் தேதி கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் மீட்சிது மதிப்பைப் ( $-28\frac{1}{2}^{\circ}$ ) பெறுவதால் கதிரவனின் பாதை இந்தத் தேதியில் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே மீப்பெகு தொலைவில் உள்ளது. இத்தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் மார்ச்சு 21ம் தேதி வான நடுவரையை அடைகிறது. அப்போது அதன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சிய மதிப்பைப் பெறுகிறது.

இவ்வாறுக ஆண்டு முழுவதும் ஏற்படும் கதிரவனின் தினசரிப் பாதைகள் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் மூங்குத்து வட்டத்துடன் இணைந்தோ அல்லது இணையாகவோ அமைகின்றன. எனவே, அவ்வட்டங்கள் தொடுவானத்தால் இரு சம கூறுக்கப் படுகின்றன. எனவே, கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே எவ்வளவு நேரம் உள்ளதோ அவ்வளவு நேரம் தொடுவானத்திற்குக் கீழே உள்ளது. எனவே, மண்ணுலக நடுவரை மீதுள்ள இடங்களில் இரவு பகல் சமமாகி, ஒவ்வொன்றும் 12 மணியாகிறது. மேலும் இவ்விடங்களில் கதிரவன் மார்ச்சு 21, செப்டம்பர் 28 ஆகிய தேதிகளில் உச்சி வழிவாகச் செல்கிறது; கதிரவன் உச்சி கடக்கும் தூரமானது,  $-W$  இயிருத்து  $+W$  வரை வேறுபடுகிறது.

5-1-1: வட வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் பகல் இரவு நேரம் காணல் ( $0 < \delta < 23\frac{1}{2}^{\circ}$ );

வட வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் அகலங்கு பூச்சியத்திற்கு அதிகமாகவும், Wக்குக் குறைவாகவும் இருக்கும். மார்ச்சு 21ம் தேதியன்று கதிரவன் மேடது புள்ளியில் உள்ளது. எனவே அன்று கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் பூச்சியம். கதிரவனின் அன்றைய தினசரி இவக்கம் வானநடுவரைவுடன் இணைகிறது. கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளியில் உதிக்கின்றது, படம் 5-1.1 காண்க.





படம் 5.1.1

மேற்கூறு புள்ளியில் மறைக்கிறது.

அதாவது உதிக்மும்பொது நேரக்கோணம்

$$\angle ZPE = \angle QPE = \angle QE = 90^\circ; \text{ எனவே,}$$

$$\text{பக்க நேரம்} = \frac{2h}{16} \text{ மணிகள்}$$

$$= \frac{2 \times 90}{16} \text{ மணிகள்}$$

$$= 12 \text{ மணிகள்.}$$

இரவு நேரமும் 12 மணிவாக இருக்கும். மார்க்க 21ம் தேதிக்குப் பின் அதிவயவின் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. எனவே மார்க்க 21ம் தேதிக்குப் பின்பு, ஜூன் 22 வரை 8 கூட்டு மதிப்புப் பெற்றிருப்பதாக,

$\cos h = - \tan \delta \tan \theta$  என்ற வாய்பாட்டின்படி,  $\cos h$  குறைவெய்தியிருக்கும்.

$$\text{பகற்பொழுது } \frac{2h}{16} > 12 \text{ மணிவாகும்.}$$

எனவே, மார்க்க 21ம் தேதியிலிருந்து நாள்களுதான் பகற்பொழுது 12 மணிக்கு அதிகமாகிக்கொண்டும் இரவுப் பொழுது 12 மணிக்கு குறைவாகிக்கொண்டும் செல்லும். ஜூன் 22ம் நாள், அதிவயவின்

தளது மீப்பெரு வடக்கு நடுவரை விலக்கமான  $\sim \cos^{-1} \frac{24}{18}$  ஐப் பெறுகிறது. எனவே ஆன்று  $\cos \phi = \tan \phi \tan \psi$  மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறும்; எனவே  $\cos^{-1} (-\tan \phi \tan \psi)$  என்பது  $\phi$ ன் மீப்பெரு மதிப்பாகும். அன்றைய பகற்பொழுது  $\frac{24}{18}$ -மணிகள், அதாவது

$\phi = \cos^{-1} (-\tan \phi \tan \psi)$  மணிகள்). இதுவே அந்த அகலங்களுள்ள இடங்களில் மீப்பெரு பகற்பொழுதாகும். ஜூன் 24-ம் நாள், மீப்பெரு பகற்பொழுதும் மீச்சிறு இரப்பொழுதும் ஏற்படும். இந்தக் காலான டில், கதிரவனின் திசைநிப் பாதை வான நடுவரைக்கு வடக்கே அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. உதயமாகுமிடம் கிழக்குப் புள்ளிக்கு வடக்கே நகர்த்து சென்று, ஜூன் 25-ம் நாள், கிழக்குப் புள்ளியிலிருந்து மீப்பெரு தூரத்திலிருக்கும். அதற்கு மேல், உதயமாகுமிடம் நகர்த்து செல்வது. மார்க்சு 21-ம் நாளுக்கும் ஜூன் 22-ம் நாளுக்கும் இடைநிலை ஏதாவதொரு நாள், கதிரவன் நடுவரை விலக்கம், காட்சியிடத்தின் அகலங்களை ஒக்கு சமமாகும். ( $\therefore 0 < \phi < 28\frac{1}{2}^\circ$ ). அந்த நாளன்று கதிரவன் பாதை, QRக்கு இணையாக  $\phi$  தூரமுள்ள ஒரு சிறு வட்டமாகும்.  $\phi = QZ$  ஆகையால் அன்று கதிரவன் தலைநேர் உச்சி Z வழியாக உச்சி கடக்கும்.

ஜூன் 22-ம் தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம், குறைவதாகி கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே, பகல் நேரம் குறைந்து இரவு நேரம் அதிகமாகிறது. செப்டெம்பர் 22-ம் தேதி பின்னும் வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாக அமைகின்றது. ஆந்தரஸில் இரவும் பகலும் சமநேரம், 12 மணி கொண்டதாக உள்ளது. இந்த ஜூன் 22-ம் நாள் முதல் செப்டம்பர் 22-ம் நாள்வரை உள்ள இடைவெளியில், மற்றுமோர் முறை, கதிரவன் நடுவரை விலக்கம், காட்சியிடத்தின் அகலங்களுக்குச் சமமாகி, கதிரவன் தலை நேர் உச்சி Z வழியாக உச்சி கடக்கும்.

செப்டெம்பர் 22 முதல் டிசெம்பர் 22 வரை 3 குறை மதிப்புப் பெற்றிருப்பதாக,

$\cos \phi = -\tan \phi \tan \psi$  இன் மதிப்பு கூட்டு மதிப்பும் பெற்று,  $\phi < 90^\circ$  ஆகும்;  $\phi$  இன் மதிப்பும் குறைந்துகொண்டே போகும்.

$\therefore \frac{24}{18} < 12$  மணிவாகும். எனவே, செப்டம்பர் 22-ம்

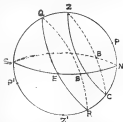
தேதியிலிருந்து நாளாக்குநாள் பகற்பொழுது 12 மணிக்குக் குறைவாகக் கொண்டும் இரவுப்பொழுது 12 மணிக்கு அதிகமாகக் கொண்டும் செல்லும். இக் நாட்களில் கதிரவனின் திசைநிப் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே, அதற்கு இணையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. டிசம்பர் 22-ம் தேதி கதிரவனின்

நடுவரை விவக்கம் — $w$ , அன்று கதிரவன் பாதை  $A, S, B$ , கதிரவனுதயத்தின்போது  $cos$  மீட்பெரு கூட்டு மதிப்பும் பெறும்; ஆகவே நேரக் கோணம் மீச்சிறு மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே அந்தான் மீச்சிறு பகல்தேரம் கொண்ட தான்; டிசெம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிவீண்டும் மார்க்ச 21ம் தேதி வராத நடுவரையை அடைகிறது.

எனவே, வடவெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் இரு நாட்கள்; மார்க்ச 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய தேதிகளில் பகல் இரவு சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணிவாகிறது. மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் தேரம் மிக அதிகமாகவும் டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல் தேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இம்மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில், ஜூன் 22க்கு முன்பு ஒரு நாளும் பின்பு ஒரு நாளும், கதிரவன் நடுவரை விவக்கம் அகலிடத்தின் அகலாகித்தொடர் சமமான நாட்களில், கதிரவன் தலைக்கு நேர் மேலே  $Z$ இல் உச்சி நடக்கிறது.

5-1-2: வடக ரேகைகளிலுள்ள இடங்களின் பகல் இரவு நேரம் காணல் :

வடக ரேகைகளிலுள்ள இடங்களின் அகலங்கு  $W$ க்குச் சமம் ( $\phi = w = 23\frac{1}{2}^\circ$ ) இவ்விடங்களிலும் வடவெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களிலுள்ளப்டது போலவே பகல், இரவு நேரங்களில் மாறுதல்கள் ஏற்படும். எனவே, மார்க்ச 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய இரு தினங்களிலும் பகல் இரவு சமமாக, ஒவ்வொன்றும் 12 மணிவாக இருக்கும். மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் தேரம் மிக அதிகமாகவும் டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல்தேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இவ்விடங்களில் ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் அகலங்கு ( $\phi = \delta = w$ ) ஆகிற



படம் 5.12

படியாக அது வராத உச்சி  $Z$  வழியாகச் செல்கிறது. அன்று ஒரு நாள் மட்டுமே அகலிடங்களில் நண்பகலில் கதிரவன் தலைக்கு நேர் மேலே சென்று உச்சி வடக்கும், அன்று கதிரவன் பாதை  $SZBC$ ;  $Z$  வழியாகச் செல்லும். (படம் 5-1-2).



Aஇல் உச்சி கடக்கிறது. அன்று கதிரவன் பாதை SABC (படம் 5.1.3).

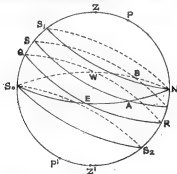
ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின்னர் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் குறைவதால் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே பகல் நேரம் குறைவையும் இரவு நேரம் அதிகரிக்கவும் தொடங்குகிறது. செப்டெம்பர் 28ம் தேதி மீண்டும் வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாக அமைகின்றது. ஆத்தாளில் இரவும் பகலும் சமநேரம்; 12 மணி கொண்டதாக உள்ளது.

செப்டெம்பர் 28ம் தேதிக்குப் பின்னர் நடுவரை விலக்கம் மேலும் குறைகிறது. அதாவது தென் நடுவரை விலக்கம் அதிகரிக்கிறது. இத்தாட்களில் கதிரவனின் திசையில் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே, அதற்கு இடையான சிறு வட்டங்களாக அமைகின்றன. அப்போது கதிரவன் உதயத்தின்போது அதன் நேரக் கோணம்  $90^\circ$ -க்கு குறைந்து வேகமாகச் சரிகிறது. எனவே பகல் நேரம் 12 மணிப் பொழுதினிலுந்து வேகமாகக் குறைந்து வருகிறது. எதிர் மாறாக இரவு நேரம் 12 மணிப் பொழுதினிலுந்து வேகமாக மிதந்து வருகிறது. டிசெம்பர் 22ம் தேதி கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் - $\omega$ , அன்று கதிரவன் பாதை  $S_1A_1B_1C_1$ , கதிரவன் உதயத்தின்போது அதன் நேரக் கோணம் மீட்சிலு மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே அன்று பகல் நேரம் மிகக் குறைவாகிறது. எனவே ஆத்தாள் மீட்சி பகல் நேரம் கொண்ட தாள் என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. அன்று இரவு நேரம் அதிகமாகும். டிசெம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பி மீண்டும் மார்க்ச 21ம் தேதி மேட முத்த புள்ளியை அடைகிறது. அன்று வான நடுவரையே கதிரவன் பாதையாகும். எனவே, வடமேற்கு வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் இரு நாட்கள் மார்க்ச 21, செப்டெம்பர் 28 ஆகிய தேதிகளில் பகல் இரவு சமமாகி, ஒரேவொன்றும் 12 மணிவாகிறது. மேலும் ஜூன் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிக அதிகமாகவும், டிசெம்பர் 22ம் தேதி பகல் நேரம் மிகக் குறைவாகவும் இருக்கிறது. இம் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் ஒரு நாளும் கதிரவன் நகல்கு. நேரே Zஇல் தோன்றுவதில்லை. கதிரவன் வான உச்சிக்குத் தெற்கே உச்சி கடக்கிறது.

5.1.4: ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள இடங்கள்:

ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மீதுள்ள இடங்களின் அகலங்கு.  $90^\circ$ -க்குச் சமம் [ $\phi = 90^\circ - \omega$ ], மார்க்ச 21ம் தேதி கதிரவன் மேட முத்த புள்ளியில் உள்ளது. எனவே, அன்று வான நடுவரை RQ (கதிரவன், பாதையாகும்); கிழக்குப் புள்ளி Eக்கு உறிக்கின்றது. மேற்குப் புள்ளி Nஇல் மறைகின்றது. கதிரவன் உதயத்தின்போது

தேரக் கோணம் 80° ஆகவாசி பதில், இரவு தேரக்கள் சமமாகி, ஒய்வொன்றும் 12 மணிமாதிரிதது. மார்க்க 21ம் தேதிக்குப்பின் சுதிரவனின் தடுவரை விவக்கம் மிகுவுதவாசி சுதிரவன் மாணத் வான



1.00 5:14

தடுவரைக்கு வடக்கே இணையாக உள்ள சிறு வட்டங்களாகும். காட்சி இடத்தின் அகலங்கு மிதுமிதிறப்பதால் அதிரவன் பரந்த தொடுவானத்துடன் சிந்தனவே சாய்ந்திருக்கும். எனவே மார்க்சை உடனடியில் பின் தாட்கள் செக்ஸ் செக்ஸ் அதிரவனுடைய நேரக் கோணம் 90°க்கு மேல் மிக வேகமாக உயர்ந்துசெல்லும். எனவே பகல் நேரம் மிகவேகமாக அடிகளிக்கிறது. இரவு நேரம் மிக வேகமாகக் குறைகிறது. ஐ9ன் 22ம் தேதி தடுவரை விவகாரம் பீர்பெறு மதிப்பு யகலல் பெறுவதால் அன்று

$$\cos h = -\tan 60_j^\circ \tan 38_j^\circ.$$

$$\therefore h = \pi \frac{8h}{16} = 24 \text{ least units.}$$

கதிரவன் தொடுவானத்தை வடக்குப் புறம் 100 தொட்டுக் கொண்டு செல்கிறது.

$\therefore NR = \omega, PR = 90^\circ, PN = \phi = 90 - \omega$ . எனவே நான் குழந்தை  
 உதிரலாகத் தொடுவானதற்கு மேலேயே இருக்கிறது என்பது

தெரிகிறது. அன்று பகல் நேரம் 24 மணிவரையில் இரவு கிடைக்காது. ஐந்தாம் 23ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவனின் தடுவணை விவக்கம் குறைந்து வருவதால் கதிரவன் வந்த வழியே திரும்பிச் செல்கிறது. எனவே பகல் நேரம் நான்குநாள் குறைபாடு தொடங்குகிறது; இரவு நேரம் தொடர்ந்து அதிகமாக ஆரம்பிக்கிறது. செப்டெம்பர் 23ம் தேதியை இது தொடர்ந்து நடந்து, செப்டெம்பர் 23ம் தேதி கதிரவன் துவரம் முதல் புகளியில் இருப்பதால் பகல் இரவு சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணிவரையில். செப்டெம்பர் 23ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவன் வான தடுவணைக்குத் தெற்கே செல்கிறது. எனவே, இத்தாடல்களில் பகல் நேரம் குறைந்து இரவு நேரம் அதிகமாகிறது.

$$\cos h = -\tan 68\frac{1}{2}^\circ = \tan (-23\frac{1}{2}^\circ).$$

$$= 1$$

$$h = 0$$

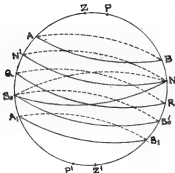
$$\text{பகற்பொழுது} = \frac{0}{15} = 0 \text{ மணி.}$$

அன்று கதிரவன் பாதை தொடுவானத்தை  $S_1$  க் தொட்டுக் கொண்டு சென்று, தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருக்கின்றது. [ $\therefore QS_1 = 0$ ;  $ZQ = 90 - 0$ ;  $ZS_1 = 90^\circ$ ]. அன்று கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே உள்ளது. எனவே அன்று முழுவதும் இரவாகவே உள்ளது. பகல் இல்லை; டிசம்பர் 22க்குப் பின்னர் கதிரவன் வானதடுவணையை நோக்கி வருவதால் நான்கு நாள் பகல் அதிகரிக்கவும் இரவு குறைவவும் செல்கிறது. இது தொடர்ந்து மார்ச்சு 21 வரை நீடித்து, அன்று வானதடுவணையே கதிரவன் பாதையாவதால் இரவு பகல் சமமாகிறது.

ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள இடங்களில் மார்ச்சு 21, செப்டெம்பர் 23 ஆகிய இருதினங்களிலும் பகல் இரவு ஒவ்வொன்றும் 12 மணிக்குச் சமமாகிறது. ஐந்தாம் 23ம் தேதி பகல்நேரம் 24 மணி; இரவில்லை. டிசம்பர் 23ம் தேதி பகலில்லை; இரவுக் காலம் 24 மணி. இவ்விடங்களிலும் கதிரவன் வான உச்சிக்குத் தெற்கேயே எப்போதும் உச்சி கடக்கிறது.

5-1-5: வடகுளின் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் பகல் - இரவு நேரம் காணல் :

வடகுளின் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களின் அகலங்கு  $80 - 0$  க்கு அதிகமாகவும்  $80^\circ$  க்குக் குறைவாகவும் இருக்கும். ( $80 - 0 < \phi < 90$ )



படம் 5-1-5

மரீச்ச 21ம் தேதி கதிரவன் மேட்டூற்றின் புள்ளியில் உட்களநால் அன்று வானநடுவரை  $QR$ -யே கதிரவன் பாதையாகும். அப் போது கதிரவன் கிழக்குப் புள்ளி  $P$ -ல் உதிக்கிறது. மேற்குப் புள்ளி  $N$ -ல் மறைகிறது. கதிரவன் உதயத்தின்போது நேரக் கோணம்  $90^\circ$  ஆதலால் பகல் இரவு நேரங்கள் சமமாகி ஒவ்வொன்றும் 12 மணி யாகிறது. மரீச்ச 21ம் தேதிக்குப் பின் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம் உயர்வதால் கதிரவன் வான நடுவரைக்கு வடக்கே செல்கிறது. இடத்தில் அகலங்கு மிகவும் அதிகமாக ( $90^\circ$  க்கு அருகில்) இருப்பதால் கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்கு மிகச் சிறிய அளவிலேதான் சாய்ந்திருக்கும். எனவே, மரீச்ச 21 க்கும் பின் நாட்கள் செவ்வச் செவ்வ கதிரவனுடைய நேரக் கோணம்  $90^\circ$  க்கு மேல் மிக வேகமாக அதிகரிக்கிறது. எனவே பகல் நேரம் மிக மிக வேகமாக வளர்கிறது. அப்படி மிகுத்து செல்லும்போது ஏதாவது ஒருநாள் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம்  $(90 - \phi)^\circ$  க்குச் சமமாகும். அன்று  $\cos h = -1$ ; பகல் பொழுது 24 மணி; இரவில்லை. அன்று கதிரவன் தினசரிய் பாதை  $NN'$  தொடுவானத்திற்கு முற்றிலும் மேலேயேயிருக்கும்; தொடுவானத்தைத் தொட்டுச் செல்லும்.

$$[\because PN = \phi; PR = 90^\circ; \delta = NR = PR - PN = 90 - \phi].$$



மண்ணுலக மண்டலங்கள்

இதற்குப்பின்னரும் கதிரவன் நடுவரை விவக்கம் ஆதிகரிப் பதால் கதிரவன் திசைரிப் பாதை தொடர்ந்து தொடுவானத்திற்கு மேலேயே அமைகிறது. எனவே தொடர்ந்து பகற்பொழுதே நீடிக்கிறது; இரவேயிராது. (படம் 8-1-5 காண்க). ஐந்தே 22ம் தேதி கதிரவனின் நடுவரை விவக்கம் மீப்பெரு மதிப்பைப் பெறுவதால் அன்று கதிரவன் திசைரிப் பாதை AB வான நடுவரைக்கு மீப்பெரு தொலைவில் உள்ளது. இதற்குப் பின்னர் கதிரவன் நடுவரை விவக்கம் குறைவத் தொடங்குகிறது. எனவே கதிரவன் திசைரிப் பாதை வந்தவழியே திரும்புகிறது. மீண்டும் கதிரவன் நடுவரை விவக்கம்  $(90 - \phi)$  க்குச் சமமாகும் நாளன்று NN' கதிரவன் திசைரிப் பாதையாகிறது.

நடுவரை விவக்கம்  $(90 - \phi)$  யிலிருந்து உயர்ந்து யவை அடைத்து மீண்டும்  $(90 - \phi)$  என்ற மதிப்புக்குத் குறையும் நாள்வரை பரணாகவே உள்ளது. இந்நாட்களை நினைத்த பகற்காலம் (Perpetual day) கொண்ட நாட்கள் என்று கூறப்படுகிறது. இக் காலத்திற்கு ஐந்தே 22ம் நாள் மைய நாளாகும். இதற்குப்பின்னர் இரவும் பகலும் ஏற்பட ஆரம்பித்து, நான்கு நாள் பகல் நேரம் குறைவவும் இரவு நேரம் அதிகரிக்கவும் தொடங்குகிறது. கதிரவன் செப்டெம்பர் 22ம் தேதி துவண் மூதற் புள்ளியில் (வான நடுவரையின்) இருப்பதால் வான நடுவரையே கதிரவன் திசைரிப் பாதையாகும்.

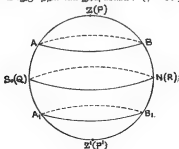
செப்டெம்பர் 22ம் தேதிக்குப்பின் கதிரவனின் நடுவரை விவக்கம் குறைந்து வசுவதாசு (தென் நடுவரை விவக்கம் வளர்வதால்) கதிரவனின் திசைரிப் பாதைகள் வான நடுவரைக்குத் தெற்கே அமைகின்றன. இப்போதும் ஏதாவதொரு நாள் கதிரவன் தென் நடுவரை விவக்கம்  $90 - \phi$  மதிப்பைப் பெறும் பொது  $\cos k = 1$  ஆகிப் பகற் பொழுது 0 ஆகும். இரப்பொழுது 24 மணிநேரம். அன்று அப்பாதை  $(S_0, S_0')$  தெற்கு வானத்திற்கு முற்றிலும் கீழே அமைந்து அதைத் தொட்டுக் கொண்டு இருக்கும். அன்று கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே தெரிவதில்லை. எனவே பகல் என்பதே கிடையாது. 24 மணி நேரமும் இரவாகவேயிருக்கும். இந்நான்குக்குப் பின்னரும் தொடர்ந்து கதிரவனின் தென் நடுவரை விவக்கம் வளர்வதால் கதிரவன் பாதை மேலும் தொடுவானத்திற்குக் கீழேயே அமைவும். கதிரவன் தெரியவே தெரியாது. எப்பொழுதும் இரவே நீடிக்கும். டிசம்பர் 22ம் தேதி நடுவரை விவக்கம்  $= \phi$  ஆகையால்,  $A_1, B_1'$  கதிரவன் திசைரிப் பாதையாகிறது.  $(Q_1 A_1 = \omega)$  இதற்குக்கீழே, கதிரவன் திசைரிப்பாதை அமைவ இயலாது. டிசம்பர் 22ம் நாளுக்குப்பின் மறுபடியும் கதிரவன் பாதை, QR ஐ நோக்கி வந்தவடியே திரும்புக. இடைமில் ஏதாவதொரு நாளில் கதிரவன் தென் நடுவரை விவக்கம்

மறுபடியும்  $90^\circ$  —  $\phi$  ஆகும். அன்று கடிரவன் பாதை திரும்பவும்  $S_0, S_0'$  ஆகும்.

அதாவது மூலையில் கடிரவன் பாதை  $S_0, S_0'$  இல் அமைந்த தான் முதலாக,  $A, B$  இல் இறங்கியமைந்து, திரும்பவும்  $S_0, S_0'$  இல் அமைவும் வடிவியல், கடிரவன் தொடுகோணத்திற்கு மேலேயே தெரியாது. இவ்விடைவெளிக் காலம் மூலுவதும் நிலைத்த இரவுக் காலம் (Perpetual night) கொண்ட நாட்கள் என்பனவும். இக் காலத்திற்கு டிசம்பர் 21ம் நாள் கால தாளாகும். இதற்குப் பின்னர் இரவும் பகலும் ஏற்பட ஆரம்பித்துப் பகல் நேரம் அதிகரிக்கவும் இரவு நேரம் குறையவும் தொடங்குகிறது. இத்தலை தொடர்ந்து ஏற்பட்டு மார்ச்சு 21ம் தேதி கடிரவன் மீண்டும் துலாம் முதற் புள்ளியை அடைகிறது.

இவ்வாறாக, வடகுளிர் மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் மார்ச்சு 21ம் தேதியும் செப்டம்பர் 21ம் தேதியும் சம பகலிரவு கொண்ட நாட்களாக அமைகின்றது. ஜூன் 21ம் தேதியை மையமாகக் கொண்ட நிலைத்த பகல் காலம் கொண்ட நாட்களும், டிசம்பர் 21ம் தேதியை மையமாகக் கொண்ட நிலைத்த இரவுக் காலம் கொண்ட நாட்களும் ஏற்படுகின்றன. மிக நீண்ட பகற் காலங்களும் மிகக் குறைந்த இரவுக் காலங்களும். அல்லது மிகக் குறைந்த பகற் காலங்களும், மிகநீண்ட இரவுக் காலங்களும், நிலைத்த பகல், நிலைத்த இரவுக் காலங்களும் இப்பகுதியில் சிறப்பானவை.

5-1-6: வடதுருவத்தில் பகல் இரவு காணல் : ( $\phi = 90^\circ$ )



படம் 5-1-6.

படம் 5-1-6 காண்க. வட்டவடிவத்தில் உள்ள இடத்தின் அகலங்கு  $90^\circ$ . எனவே, வானவட்ட துருவப் புள்ளி (P) வான உச்சப் புள்ளியுடன் (Z) இணைகிறது; வான நடுவரை QR, ஆனது தொடுவானத்துடன் ( $NS_0$ ) இணைகிறது. கதிரவன் வட்ட நடுவரை ஸ்கைக்ம் பெற்றுள்ள காலமான மார்க்சு 21ம் தேதிமுதல் செப்டெம்பர் 28ம் தேதி வரை கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேலே இருக்கும். கதிரவன் பாதைகள்  $S_0N$  அல்லது QRக்கு மேலே QRக்கு இணையான சிறு வட்டங்களாகும். ஜூன் 22ம் தேதி கதிரவன் பாதை AB ( $QA = w$ ). இக்காலம் முழுவதும் அதாவது ஆறு மாதங்கள் முழுவதும் நிலைத்த பகற்காலம் கொண்ட நாட்களாகும்.

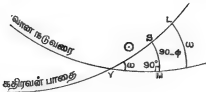
கதிரவன் தென் நடுவரை ஸ்கைக்ம் பெற்றுள்ள காலமான செப்டெம்பர் 28ம் தேதி முதல் மார்க்சு 21ம் தேதிவரை கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே உள்ளது. எனவே, இக்காலம் முழுவதும் நிலைத்த இரவுக் காலம் கொண்ட நாட்களாகும். கதிரவன் பாதைகள்  $S_0N$  அல்லது QRக்குக் கீழே QRக்கு இணையான சிறு வட்டங்களாகும். டிசெம்பர் 22ம் தேதி கதிரவன் பாதை A, B, ( $QA_2 = -w$ ).

(மண்ணுலகத்தின் தென்பகுதியிலுள்ள எந்த ஓர் இடத்தில் ஏற்படும் பகல் இரவு நேரங்களின் வேறுபாட்டையும் இவ்வாறே ஆராயலாம்.)

குறிப்பு: நிலைத்த இரவுக் காலம் எனப்படும் ஆறுமாத காலத்தில், முழு இருட்டாகிவிடுகிறது. அக்காலத்தில் ஒரு பெரும் பகுதியில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே இருப்பினும் மெர்லொனி (Twilight) காரணமாகக் கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ்  $18^\circ$  தாழும் வரையிலும், அதற்கு இணையாக, மறுபடி  $18^\circ$  தாழ்நிலை இருந்து, கதிரவன் தொடுவானத்தை அடைபயிவரை விலும், ஒரு இலேசான ஒளி அங்கு நிகழும். முழு இருட்டுக் காலம் (Total darkness) ஆறு மாதத்தில் கொஞ்ச காலமே நீடித்திருக்கும்.

5.2 : அகலங்கு  $\phi > 90 - \epsilon$  உள்ள இடத்தில் நிலைத்த பகற்கால நீடிப்பு (To find the duration of perpetual day at a place of latitude  $\phi > 90 - \epsilon$ )

$\phi > 66^\circ$  உள்ள இடங்களில்தான் நிலைத்த பகல், நிலைத்த இரவு ஏற்பட வாய்ப்புக்கள் உண்டு என 5-1-6, 5-1-6இல் நாம் கண்டோம்.



படம் 5-2

5-1-ஈஇல் காட்டப்படி, கதிர்வனின் நடுவரை விலக்கம்  $(90 - \phi)$ க்குச் சமமாகும்போது முதல் முழுப் பகல்தான் ஆரம்பிக்கிறது. அப்போது நிலைத்த முழுப்பகல் ஆரம்பித்து, கதிர்வன் நடுவரை விலக்கம்  $\omega (= 23\frac{1}{2})$  ஆளும் வரையும் நீடித்து, பின்னும் தொடர்ந்து நீடித்து, மறுபடியும் நடுவரை விலக்கம்  $90 - \phi$  ஆளும் போது முடிகிறது. கதிர்வன் நடுவரை விலக்கம்  $(90 - \phi)$  ஆக உள்ளபோது, கதிர்வனின் வின் நேட்டாக்கு 0 எனக் கொண்டால் படம் 5-2இன்படி

$$\frac{\sin \omega}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin (90 - \phi)}{\sin \omega}$$

$$\therefore \sin \omega = \cos \phi \operatorname{cosec} \omega$$

$$\therefore \omega = \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

கதிர்வன் நடுவரை விலக்கம் = ஆளும் போது, அதன் வின் நேட்டாக்கு  $\frac{\pi}{2}$  (ஐரின் 22); எனவே நிலைத்த பகல் ஆரம்பிக்கும் நான் முதல் ஐரின் 22ம் நாள் வரை, கதிர்வன் தனது பாதையில் பயணம் செய்வும் நேட்டாக்கு தூரம்

$$= \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

$$= \cos^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega).$$

ஐரின் 22ம் நாள் முதல், மேலும் ஒரு முறை கதிர்வன் நடுவரை விலக்கம்  $(90 - \phi)$  ஆளும்வரை, கதிர்வன் தன் பாதையில் பயணம் செய்வும் நேட்டாக்கு தூரம்,

$$\text{மறுபடியும்} = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega)$$

$$= \cos^{-1} (\cos \phi \operatorname{cosec} \omega).$$

எனவே, திறைத்த பகல் நீடிக்கும் காலம் அதிரவன் தனது பாதையில்,  $2 \cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega)$  கோண தூரம் பயணம் செய்யும் காலத்திற்குச் சமம். ஓரண்டில் அதிரவன் நெட்டாங்குப் பயணம்  $2\pi$  ஆகும்,

$$\begin{aligned} 2 \cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega) \text{ பயணம் செய்ய எடுத்துக் கொள்ளும்} \\ \text{காலம்} &= \frac{365 \cdot 25}{2\pi} \times 2 \cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega), \\ &= \frac{365 \cdot 25}{\pi} \times \cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega). \end{aligned}$$

நாட்களாகும். இதுவே திறைத்த பகற்காலம் நீடிக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையாகும்.

குறிப்பு:  $\cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega)$  ஆரவரன் ஆளவில் எடுக்கப் படவேண்டும்; அதைப் பாதையளவில் எடுத்தால், முழுப்பகல் காலம்

$$= \frac{365 \cdot 25}{180^\circ} \times \cos^{-1} (\cos \phi \cos \delta \cos \omega) \text{ நாட்கள்}$$

இத்த எண்ணிக்கையே, டிசம்பர் 22ம் நாள் மறுபடி கொண்ட திறைத்த இரவுக் காலம் நீடிக்கும் நாட்களின் எண்ணிக்கையாகும். 5-3 (i) : ச.கா. 1 :  $45^\circ$  வ. அகலங்கு உள்ள இடத்தில் ஜூன் 22ம் தேதியும், டிசம்பர் 22ம் தேதியும் பகல் இரவுக் காலங்களைக் கணிக்க. மேலும் அதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $10^\circ$  வ. உள்ள தளம் பகல் இரவுக் காலங்களைக் கணிக்க (வ =  $23^\circ 30'$ ).

ஜூன் 22ம் தேதி அதிரவன் நடுவரை விலக்கம் =  $23^\circ 30'$ . டிசம்பர் 22ம் தேதி அதிரவன் நடுவரை விலக்கம் =  $-23^\circ 30'$ . எனவே, ஜூன் 22ம் நாள் அதிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள நேரக் கோணம்  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$ .

$$\begin{aligned} &= -\tan 45^\circ \tan 23^\circ 30' \\ &= -.4849 \end{aligned}$$

$$\therefore h = (18^\circ - 64' 14'') = 115^\circ 46'.$$

$$\therefore \text{ஜூன் 22 பகற்காலம்} = \frac{281 \cdot 58}{15}$$

$$= 15 \text{ மணி } 26 \text{ நி. } 7 \text{ வி.}$$

$$\text{இரவுக் காலம்} = 8 \text{ மணி } 38 \text{ நி. } 53 \text{ வி.}$$

$$\text{டிசம்பர் 22 பகற் காலம்} = 8 \text{ மணி } 38 \text{ நி. } 53 \text{ வி}$$

$$\text{இரவுக் காலம்} = 15 \text{ ம } 26 \text{ நி. } 7 \text{ வி.}$$

$$\delta = 10^\circ$$

$$\begin{aligned}\cos h &= -\tan 45^\circ \tan 10^\circ \\ &= -0.1763 \\ h &= (180 - 78^\circ 51') \\ &= 100^\circ 9'\end{aligned}$$

$$\therefore \text{பகற்காலம்} = \frac{240 \cdot 8}{15} = 16 \text{ மணி } 21 \text{ நி. } 12 \text{ வி.}$$

$$\text{இரவுக் காலம்} = 10 \text{ மணி } 35 \text{ நி. } 12 \text{ வி.}$$

குறிப்பு :  $\delta = -10^\circ$  ஆகும்போது, பகற்காலம் இரவுக் காலமாகவும், இரவுக் காலம் பகற்காலமாகவும் மாறி வருவதைக் காண்க.

எ.கா. 2 :  $15^\circ$  வடக்கு அகலங்களுடன் ஓரிடத்தில், மீப்பெரு பகற்காலம் எவ்வளவு எனக் காண்க.

தூண் மாதம் 22ம் நாள், அதிரவன் கிழக்குப் புள்ளிக்கு மீப்பெரு ஓரத்திலிருக்கும்போது மீப்பெரு பகற்காலம் எற்படும்.

$$\begin{aligned}\phi &= 15^\circ; \quad \delta = 28^\circ 5' \\ \cos h &= -\tan \phi \tan \delta \\ &= -0.2679 \times 0.4846 \\ &= -0.1186 \\ \therefore h &= 180 - 98^\circ 18' \\ &= 81^\circ 41'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{மீப்பெரு பகற்காலம்} &= \frac{188.87}{15} \\ &= 12 \text{ மணி } 55 \text{ நி. } 29 \text{ வி.}\end{aligned}$$

[குறிப்பு (1) : டிசெம்பர் 22ம் நாள் மீப்பெரு இரவுக் காலம் 12 மணி 55 நி. 29 வி.]

குறிப்பு (2) : ஓரண்டு காலத்தில், ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில், அதிரவன் எவ்வளவு காலம் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கிறதோ, அவ்வளவுகாலம் தொடுவானத்திற்குக் கீழிருக்கும். இதை, பொதுவாக நிறுவவந்தப் பரிநியாயக் கொள்கை.

எ. கா. 3 : ஆர்க்டிக் மண்டலத்தில், ஓரிடத்தில் நிலைத்த பகற்காலம் 60 நாட்கள் நீடிக்கிறது. அங்குமிடத்தில் அகலங்கென்ன?

5-2 இன்படி, நிலைத்த பகற்காலம்

$$\begin{aligned}60 &= \frac{866}{150} \times \cos^{-1} \left[ \frac{\cos \phi}{\sin \omega} \right] \\ &= \frac{866}{150} \times \cos^{-1} \left[ \frac{\cos \delta}{0.8867} \right]\end{aligned}$$

$$\therefore \cos^{-1} \left[ \frac{\cos \phi}{-8987} \right] = \frac{60 \times 160}{866} = 28^{\circ} 59'$$

$$\therefore \cos (28^{\circ} 59') = \frac{\cos \phi}{-8987}$$

$$\therefore \cos \phi = -8987 \times -8987 = -8467$$

$$\therefore \phi = 69^{\circ} 48'$$

$$\text{அய்விடத்தின் அகலங்கு} = 69^{\circ} 48'$$

### பயிற்சி 5 (i)

1. நண்பகலில் கதிரவன் வான உச்சியில் ( $r$ ) உச்சி கடக்கும் இடங்கள் யாவை? அவற்றின் அகலங்கு எந்த இடைவெளியில் இருக்கவேண்டும்? (செ)

2.  $60^{\circ}$  வடக்கு அகலத்தில் உள்ள இடத்தில் மீப்பெரு பகற்பொழுதும், மீப்பெரு இரப்பொழுதும் கணக்கிடுக.

3. வான நடுவளையும் கதிரவன் பாதையும் ஒருங்கிணைப்பின் மணிநேரத்தில் இரப்பகற் பொழுதுகள் எப்படி மாறலாம்?

4.  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  என்ற வாய்பாடு கொண்டு, (1) வட அகலங்கு  $75^{\circ}$  (2) தென் அகலங்கு  $75^{\circ}$  உள்ள இடங்களில் ஆண்டு முழுதும் ஏதெனும் பகல் இரவுக் கால மாறுதல்களை ஆங்க.

5.  $\phi = 45^{\circ}$  வடக்கிலுள்ள ஓரிடத்தில் ஒரு நாள், பகற் பொழுது 6 மணி நேரம். அன்று கதிரவனின் நடுவளர விவக்கம் தெற்கில்  $15^{\circ}$  ( $\frac{1}{2}$ ) என நிறவுக. மத்தெரு நாள் இரப்பொழுது 6 மணி நேரம். அன்று கதிரவனின் நடுவளர விவக்கம் என்ன வாக விருக்கும்?

6. ஓரிடத்தில் மீப்பெரு பகற்காலம் 15 மணி நேரம். அய்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

7. ஓரிடத்தில் மீக்கிற பகற்காலம் இருக்கும் தாளன்று கதிரவன் மாலை 6 மணிக்கு மறைந்தது. அய்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

8. ஓரிடத்தில் மீக்கிற பகற்காலம் இருக்கும் தாளன்று, கதிரவன் மாலை 6 மணிக்கு உதயமாயிற்று. அய்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

9. ஓரிடத்தில் மீப்பெருநாள் பகற்கால நேரம், அய்விடத்தில் மீக்கிறநாள் பகற்காலத்தைப்போல் இருவடக்கு நீடித்தது. அய்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

10. கதிரவன் காணாண்டு, தொடர்ச்சியாக தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கவேண்டுமாயின், அங்விடத்தின் மீச்சிறு அகலங்கு  $\cos^{-1} \left( \frac{\sin \omega}{\sqrt{2}} \right)$  என நிறுவுக.

பொதுவாக  $\frac{1}{n}$  ஆண்டு தொடர்ச்சியாகத் தொடுவானத்திற்கு மேலேயே இருக்கவேண்டுமாயின், அங்விடத்தின் அகலங்கு  $\cos^{-1} \left( \sin \omega \cos \frac{\pi}{n} \right)$  க்குத் குறைவாக இரக்கவேண்டுமென நிறுவுக.

$n=2$  எனத் தெரியுக்கு இம்முடிவின் பொருளை விளக்குக.  $n \rightarrow \infty$  எனத் எங்கிலில் இம்முடிவு எப்படி விளக்கப்படலாம்?

11.  $75^\circ$  வடக்கு அகலங்கிலுள்ள இடத்தில் தோராயமாக எத்தத் தேதியில் முழுப்பகல் தேரம் ஆரம்பமாகும்? (செ)

12. கதிரவன் தடுவரை விலக்கம்  $8^\circ 50'$  உள்ள நாளன்று மண்ணுலகில் எத்த இடங்களில் கதிரவன் மறைவது? (செ)

13. வடகுளிர் மண்டலத்திலுள்ள ஓரிடத்தில், கதிரவன் மறையும் இடங்களில் தானுக்குநான் ஏற்படும் வேறுபாடு, ஒரு நாளில் கதிரவன் தொடங்குகில் ஏற்படும் வேறுபாட்டுக்குச் சம மென நிறுவுக.

14. ஆர்க்டிக் வட்டத்தின் மேலுள்ள ஓரிடத்தில் டிசெம்பர் 21 முதல் ஜூன் 20 வரை, மின்வழி தேரம் 18 மணிக்குக் கதிரவன் உதிக்கிறதெனவும், ஜூன் 20 முதல் டிசெம்பர் 21 வரை மின் வழி தேரம் 18 மணிக்கு மறைகிறதெனவும் நிறுவுக.

15. ஒரு நாள் கதிரவனின் வடக்கு தடுவரை விலக்கம்  $\delta$  எனக்கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. மண்ணுலகில் எத்த எத்த இடங்களில் கதிரவன் (1) தொடுவானத்திற்குமேல் 24 மணி தேரமும் இருக்கும் (2) 12 மணி தேரமிருக்கும்? (3) 18 மணி தேரமிருக்கும்?

16.  $\phi'$  அகலங்கிலுள்ள ஓர் இடத்தில் மீப்பெரு பகற்காலம்,  $\delta$  அகலங்கிலுள்ள மற்ரோர் இடத்தில் ஆகண்டு மாதம் 22ம் தேதி வரையுள்ள பகற் காலத்திற்குச் சமமாகும்,  $\tan \delta = \tan \delta' (1 + 8 \sec^2 \omega)$  நிறுவுக. (இது தோராயமாகச் சமம்)

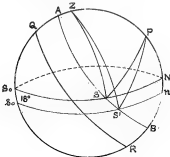
#### 5-4 : மெய்கொளி (Twilight)

விடியற்காலையில், கதிரவன் அடிவானத்தில் உதயமாவதற்குச் சற்று முன்னரே, உலகத்தைக் கனித்திருக்கும் இரவு படிப்படியாக மிகுபவதை நாம் பார்க்கிறோம். அங்மேறே மாலைப்பொழுதில்,



கதிரவன் ஆகவானத்தில் மறைந்தவுடனேயே பேரிருள் குழாது-  
படிப்படியாக இருள் குழுவதையும் நாம் காண்கிறோம். இது  
எப்படி ஏற்படுகிறதெனின், கதிரவன் காணாமல் தொடுகானத்திற்குச்  
சற்று கீழே இருக்கும்பொழுதும், கதிரவனுள்ளி நம்மை நேரடியாக  
வந்தடைவாவிடினும் கதிரவன் ஒளிக்கற்றைகள் வளி மண்ட-  
லத்தில் உள்ள தூகுகளினாலும் நீர்த்திவிலிகளினாலும் பிரதிபலிக்கப்  
பட்டும் ஒளிக்கோட்டம் அடைத்தும் வளிமண்டலத்தை ஒளி பெறச்  
செய்கின்றன. மாலை வேளையில் இவ்வொளியானது கதிரவன்  
தொடுகானத்திற்குக் கீழே செல்லச் செல்லக் குறைந்து ஒரு நிமிசில்  
ஒளியில்லாத நிலை ஏற்படுகிறது. கதிரவன் தொடுகானத்திற்குக்  
கீழே  $18^\circ$  இருக்கும்வரை ஒளி இருக்கும் என்ற கணக்கிட்டு  
அறிவிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறே கவகறைப் போழ்தில்,  
கதிரவன் தொடுகானத்தில் தோன்றித் தன் ஒளியைப் பரப்பும்  
வரையில், படிப்படியாக இருள் நீங்கி வருகிறது. கதிரவன்  
உதயத்திற்கு முன்பும், கதிரவன் மறைவதற்குப் பின்பும் காணப்  
படும் இந்த இலசோன ஒளியை நாம் மெல்லொளி (Twilight)  
என்கிறோம். (காலை மெல்லொளியை சந்திப் பொழுதெனவும்,  
மாலை மெல்லொளியை ஆத்திப் பொழுதெனவும் கூறுவது நம்  
தாட்டு மரபு).

5-4-1 : மெல்லொளி கீழ்க்கும் காலம் கணித்தல் : (To Calculate the duration of Twilight).



படம் 5-4-1.

காலை மெல்மொனி, கதிரவன் உதிக்குமூன் தொடுவானத்தின் கீழ்  $18^\circ$  உயரமோடு ஆரம்பித்து, கதிரவன் தொடுவானத்தில் உதிக்கும்வரையில் நீடிக்கும்; அங்ஙனமே மாலை மெல்மொனி கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழே  $18^\circ$  இறங்கும்வரையில் நீடிக்கும். இந்த அடிப்படையில்,  $\phi$  என்ற அகலங்கு உள்ள இடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்டநாளில் மெல்மொனிக் காலத்தைக் கணிப்போம். படம் 5-4-1 காண்க.

அங்ஙனம் குறிப்பிட்ட நாளில் கதிரவன் நடுவரை ஈடுக்கம்  $\phi$  எனக் கொள்வோம். அன்று  $AB$  கதிரவன் திசைநிழற் பாதையைக் குறிக்கட்டும்.  $NS_2$  தொடுவானத்தையும்  $nS_2$  தொடுவானத்திற்கு இணையாக, அதற்குக் கீழே  $18^\circ$  இறக்கத்தில் உள்ள சிறு வட்டத்தையும் குறிக்கட்டும்.  $NS_2$ -ஐயும்  $nS_2$ -ஐயும்  $AB$  நுறையே  $S, S'$ ல் வெட்டட்டும். இங்கு  $ZS = 90^\circ$ ;  $ZS' = 108^\circ$ . கதிரவன்  $S'$  இல் இருக்கும்போது மெல்மொனி ஆரம்பிக்கிறது. அப்போது கதிரவன் நேரக் கோணம்  $ZPS' = H$  எனக் கொள்வோம். கதிரவன்  $S$ -இல் இருக்கும்போது கதிரவனுத்கும் நகுணம்.

அப்போது கதிரவன் நேரக் கோணம்  $ZPS = h$  எனக் கொள்வோம். கதிரவன்  $S'$  விருத்து  $S$  செல்லும்வரை மெல்மொனி நீடிக்கும். எனவே மெல்மொனிநீடிக்கும் காலம்

$$t = \frac{H-h}{15} \text{ மணிநேர்.}$$

கோணம்கோணம்  $PS'Z$  ல்

$$\cos ZS' = \cos PZ \cos PS' + \sin PZ \sin PS' \cos ZPS'$$

$$\text{அதாவது } \cos 108^\circ = \cos (90^\circ - \phi) \cos (90^\circ - \delta) + \sin (90^\circ - \phi) \sin (90^\circ - \delta) \cos H.$$

$$\text{அதாவது } -\sin 18^\circ = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H$$

$$\therefore \cos H = -\left( \frac{\sin 18^\circ + \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} \right)$$

$$\therefore H = \cos^{-1} \left[ -\left( \frac{\sin 18^\circ + \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} \right) \right] \quad \dots (1)$$

குறிப்பு: கணக்கை எந்த ஒரு வளி மண்டலம் இருப்பது இம் மெல்மொனிக் குறுக்கோணம், இறங்குத்கும் ஓர் அந்தரில் நிகழ்வன ஒரு வினாக்கு ஏற்றதும், இவை உடனே கிடுங்குத போனவும், அக்கிணக்கவலித்தால் இருள் உடனே கவிவது போனவும், கவிவண்டலமற்ற உலகம், நிகழ்வன குறி சொத்து, நிகழ்வன இருள் குழம்பெதும்.

$$= \pi - \cos^{-1} \left( \frac{\sin 18^\circ + \sin \phi \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta} \right) \quad \text{---(1)}$$

மேலும் கடிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள நேரக் கோணம்

$$\cos h = -\tan \phi \tan \delta \text{ என்ற வாய்பாடு வழிவகைப் பெறலாம்}$$

அதாவது

$$h = \cos^{-1} [-\tan \phi \tan \delta] \quad \text{---(2)}$$

$$= \pi - \cos^{-1} [\delta \tan \phi \tan \delta] \quad \text{---(2')}$$

(1), (2) சமன்பாடுகளிலிருந்து  $H, h$  ன் மதிப்புகளைக் கணித்து மெல்வொனிக் காலம்

$$t = \frac{H-h}{15} \text{ மணிகள் எனக் கணக்கிடலாம். இவ்வாறே மாலை}$$

மெல்வொனிக் காலமும்  $t = \frac{H-h}{15}$  மணிகள் என்று கணக்கிட்டதி

வகை. எனவே ஒரு நாட்பொழுதில் மெல்வொனிக் காலம்

$$2t = 2 \left( \frac{H-h}{15} \right) \text{ மணிகள்}$$

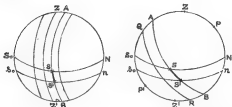
$H, h$  இரண்டும்  $\phi, \delta$  என்பவற்றைச் சார்ந்திருப்பதால், இவ்விரு மதிப்புகளையொட்டியே மெல்வொனிக் காலம் அறியப்படும்.

எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் வெவ்வேறு அகலாக்குகள் இடங்களில் மெல்வொனிக் காலம் வெவ்வேறாகும். மற்றும் ஒரே இடத்தில் நான்கு நாள் கடிரவனின் தடுவரை விசக்கம் மாறுவதால், மெல்வொனிக் காலமும் மாறும்.

5-4-2 : மண்ணுலக தடுவரையின்மேல் உள்ள இடங்களில் மெல்வொனியின் கால அளவு கீழ்க்கண்ட மதிப்புடையதாகும் :

மண்ணுலக தடுவரையெனின்  $\phi = 0$  அங்கெனாம் கடிரவன் திசையில் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். எனவே கடிரவன் தொடுவானத்திற்கு  $18^\circ$  கீழே செல்வவோ அல்லது  $18^\circ$  கீழிருந்து தொடுவானத்தை வந்தடைவவோ ஏற்படும் காலம் மிகச் சிறியதாகும். இடத்தின் அகலாக்கு அதிகம் ஆக ஆகத் தொடுவானத்துடன் கடிரவன் திசையில் பாதைச் சார்வு குறைந்துகொண்டே வரும் என நாம் அறிவோம். அந்த நிலைகளில் கடிரவன் தொடுவானத்திலிருந்து  $18^\circ$  செங்குத்துவர தூரம் கீழ்ச்செல்வவோ அல்லது  $18^\circ$  கீழிருந்து தொடுவானத்திற்கு

வரவே எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம் அதிகமாகும் என்பது கண்-  
-கூடு.



படம் 5-4-2 (i):  $\phi = 0$  படம் 5-4-2 (ii):  $\phi =$  ஒரு பெரு மதிப்பு

படம் 5-4-2 (i) இல்  $\phi = 0$  உள்ள இடங்களுக்கும், படம் 5-4-2 (ii) இல் மற்ற ஒரு பெரு மதிப்பு  $\phi$  உள்ள இடங்களுக்கும் உரிய வான கோளங்களின் மேல், ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் (அதாவது கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $\delta$  ஆக இருக்கும்போது) AB கதிரவன் பாதையைக் குறிக்கிறது; NS, தொடுவானம்; ns, தொடு வானத்திற்குக் கீழே  $15^\circ$  இறக்கத்தில் அந்த இடங்களுக்கு வரையப் பட்ட சிறு வட்டம். NS<sub>0</sub>, ns<sub>0</sub> இரண்டையும் AB ஓரையே S, S' இல் வெட்டுகிறது. எனவே இரு இடங்களிலும் கதிரவன் S' விரும்பு S செல்லும்வரை மெல்லொளியிற் திகழ்கும். படம் 5-4-2 (ii) ல் உள்ள SS' ன் தளம், படம் 5-4-2 (i) இல் உள்ள SS' இன் தளத்தை விட அதிகம் என்பது தெரிகிறது. ஆகவே, படம் 5-4-2 (i) இல் SS' என்ற தூரத்தைக் கடக்க கதிரவன் எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் குறைவாகும். எனவே, மண்ணுலக நடுவரை யில் உள்ள இடங்களில் ஏற்படும் மெல்லொளியின் கால அளவு மிக்சிறு மதிப்புடையது என்பது பெறப்படுகிறது.

5-4-3 : மண்ணுலக நடுவரையில் உள்ள ஓர் இடத்தில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $\delta$  ஆகியிருக்கும் காலில் மெல்லொளியின் கால அளவு :

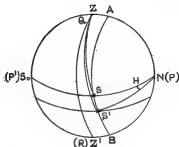
மண்ணுலக நடுவரை உள்ள ஓர் இடத்தின் அகலங்கு  $\phi = 0$ . படம் 5-4-2 காண்க. மூன் கண்டபடியே NS<sub>0</sub> உம் ns<sub>0</sub> உம் கொண்க. S' க் கதிரவன் இருக்கும்போது மெல்லொளியி ஆரம்பிக்கும் ; S' இல் கதிரவன் இருக்கும்போது மெல்லொளியி முடியும் ;

$Z \hat{P}S = 90^\circ$ ;  $ZS = 90^\circ$ ;  $ZS' = 108^\circ$ ;  $S\hat{P}S' = H$  எனக் கொள்வோம்.

கொள முக்கோணம்  $ZPS'$  இல்

$$\cos ZS' = \cos PS' \cos PZ + \sin PS' \sin PZ \cos ZPS'$$

$$\cos 108^\circ = \cos (90^\circ - \delta) \cos 90^\circ + \sin (90^\circ - \delta) \sin 90^\circ \cdot \cos (90^\circ + H)$$



படம் 5-4-8

$$\therefore -\sin 18^\circ = -\cos \delta \sin H$$

$$\therefore \sin H = \sin 18^\circ \sec \delta$$

$$\therefore H = \sin^{-1} (\sin 18^\circ \sec \delta)$$

எனவே, காலை அல்லது மாலை மெல்பொர்னி நீடிக்கும் கால அளவு =  $2 \times [\sin^{-1} (\sin 18^\circ \sec \delta)]$  மணிகள்.

சுதிரவன் மேலும் சம இரவுப் புள்ளிகளில் (equinoxes) இருந்தால், அதாவது  $\delta = 0$  ஆனால்,

$$\sin H = \sin 18^\circ$$

$$\therefore H = 18^\circ$$

எனவே, மணிமுத்தாசு நடுவரை மேலுள்ள இடங்களில், சுதிரவன் சம இரவுப் புள்ளிகளைக் கடக்கும்போது மெல்பொர்னிக் காலம், காலை 7.2 நிமிடங்கள், மாலை 7.2 நிமிடங்களாகும்.

குறிப்பு:

$\phi \neq 0$  உடன் நாட்களில்

$$\sin H = \sin 18^\circ \sec \delta$$

$\sec \delta =$  எப்போதும்  $> 1$  ஆகையால்,

$$\sin 18^\circ \sec \delta > \sin 18^\circ$$

$$\therefore \sin H > \sin 18^\circ$$

$$\therefore H > 18^\circ$$

$$\therefore \frac{H}{18} \text{ மணிகள்} > \frac{18}{18} \text{ மணிகள்.}$$

அதாவது மெல்லுளிக் காலம், தருவரை இடங்களில் மத்தைய நாட்களில் 72 நிமிடங்களுக்கு மேற்பட்டதெனத் தெரிகிறது. மூன்று 5.4-1 இல் கண்ட வாய்பாட்டின்படியும்,  $\phi=0$  என்ற இடங்களில் மெல்லுளிக் காலம் கணிக்கலாம்.

5.4-1. (1) (2)ன் படி,  $\phi=0$  ஆனால்,

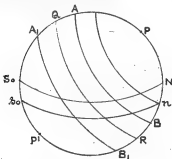
$$\begin{aligned} \text{மெல்லுளிக் காலம்} &= \left( \frac{H-h}{15} \right) \\ &= \frac{1}{15} \left[ \cos^{-1} \left( -\frac{\sin 18^\circ}{\sin \delta} \right) - \frac{\pi}{2} \right] \\ &= \frac{1}{15} \left[ \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left( \frac{\sin 18^\circ}{\cos \delta} \right) - \frac{\pi}{2} \right] \\ &= \frac{1}{15} \left[ \sin^{-1} (\sin 18^\circ \sec \delta) \right] \text{ மணிகள்.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இங்கு } \delta = 0 \text{ ஆனால், மெல்லுளிக் காலம்} &= \frac{1}{15} \sin^{-1} (\sin 18^\circ) \\ &= \frac{1}{15} \times 18 \text{ மணிகள்} \\ &= 72 \text{ நிமிடங்கள்.} \end{aligned}$$

குறிப்பு:- நல்ல கதிரவன் வெளிச்சம் தோன்றப்படும் காலையின் காலையில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ்  $0^\circ$  வருவதற்கு மூன்று ஆய்மணிக் முடியாது; மாலைநிலை கதிரவன் தொடுவானத்திற்குக் கீழ்  $0^\circ$  க்கு இறங்கிய பின்பும் தொடர்ந்து செல்வ முடியாது. இந்த  $0^\circ$  இறங்குதலில் கணிக்கப்படும் மெல்லுளிக் காலம் தடைமுறை மெல்லுளிக் காலம் (Civil Twilight) எனப்படும். ஆய்வரே  $12^\circ$  இறங்குதலிற்குரிய மெல்லுளிக் காலம் மாலை

மெல்வொனிக் காலம் (Nautical Twilight) எனப்படும். நாம் அணித்த  $15^\circ$  இறுக்கத்திற்குரிய மெல்வொனிக் காலம் காலியில் மெல்வொனிக் காலம் (Astronomical Twilight) எனப்படும்.  $18^\circ$ க்குப் பதிலாக  $6^\circ$  ஆகிறது  $18^\circ$  ஈடு செல்வ, இயன்ற மெல்வொனிக் காலம் கிடைக்கப் பெறும்.

5-4-4 சில இடங்களில், சில காலங்களில், அதிர்வன் மாறு மறைந்து காலியில் உதயமாயும் வரையில் இம் மெல்வொனி நிலவலாம். அப்படி மெல்வொனி இரவு முழுதும் நிலவ வேண்டுமானால், என்ன கட்டுப்பாடுகள் தேவை எனப் பார்க்கோம்.



படம் 5-4-4.

மெல்வொனி ? இரவு , முழுதும் நிலவியிருக்கவேண்டுமானால் அதிர்வன் தன் திசையில் பாதையில் கீழ்க்கி கூடக்கும் புள்ளி தொடுவானத்திற்குக் கீழே  $18^\circ$ க்கு மேற்படாமல் இருக்கவேண்டும். படம் 5-4-4 இம் NS, தொடுவானம். AB அதிர்வன் பாதை எனக் கொண்டால் இரவு முழுதும் மெல்வொனி நிலவியிருக்கவேண்டிய கட்டுப்பாடு,  $NB < 18^\circ$  எனப் பெறப்படுகிறது.

அதாவது  $PB$   $PN < 18^\circ$  அதாவது  $PR-RB-PN < 18^\circ$

$$\therefore 90^\circ - \delta - \phi < 18^\circ$$

அதாவது  $72^\circ - \delta < \phi$

அங்கு  $\phi > 72^\circ - \delta$  ஆக இருக்கவேண்டும், அதிரவன் மீப் பெரு நடுவரை விலக்கம்  $\delta = y$  எனக் கொண்டால் கிடைக்கும் கட்டுப்பாடு

$$\phi > 72^\circ - y.$$

எனவே  $\phi > 48\frac{1}{2}^\circ$  உள்ள இடங்களில் மட்டுமே, இரவு முழு வதும் மெல்லொளி பரவியிருக்க வாய்ப்புக்கள் உண்டு. இதற்குக் குறைந்த அகலங்களான இடங்களில் இந்த நிலை ஏற்பட சாத்திய மில்லை. ஆக,  $\phi > 48\frac{1}{2}^\circ$  என்ற இடங்களில் அதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $\delta > 72 - \phi$  இருக்கும் நாட்கள் யாவும், இரவு முழுதும் மெல்லொளி நாட்களாகும். எடுத்துக் காட்டாக,  $\phi = 80^\circ$  உள்ள இடங்களில் அதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $12^\circ$  ஆக இருக்கும் நாளில் இருத்து இரவு முழுதும் மெல்லொளி படத்திருக்கும் நாட்கள் ஆரம்பமாகும். இத் நாட்கள், நடுவரை விலக்கம்  $38\frac{1}{2}^\circ$  க்கு உயரும் வரையில் நீடித்து, மீண்டும்  $\delta = 12^\circ$  ஆகக் குறையும் வரையில் நீடிக்கும். இக்காலக் கூறின் மைய நாள் துவின் 22 என்பது தெளிவு.

5.4.6: இதுவரை நாம் ஆராய்ந்து அதிரவன் வட நடுவரை விலக்கம் பெற்ற கால வட்டமான மார்க்சு 21 முதல் செப்டம்பர் 29 வரையாகும். இந்த முறைப்படியே, அதிரவன் தெற்கு நடுவரை விலக்கம் பெறும் கால வட்டத்திற்குரிய கட்டுப்பாடுகளையும் காண வாம். அப்போது அதிரவன் பாதை  $A, B$ , எனக் கொள்க. அது நடுவரைக்குக் கீழேயிருக்கும். நடுவரை விலக்கம்  $\delta$  குறைமதிப் புடையது.

$$\begin{aligned} \text{அப்போது } NB_1 &= NR + RB_1 \\ &= NR + |\delta| \\ &= 90 - \phi + |\delta| \end{aligned}$$

எனவே கட்டுப்பாடு யாதெனில்

$$\begin{aligned} 90 - \phi + |\delta| &< 18^\circ \\ 72 &< \phi - |\delta| \end{aligned}$$

$$\text{அதாவது } \phi - |\delta| > 72^\circ$$

$-|\delta|$  என்பது குறைமதிப்புடைய அதிரவன் நடுவரை விலக்கமான  $\delta$  நான். எனவே,  $\delta$  குறைமதிப்புடையதெனக் கொண்டால்

$$\phi + \delta < 72^\circ$$



என்ற கட்டுப்பாட்டே மறுபடியும் தடைக்கிறது. எனவே,  $\phi + \delta > 72^\circ$  என்ற கட்டுப்பாடு ஆண்டு முழுதிற்கும் பொருத்தமாகும். ஆனால் தெற்கு தடுவரை விலக்கம் குறைமதிப்புடையதாகப் பயன் படுத்தப்பட வேண்டும்.

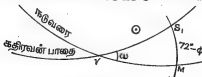
குறிப்பு (1).  $\phi = 30^\circ$  ஆனால்,  $\delta$ ன் மதிப்பு  $-18^\circ$  க்குக் குறைவாக இருக்கும் வரை, மெல்பொலி இரவு முழுதும் நீடிக்கும்.  $\delta < -18^\circ$  ஆன பிறகு  $\delta = -28\frac{1}{2}^\circ$  வரைக்கும்; மறுபடியும்  $\delta = -18^\circ$  ஆகும் வரையில் முழு இருள் இரவு. இது மண்ணிலாகத்தில் லட துருவத்தில் ஏற்படும் திகழ்ச்சியாகும். (5-1-6 காண்க)

(2)  $\phi = 72^\circ$  அல்லது மேற்பட்ட அகவாங்கானால், மார்க் 21 முதல் செப்டம்பர் 28 வரையில், சில நாட்கள் நிலைத்த முழுப்பகல் நாட்களாகவும், சீதி நாட்களில் இரவு முழுதும் மெல்பொலி பரவியும் இருக்கும்.

(3) தெற்கு அகவாங்கு  $\phi$  இல் உள்ள இடங்களில்  $\delta$  தெற் றானின்  $\phi + \delta > 72^\circ$  என்ற கட்டுப்பாட்டில் முழு இரவு மெல்பொலி படர்த்திருக்கும்;  $\delta$  வடக்கானின்  $\phi - \delta > 72^\circ$  என்ற கட்டுப் பாட்டில், முழு இரவு மெல்பொலி படர்த்திருக்கும்.

5-4-8: மெல்பொலி இரவுமுழுதும் தொடர்ந்து கிளவும் நாட்களின் எண்ணிக்கை: ஒரீடத்தில் இரவு முழுதும் மெல்பொலி படர்த திருக்கவேண்டுமெனின் அகவாங்கு  $\phi > 72 - \delta$  ஆக இருக்கவேண்டுமெனப் பார்த்தோம். மேலும்  $\delta$ ன் கீழ்பெரு மதிப்பு  $28\frac{1}{2}^\circ$  ஆகையால்,  $\phi$ ன் மதிப்பு  $= (72 - 28\frac{1}{2}) = 43\frac{1}{2}$  க்குக் குறைவாக இல்லாமல் இருக்க வேண்டுமெனவும் பார்த்தோம்.

$\phi > 43\frac{1}{2}^\circ$  உள்ள ஓர் இடத்தில், தொடர்ந்து எத்தனை நாட்கள், இரவு முழுதும் மெல்பொலி படர்த்து இருக்குமெனக் கணிக்கலாம்.



படம் 5-4.8

கதிரவனின் தடுவரை விலக்கம்  $72^\circ - \phi$  இருக்கும் தானன்று, முதல் முதலாக மெல்பொலி இரவு முழுதும் படர ஆரம்பிக்கிறது. அதற்குப்

யின்மீது தன் மதிப்பு உயரவயர, மூல இரவு மெய்கொளி நாட்கள் தொடர்ந்து நீடிக்கும். யின்னர்  $\phi$  தன் மீடுபெரு மதிப்பான  $28\frac{1}{2}^\circ$  அடைந்து, மறுபடியும் தன் மதிப்பு குறைந்து  $72^\circ - \phi$  ஆகும்போது மூல இரவு மெய்கொளிக் காலம் முடிவடைகிறது. கதிரவன் தடுவரை விசக்கம்  $72^\circ - \phi$  ஆக இருக்கும்போது, கதிரவனின் நெட்டாக்கு  $\circ = \sin^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$  ஆகும். படம் 5-4-6 பார்க்க.

$$\frac{\sin (72^\circ - \phi)}{\sin \gamma} = \frac{\sin \circ}{\sin 90^\circ}$$

$$\circ = \sin^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma].$$

கதிரவன் தடுவரை விசக்கம்  $\gamma$  ஆகும்போது, அதன் நெட்டாக்கு  $\frac{\pi}{2}$  (ஐந்தின் 28); எனவே, முதல் மூல இரவு மெய்கொளி நாள் முதல், ஐந்தின் 28வரை, கதிரவன் தன் பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாக்கு தூரம்

$$= \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$$

$$= \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$$

மறுபடியும் ஐந்தின் 28 முதல், மதிருத் முதல், கதிரவன் தடுவரை விசக்கம்  $72^\circ - \phi$  ஆகும்வரை, கதிரவன் தன் பாதையில் பயணம் செய்யும் நெட்டாக்கு தூரம் இதே  $\cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$ . இத்தப் பயணக்காலமே, மூல இரவு மெய்கொளி நீடிப்புக் காலமாகும். இதைவே யின்வரும் படம் 5-4-6 (i) விளக்குகிறது. விசக்கம் ஒன்றே.



படம் 5-4-6 (i)

$$\gamma S_1 = \circ; S_1 S = \frac{\pi}{2} - \circ = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$$

$$= \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$$

$$SS_2 = SS_1 = \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \gamma]$$

எனவே, முழு மெல்லொளி நிலவும் மொத்த காலத்தில் சுதிரவன் தன் பாதையில்  $S_1$  இலிருந்து  $S_2$ க்குச் சென்று இருக்கிறது. எனவே முழு மெல்லொளிக் காலம்

= சுதிரவன்  $S_1$   $S_2$  என்ற தூரம் பயணம்

செல்புக் காலம் =  $\frac{865}{860} \times S_1 S_2$  நாட்கள்.

=  $\frac{865}{860} \times 2 \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$ .

=  $\frac{78}{86} \times \cos^{-1} [\sin (72^\circ - \phi) \operatorname{cosec} \omega]$

நாட்கள். இம்மதிப்பு முழு எண்ணிலிருக்க வேண்டுமென்ற ஆவசியமில்லை. எனவே இம்மதிப்பின் முழு எண் பகுதியையே அல்லது அதற்கு அடுத்த எண்ணையே எடுத்துக்கொண்டால் தங்கு வேண்டிய நாட்கள் கிடைக்கப் பெறும்.

### மதிப்பு 5 (ii)

1.  $\phi$  வடக்கு அகலங்களுள்ள ஓர் இடத்தில், சுதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $\delta$  (வடக்கு) உள்ள தாளன்று மெல்லொளிக் காலம்,  $\frac{1}{18} [\cos^{-1} (\tan \phi \tan \delta) - \cos^{-1} (\sin 15^\circ \sec \phi \sec \delta + \tan \phi \tan \delta)]$  என நிறுவுக.  $\phi = 0$  உள்ள இடங்களில், இம் மெல்லொளிக் காலம், அன்று  $\frac{1}{18} [\frac{\pi}{2} - \cos^{-1} (\sin 15^\circ \sec \delta)]$  எனப் பெறுக.

2. மண்ணுலக நடுவரையின் மேல் உள்ள இடங்களில், சுதிரவன், மேடமுதற்புள்ளி அல்லது துணம் முதற்புள்ளியில் இருக்கும் தாளன்று, மொத்தமாக (i) நடைமுறை மெல்லொளிக் காலம் 45 நி. நிடிக்குமேனவும், (ii) மாதாமி மெல்லொளிக் காலம் 86 நி. நிடிக்குமேனவும் நிறுவுக.

3. சுதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $10^\circ$  (வடக்கு) இருக்கும் தாளில், மண்ணுலகில் எப்பகுதிகளில், மெல்லொளி இரவு முழுதும் நீடிக்கும்?

4. சுதிரவன் நடுவரை விலக்கம்  $15^\circ$  தெற்கு இருக்கும் தாளில், மண்ணுலகில் எப்பகுதிகளில், மெல்லொளி இரவு முழுதும் நீடிக்கும்?

5. ஆர்க்டிக் கட்டத்தில் மேல் உள்ள ஓர் இடத்தில், தோராயமாக எத்த தானத்து (பஞ்சாங்கப்படி) மூழு மெல்மொளிக் காலம் ஆரம்பிக்கு மெனக் காண்க.

6. கதிரவனின் தடுவரை விலக்கம்  $15^\circ$  க்குக் குறைவாயுள்ள வரையில் மண்ணுலகில் எல்லா இடங்களிலும், மெல்மொளி உட்பட 12 மணிக்கு மேல் நீண்ட ஒரு பகற்பொழுதேனு முன்னது என நினைவு.

7.  $A, B$  என்ற இடங்கள் மூன்றாவே  $\phi; \phi + 18^\circ$  அகலங்கிலுள்ளன,  $A$  என்பது கடலுளில் மண்டத்திலுள்ளது. இவ்விடத்தில் ஒரு நாள் மூழுப்பகல் தாளாவிற்கும்போது,  $B$  இல் அந்தாள் இரவு மூழுதும் மெல்மொளி நீடிக்கும் என நினைவு.

$\phi = 72^\circ$  ஆனால், அது எத்தனெனக் காண்க.

5:5 : அடிவானத் தாழ்வு (Dip of the Horizon)

விஞ்ஞானத் துறைகளில் தாம் சோதனைகள் செய்து காட்சிப் பதிவுகள் செய்யும்போது சில பிழைகள் ஏற்படலாம். அப்பிழைகள் எப்படி, எத்த அளவிற்கு ஏற்படுகின்றனவெனத் தெரிந்து, அப்பிழைகளைத் திருத்திய பின்பே தாம் அக்காட்சிப் பதிவுகளைப் பயன்படுத்தவேண்டுமென தாம் அறிவோம். வானியல் காட்சியாளன் கையாளும் கருவிகளில் உள்ள பிழைகள் ஒருபுற மிருக்க, சூழ்நிலை காரணமாக, இயற்கையாக ஏற்படும் சில பிழைகளும் உண்டு. அப்பிழைகள் எவ்விதங்களில் எத்த அளவிற்குத் தன் காட்சிப் பதிவுகளைப் பாதிக்கின்றன வென்பதைக் கண்டு, அவ்வாறான பிழைகளைத் திருத்தியபின்பே, ஒரு காட்சியாளன் தான் செய்த பதிவுகளைப் பயன்படுத்தவேண்டும். விசுவாக, ஒன்றில் மீள் ஒன்றாக தாம் இப்பிழைத் திருத்தங்களைப் பற்றி பின்னர் பாசும்போம்.

முதன் முதலாக 'அடிவானத்தாழ்வு' என்ற பிழையைப் பற்றிப் பாசும்போம்: இது மண்ணுலகம் கோளவடிவத்தில் இருப்பதால் ஏற்படும் ஒருவிதப் பிழையாகும். கடலில் பயணம் செய்யும் மாறுமீ தன் கப்பலிலிருந்து செய்யும் காட்சிப் பதிவுகள், இவ்விதப் பிழைக்கு உட்படும். ஏனெனில் ஒரு பொருளின் ஏற்றக் கோணத்தைப் பதிவு செய்யும்போது, அவன் பதிவு செய்யும் கோணம், அப்பொருளிலிருந்து, அவனுடைய தொடுவானத்திற்கும் அல்லது கடல் வான தடுவரைக்கும் (sea-line) உள்ள கோண தூரமாக விருக்கும். மண்ணுலகம் கோள வடிவத்திலிருப்பதால்,



1.  $OA$  இன் நீட்டலில்  $A$  க்கு மேல்  $h$  உயரத்தில் ஒரு காட்சியான  $B$  இருக்கிறார் எனக் கொள்க. அவனுடைய நேர் உட்சிப் புள்ளி  $Z$  தான்.  $O$  க்கு குத்துக் கோடான  $BN'$  ( $\perp AN$ ) என்பதுதான்,  $B$  இலுள்ள காட்சியானது சரியான வான தொடுவானம் (True Celestial Horizon).  $BC$  என்பது  $B$  இலிருந்து மண்ணுலகத்திற்கு வரையப்படும் ஒரு தொடுவரை.  $B$  இலிருக்கும் காட்சியானது வானத் தொடுவரை  $BC$  என்ற திசையில் இருக்கும்; ஏனெனில்  $BC$  என்ற திசைக்கு மேலே உட்கள எல்லா வான் பொருள்களும் அவன் காட்சிக்குக் கிடைக்கும். (எடுத்துக்காட்டாக  $BC$  க்கு மேலே உட்கள  $P$  என்ற வான் பொருள்  $B$  இலுள்ள காட்சியானது கண்ணித்படும்; ஆனால் அவனது சரியான தொடுவரை  $BN'$  க்குக் கீழேதான் அந்தப் பொருள்  $P$  இருக்கிறதென்பதைக் காண்க.)

$S$  என்ற ஒரு விண்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம்  $S\hat{B}N'$  =  $a$ . ஆனால்  $B$  என்ற காட்சியானது  $S$  இன் ஏற்றக் கோணத்தை  $S\hat{B}C = a'$  எனப் பதிவு செய்கிறார். (ஏனெனில்  $B$  இன் தொடுவானத்தை  $BC$ ) பதிவு செய்த ஏற்றக் கோணம், உண்மையான ஏற்றக் கோணத்தை விட அதிகம்; எவ்வளவு அதிகமெனில்  $N'\hat{B}C = D$  அதிகம்.  $D$  என்பதே,  $B$  இன் அடிவானத் தாழ்வு எனப்படும். இது காட்சித் தொடுவானத்திற்கும் இடைப்பட்ட தாழ்வு எனக் கண்டு கொள்க.

$$\begin{aligned} S\hat{B}N' &= a \text{ (சரியான ஏற்றக் கோணம்).} \\ &= S\hat{B}C - N'\hat{B}C \\ &= a' - D \end{aligned}$$

எனவே காட்சிப் பதிலான ஏற்றக் கோணத்திலிருந்து, காட்சி விடத்திற்குரிய அடிவானத் தாழ்விற்குக் கழிக்க,  $S$  இன் சரியான ஏற்றக் கோணம் கிடைக்கும்.

இதை மந்திரச் சித்தத்தில் கூறுவது :

‘அடிவானத் தாழ்வின் விளைவாக, ஒரு விண் பொருளின் உண்மையான (வானியலுக்குச் சரியான) ஏற்றக் கோணம் மிகுதியாகப்படுகிறது’.

5.5.2 : அடிவானத் தாழ்வு— $D$  இன் அளவு

மண்ணுலகின் அளவீட்டில்  $a$  எனக் கொள்வோம்.  $B$   $A$  இன் நீட்டல் மண்ணுலகின் எதிர்ப்பக்கத்தை  $E$  இல் வெட்டட்டும்.

மேலதிகக்குத்து (5; 5:1 மட்டம்)

$$\begin{aligned} BC^2 &= BA \cdot BE \\ &= BA \cdot (BA + AE) \\ &= BA \cdot (BA + 2a), \\ &= h \cdot (h + 2a), \\ &= h^2 + 2ah, \\ &= 2ah \left( 1 + \frac{h}{2a} \right), \\ &= 2ah \text{ (தொடர்வமாக).} \end{aligned}$$

[ஏனெனில்  $\angle B$  இன் மதிப்பைத் தேக்கும்போது  $h$  மிகச் சிறியதாகும்.

$\frac{h}{2a}$  மிக மிகச் சிறியதாகின் அதனை விட்டுவிடலாம்.]

$$\begin{aligned} எனவே \quad BC &= \sqrt{2ah} \\ \triangle OBC \text{ இல், } \angle O &= D \\ \therefore \tan D &= \frac{EC}{OC} \\ &= \frac{\sqrt{2ah}}{a} \end{aligned}$$

$\therefore D$  மிகச் சிறியதாகின்

$$D = \sqrt{\frac{2h}{a}} \text{ ஆகையின்கன். (தொடர்வமாக);}$$

மேற்று முடிவுரை :

$$\begin{aligned} \cos D &= \frac{OC}{OB} \\ 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{D}{2} \right) &= \frac{a}{a+h}, \\ \therefore 2 \sin^2 \left( \frac{D}{2} \right) &= 1 - \frac{a}{a+h}, \\ &= \frac{h}{a+h}, \\ \sin^2 \left( \frac{D}{2} \right) &= \frac{h}{2(a+h)}, \\ \sin \left( \frac{D}{2} \right) &= \sqrt{\frac{h}{2(a+h)}} \end{aligned}$$

$D$  மிகவும் சிறியதாகலின் ஆதரயன் அலகில்  $\frac{D}{2} \sim \sin \frac{D}{2}$

$$\therefore \frac{D}{2} = \sqrt{\frac{h}{2(s+h)}}$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= \sqrt{\frac{2h}{(s+h)}} \\ &= \sqrt{\frac{2h}{s}} \quad (\text{தோராயமாக ஆதரயன் அலகில்}) \end{aligned}$$

குறிப்பு (1)  $D = \sqrt{\frac{2h}{s}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi}$  விசைமுகள்.

(2)  $h = \frac{1}{s}$  எனக் கொண்டால்,

$$D = \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} \sqrt{\frac{2}{s}} \text{ விசைமுகள்.}$$

எ. கா (1) 1. கி.மீ. உயரமுள்ள ஒரு குன்றின்மேலிருந்து ஒரு விண்மீனின் ஒத்தக் கோணம்  $30^\circ 45' 32''$  எனப் பதிவாகிற்று. மண்ணுயல்கள் ஆரம் 6400 கி.மீ. எனின், அம் விண்மீனின் சரியான ஒத்தக் கோணம் காண்க.

மேற்கண்ட குறிப்பு (2)ன்படி,

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{\frac{2}{6400}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{3.14} \\ &= 36^\circ 49' \text{ (விசைமுகள்)} \\ &= 1^\circ 0' 49'' \end{aligned}$$

எனவே சரியான ஒத்தக் கோணம்

$$\begin{aligned} &= 30^\circ 45' 32'' - 1^\circ 0' 49'' \\ &= 29^\circ 44' 43''. \end{aligned}$$

5.6 : அடிவானத் தாழ்வின் விசைமுகள்

(1) அடிவானத் தாழ்வின் விசைவாகத் தொடுவானம் சிந்து கீழே அழுத்தப்படுகிறது. இது நமக்குத் தெரிவதில்லை. ஆனால் இதன் காரணமாகத் தொடுவானத்திற்குச் சிந்து  $D$  அளவு கீழே உள்ள விண்பொருள்கள் தொடுவானத்திலேயே இருப்பது



போலத் தெரியும். ஆகவே விண்மேருக்கள் எல்லாம் வான உச்சியை நோக்கி  $D$  உயரம் சென்றுள்ளதுபோல் காணப்படும்.

(2) அடிவானத் தாழ்வின் விளிவாக விண்மீளின் தொடுவான தூரம் மாறுவதில்லை; ஏனெனில் விண்மீளின் ஏற்றக் கோண வட்டம் இடம் மாறுவதில்லை.

(3) மற்றொரு விளிவு: ஒரு விண்மீள் சரியான கிழக்குத் தொடுவானத்திற்குக் கீழே  $D'$  உள்வாயோதே, தொடுவானத்தில் உதிப்பதுபோலத் தோன்றும்; சரியான மேற்குத் தொடுவானத்திற்குக் கீழே  $D'$  இறங்கியமீள்புதான், மற்றவதுபோலத் தோன்றும்.  $D'$  அளவு தொடுவானத்திற்குக் கீழுள்ள ஒரு விண்மேருள் தொடுவானத்திற்கு வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \quad (\phi \text{ இடத்தில் அகலங்கு, } \delta \text{ விண்}$$

மேருளின் நடுவரை விலக்கம்.) இவ்வாறே தொடுவானத்திலிருந்து  $D'$  கீழே செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்

$$= \frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ விநாடிகள் என நமக்குத் தெரியும்.}$$

எனவே தோற்ற உதயம்  $= \frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}$  விநாடிகள், வழக்கமான தோற்றத்திற் மூன்றாகவும், தோற்ற மறைவு,

$$\frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ விநாடிகள், வழக்கமான நேரத்திற்குப் பின்}$$

பாகவும் ஏற்படும். ஆகையால் அடிவானத்தாழ்வின் விளிவாக, ஒரு விண்மீள் ( $\phi, \delta$ ) தொடுவானத்திற்குமேல் இருக்கும் தோற்றக்காலம்

$$\text{மூன்றாகக் கணித்ததை விட } \frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ விநாடிகள்}$$

மிகுதியாகிறது. கதிரவனுட்பொருத்தமட்டில் அடிவானத்தாழவு  $D'$  ஆனால், கதிரவன்

$$\frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ விநாடிகள் மூன்றாக உதிக்கும்.}$$

$$\frac{D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ விநாடிகள் நாமதமாக மறைவும்,}$$

எனவே இதன் காரணமாக பகற்காலம்  $\frac{2D}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}$  விநாடிகள் அதிகமாகும். இரவு காலம் அதே அளவு குறையும்.

குறிப்பு: (1)  $\phi = 0$  ஆனால், பகற்காலம்  $-\frac{2D}{16 \cos \theta}$  விநாடிகள் அதிகமாகும்.

மேலும்  $\theta = 0$  ஆனால் (அதாவது மார்ச் 21ம் நாள், செப்டம்பர் 23ம் நாள்) பகற்காலம்  $-\frac{2D}{16}$  விநாடிகள் அதிகமாகும்.

(2) ஒரு குறிப்பிட்ட அகலத்தில்,  $\theta = 0$  ஆனால், பகற்காலம்  $\frac{2D}{16 \cos \phi}$  - விநாடிகள் அதிகமாகும்;  $\theta = w$  ஆனால், பகற்காலம்  $\frac{2D}{16 \sqrt{\cos^2 \phi + \sin^2 w}}$  விநாடிகள் அதிகமாகும். இங்

கிரண்டு காலங்களில், மீப்பெகு மதிப்பு  $\frac{2D}{16 \sqrt{\cos^2 \phi + \sin^2 w}}$  ;

மீச்சிடு மதிப்பு  $\frac{2D}{16 \cos \phi}$ .

எ.கா. (2) கடல் மட்டத்திற்குமேல், ஒரே குத்துக் கோட்டில்,  $a, b$  உயரமுள்ள இரு இடங்களிலிருந்து நேரடியாக அளக்கப்பட்ட ஒரு மின் மீனின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே  $\alpha, \beta$  ஆனால், மண்ணுலக ஆரம்  $\frac{(\sqrt{2b} - \sqrt{2a})^2}{(\beta - \alpha)^2}$  என நிறுவுக. (செ) அங்மீனின்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம்  $\theta$  எனக்கொண்டால்,

$\theta = \alpha$  - முதலிடத்தில் அடிவானத்தாழ்வு.

$= \beta$  - இரண்டாம் இடத்தில் அடிவானத்தாழ்வு.

மண்ணுலக ஆரம்  $R$  ஆனால்,

$$\begin{aligned}\theta &= \alpha - \sqrt{\frac{2a}{R}} \\ &= \beta - \sqrt{\frac{2b}{R}} \\ \therefore \alpha - \sqrt{\frac{2a}{R}} &= \beta - \sqrt{\frac{2b}{R}} \\ \therefore R &= \frac{(\sqrt{2b} - \sqrt{2a})^2}{(\beta - \alpha)^2}\end{aligned}$$

எ.கா. (3)

கடல் மட்டத்திற்குமேல்  $\frac{\pi}{n}$  உயரத்தில் உள்ள ஒரு காட்சி யானதுக்கு, கதிரவன்  $\frac{12}{\pi} \frac{\sec \theta}{\sin \theta} \sqrt{\frac{2}{n}}$  மணி நேரம் முன்னதாகவே உதயமாகிறதென நிறுவுக.

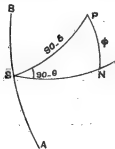
( $\delta$ -சுதிரவன் தடுவரை விலக்கம்;  $\alpha$ -மண்ணுடைக ஆரம்;  
 $\beta$ -சுதிரவன் மாதங்கும், தொடுவரைத்திற்கும் உள்ள சாய்வு).

$$\begin{aligned} \text{அடிவரைத் தாழ்வு } D &= \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2a}{na}} = \sqrt{\frac{2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi} \text{ வினாடிகள்} \end{aligned}$$

ஆகவே, சுதிரவனுதவும் துரிதமாகும் நேரம்

$$\begin{aligned} &= \frac{D (\text{வினாடிகள்})}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்.} \\ &= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi \times 15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ வினாடிகள்.} \\ &= \sqrt{\frac{2}{n}} \times \frac{180 \times 60 \times 60}{\pi \times 15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \\ &\quad \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \text{ மணி.} \\ &= \frac{12}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \text{ மணிகள்.} \end{aligned}$$

இப்போது,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\delta$  மூன்றினிடப்பட்ட தொடர்பைக் காண்போம்.



படம் 5-6 (1)

படத்தில் NS தொடுவான், தொடுவானத்தில் அதிர்வன் உதிக்கும்படி S. [படம் 5-8 (1)] ASB என்பது அதிர்வன் மாதிரி

$$\angle SN = \theta \text{ (கொடுக்கப்பட்டது)}$$

$$\therefore \angle PSN = 90^\circ - \theta.$$

$\therefore$  முக்கோணம் SPN இல்,

$$\frac{\sin \phi}{\sin (90^\circ - \theta)} = \frac{\sin (90^\circ - \delta)}{\sin 90^\circ}$$

$$\therefore \sin \phi = \cos \theta \cos \delta$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta} &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta \cos^2 \delta - \sin^2 \delta} \\ &= \sqrt{1 - (1 - \sin^2 \theta)(1 - \sin^2 \delta) - \sin^2 \delta} \\ &= \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \theta \sin^2 \delta} \\ &= \sin \theta \cos \delta. \end{aligned}$$

$\therefore$  அதிர்வன் உதவும் துரிதமாகும் நேரம்

$$\begin{aligned} &= \frac{12}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}} \\ &= \frac{12}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot \frac{1}{\sin \theta \cos \delta} \\ &= \frac{12}{\pi} \frac{\sec \delta}{\sin \phi} \sqrt{\frac{2}{n}} \text{ மணியல்} \end{aligned}$$

என நினைப்படுகிறது.

குறிப்பு (1).  $\theta = 90^\circ$  ஆனால், ஒரு ' $\delta$ 'க்கு, இத் நேரம்  
 $= \frac{12}{\pi} \sec \delta \sqrt{\frac{2}{n}}$  என்ற மீச்சிறு மதிப்பைப் பெறுகிறது.

(2) மேலும்  $\delta = 0$  ஆனால், இதன் மதிப்பு

$$\frac{12}{\pi} \sqrt{\frac{2}{n}} \text{ மணியலாகும்,}$$

பயிற்சி 5 (iii)

1. இரு குன்றுகளின் உயரம் முறையே  $K, K'$ ; மண்ணுலக-ஆரம்  $a$ . இவ்விரு குன்றுகளுக்கும் உட்பட்ட தூரம்  $\sqrt{2}a\phi + \sqrt{2}a\phi'$  ஆனால், ஒரு குன்றில் இருந்து மற்றொன்று தெரிய வாய்ப்புண்டு என நிறுவுக.

2. கடல் மட்டத்திற்குமேல் 80 அடி உயரத்திலுள்ள ஒரு கப்பல் பாய்மரத்தில் உச்சியிலிருந்து கடல் மட்டத்திற்கு 100 அடி உயரத்திலுள்ள ஒரு கலங்கரை விளக்கு தெரிகின்றதானால், கப்பலுக்கும், கலங்கரை விளக்குக்கும் உள்ள தூரமென்ன? (முன் கணக்கு இங்கு பயன்படும்).

3. 32 மைல் சுற்றளவுக்கு ஒரு கலங்கரை விளக்கம் தெரியுமானால் அது என்ன உயரத்திலிருக்க வேண்டும்? 32 அடி உயரமான ஒரு கப்பல் பாய்மர உச்சியில் இருந்து அது தெரியுமேயானால், கப்பலுக்கும் கலங்கரை விளக்கத்திற்குமுள்ள தூரமென்ன?

4. எடுத்துக் காட்டு (8)இல்,  $45^\circ$  அகலங்க்கில் உள்ள இடத்தில் 3 மைல் உயரத்திலிருந்து பார்த்தால், கடிரவன் உதிக்கும் தேரம் எவ்வளவு துரிதமாகிறதெனக் கணக்கிடுக. (மண்ணுலக ஆரம் 3960 மைல்கள் எனக் கொள்க).

5. எடுத்துக் காட்டு (8)ல்;  $\phi$  அகலங்க்கிலுள்ள ஓர் இடத்தில், மர்ச்சு 21, அல்லது செப்டம்பர் 22இல், அந்த தேரம்,

$$\left( \frac{12}{\pi \cos \phi} \right) \sqrt{\frac{2}{\pi}} \text{ மணிகளில் என நிறுவுக.}$$

6. எடுத்துக்காட்டு (8)ல்,  $60^\circ$  அகலங்க்கிலுள்ள ஓர் இடத்தில், 60 அடி உயரத்தில் அந்த தேரம் 69 விநாடிகளென நிறுவுக. (மண்ணுலக ஆரம் 4000 மைல்களெனக் கொள்க).

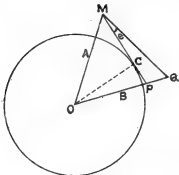
7.  $A, B$  இரு குன்றுகள்.  $A$ இன் உயரம்  $a$ . அதன் உச்சியில் இருந்து  $B$ ன் உச்சி  $A$ இன் தொடுவானத்திற்கு மேல் ஏற்றக் கோணம்  $r$ இல் தெரியுமானால், அதன் உயரம் தோராயமாக,

$$a + ad + d \left( \frac{d}{2a} - \frac{\sqrt{2a}}{r} \right) \text{ என நிறுவுக.}$$

[மண்ணுலக ஆரம்  $r$ ;  $A, B$ க்கு இடைப்பட்ட தூரம்  $d$  எனக் கொள்க].

படம் 5-6 (3) காண்க.

$AM$ —முதற்குன்று;  $AM = a$ ;  $BPQ$  — இரண்டாம் குன்று.  $BP = a'$  எனவும்  $PQ = x$  எனவும் கொள்க.



படம் 5-8 (2)

எனக்கு (1)ல் திறவுக் கூடியவடி,  $d = MP \cdot \sqrt{2ar} + \sqrt{2ar}$

$$\therefore (d - \sqrt{2ar})^2 = 2ar \quad = \quad (1)$$

$$PQ = x \cdot d \quad = \quad (2)$$

$$(1) \text{ இலிருந்து } a^2 = \frac{1}{2} \cdot 2a \left( 1 - \frac{d}{\sqrt{2ar}} \right)^2$$

$$= a \left( 1 + \frac{d^2}{2ar} - \frac{2d}{\sqrt{2ar}} \right)$$

$$= a + \frac{d^2}{2r} - d \sqrt{\frac{2a}{r}}$$

$$\therefore \text{நீள உயரம் } 2a + 2d + \left( \frac{d}{2r} - \sqrt{\frac{2a}{r}} \right) d$$

8.  $45^\circ$  அளவுக்கிணர்  $\frac{1}{n}$  மாறுபட்டால் உயரமுள்ள ஒரு குள்தின் மேலிருந்து வடகிழக்கில் ஒரு கிணரின் உதிர்ப்பதை ஒரு காட்சியானல் பார்க்கிறது. வடகிழக்கிலிருந்து, பரத்தார அகலினரின் எப்பொழுது உதிக்குமோ, அதைவிட  $8 \sqrt{\frac{6}{n\pi}}$  நிமிடங்கள் குள்ளதாக அது உதிர்ப்பதைப் பார்க்கப்படுகின்ற திறவு.

$$\left[ 1 \text{ மன்றையக அளவு} = \frac{\pi \times 1 \times \pi}{80 \times 180}; \text{ } \pi \text{ மன்றையக அளவு.} \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore D (\text{விவரங்கள்}) &= \sqrt{\frac{8\pi\pi}{80 \times 180\pi}} \times \frac{180 \times 80 \times 80}{\pi} \\ &= \frac{8000\sqrt{8}}{\sqrt{\pi\pi}} \text{ விவரங்கள்.} \end{aligned}$$

$\phi = 45^\circ$ ; தெரடுவான தூரம் =  $45^\circ$ ; அகலம்

$$\sin \phi = \cos A \cos \phi = \frac{1}{2} \left. \right]$$

## 6. வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் (ASTRONOMICAL REFRACTION)

6.0 வானியல் ஆராய்ச்சியில், மண்ணுவகை கோள அமைப்பின் காரணமாக, அடிவானத்தாழ்வு என்ற பிறகு ஏற்பட வாய்ப்பிருக்கிறதெனவும், அதன் தன்மைகளையும், அதற்குரிய வேறு திருத்தங்கள் எவ்வாறு அவைகிறதெனவும் 6.5 இல் பார்த்தோம்.

மண்ணுவகைச் சுற்றி ஒரு வளிமண்டலம் பரந்துள்ளது. இவ்வளி மண்டலம் வழியாக விண்வெளிப் பொருள்களின் ஒளிக்கதிர்கள் பாய்ந்தோடி வந்து, காட்சியாளனைச் சந்திக்கின்றன. ஓர் ஊடகம் விட்டு மற்றோர் ஊடகம் வழியாகப் பாய்ந்து வரும் போது ஒளிக்கதிர்கள் இயற்கையாகத் திசை மாறுகின்றன. இத்திசை மாற்றத்தின் விளைவாகக் காட்சியாளன் செய்யும் சில வானியல் பதிவுகள் மிகுபடுகின்றன. அம்மிகுவுகளின் தன்மைகளையும் அவை திருத்தப்படும் முறைகளையும் அதைச் சார்ந்த சில விளைவுகளையும் பற்றி இப்பகுதியில் காண்போம்.

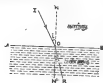
### 6.1: வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம் (Astronomical Refraction)

ஒரு படித்தான (homogeneous) ஊடகத்தில் (Medium) ஒளிக்கதிர் செல்லும்போது அது ஒரு நேர்க்கோட்டில் பாதையில் செல்கிறது. ஆனால் ஓர் ஊடகத்திலிருந்து, மற்றோர் ஊடகத்தில் பாயும்போது, அம்மிகு ஊடகங்களுக்கும் பொதுவான சரிதளத்தில் (plane of separation) அதன் திசை மாறுகிறது. இத்திசை மாற்றம் ஒளிக்கோட்டம் அல்லது ஒளிக்கதிர்க்கோட்டம் எனப்படும். இது இயற்கை விளைவு.

ஒளியியலிலே, இத்திசை மாற்றம் பற்றி முன்று விதிகள் நிலுவப் பட்டிருக்கின்றன. பழமுக வகுப்பிலே நீங்கள் இவ்விதிகளை அறிந்திருக்கணாம்.



சமதளத்தில் ஒளிக்கோட்டம் (Refraction in a Plane Surface)



படம் 8.1 (i)



படம் 8.1 (ii)

ஊடகங்களுக்கிடையே, அடர்விறு (dense) ஊடகங்கள் எனவும், அடர்வுறை (rare) ஊடகங்களெனவும் உறவு வகைகள் உண்டு; காற்றாறில், கண்ணாடி 'அடர்விறு ஊடகம்'; வெற்றிடத் தளத்தில் (vacuum) காற்று அல்லது எந்த ஒளிபுகு ஊடகமும் அடர்த்தியானது; இதன் மறுதலையும் பொருத்தும்.

படம் 8.1 (i)ல் காற்று ஊடகத்திலிருந்து IO என்ற ஒரு ஒளிக் கதிர் AB என்ற சமதளம் கொண்ட ஒரு கண்ணாடி ஊடகத்தில் O என்ற இடத்தில் பாய்ந்து, OR என்ற பாதைக்குத்திரும்பிவிடுகிறது. AB இவ்விரு ஊடகங்களுக்கும் பிரிக்கும் சமதளம் (பிரிதளம்—Plane of separation). OR என்ற ஒளிக்கதிர் கோட்டமடைத்திருப்பதைக் காண்க.

IO என்பது படுகதிர் (Incident Ray); O என்பது படும் இடம் (Point of Incidence);  $NN'$  என்பது படும் இடத்தில், பொதுவாக அமைந்த சமதளம் ABக்குச் செங்கோடு (Normal to the surface at the point of incidence);

OR—திசைமாறிய (கோட்ட மடைத்த) ஒளிக்கதிர் (Refracted Ray).

$\angle ION = i$ , படுகோணம் (Angle of incidence)

$\angle N'OR = r$ , கோட்டக் கோணம் (Angle of refraction).

படம் 8.1 (ii)ல் கண்ணாடி ஊடகத்திலிருந்து காற்று ஊடகத்தில் பாய்ந்து திசைமாறிய ஒளிக்கதிரைக் காண்க.

8.1-1: ஒளிக்கோட்ட விதிகள் (Laws of Refraction)

(1) ஒரு ஒளிக்கதிர் ஓர் அடர்வுறை ஊடகத்திலிருந்து ஓர் அடர்விறு ஊடகத்தில் பாயும்போது, அக்கதிர் செங்கோட்டும்பக்கம்

சாக்கிறது. மறுநிலையாக ஒரு ஒளிக்கதிர் ஒரு அடர்மிகு ஊடகத்திலிருந்து, ஒர் அடர்திறை ஊடகத்தில் பாயும்போது, அக்கதிர், செங்கோட்டிக்கு அப்பாற்பட்ட பக்கம் சாக்கிறது.

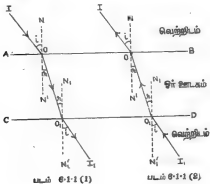
(8) படுகதிர், கோட்டக்கதிர், படுமிடத்தில் விரிதளத்திற்கு வரையப்பட்ட செங்கோடு ஆகிய மூன்றும் ஒரே தளத்தில் அமைபன (are coplanar).

(9) ஒரு வகை திறமூடைய ஒளி, ஒரு குதிப்பிட்ட ஊடகத்திலிருந்து மற்றோர் குதிப்பிட்ட ஊடகத்தில் பாய்ந்து ஒளிக் கோட்ட மையமும்போது, படுகோணத்தின் sine-க்கும் கோட்டக் கோணத்தின் sine-க்கும் உடனடி விகிதம் ஒரு மாறிலி (constant). அம்மாறிலி என்னும், அங்ஙனிக் ஊடகத்திற்குரிய கோட்ட எண் எனப் பெயர். ஒளியின் திறமும், ஊடகங்களும் மாறுமாறுக்கும்வரை, அதற்குரிய கோட்ட எண் ஒரு மாறிலி.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\text{கோட்ட எண் (மாறிலி)}}{(\text{Index of Refraction})}.$$

**குறிப்பு**

ஒளியின் திறம் மாறினாலும், ஏதாவது ஒரு ஊடகம் மாறினாலும், அவற்றிற்குரிய கோட்ட எண் வேறொரு (மாறிலி) கோட்ட எண்ணாகும்.



படம் 8.11 (1) காண்க.  $IO$  என்ற படுகதிர் வெற்றிடத்திலிருந்து,  $AB$  ஆல் பிரிக்கப்படும் ஒர் ஊடகத்தில் பாய்ந்து மறுபடியும்  $O_1I_1$  என்ற பாதையில் வெற்றிடத்தில் பாய்விடுவது. மற்ற விபரங்கள் படத்தில் விளக்கமாகக் காண்கொள்க. (தளங்கள்  $AB$ ம்  $CD$ ம் இணைத்தளங்கள்.)

முதற் பாய்ச்சல்: (வெற்றிடத்திலிருந்து, ஊடகம் வழியாக)

$$IO - \text{படுகதிர்}; IO \cdot N = i \text{ (படுகோணம்)}$$

$$OO_1 - \text{கோட்டக்கதிர்}; N \cdot \hat{O}_1O = r \text{ (கோட்டக் கோணம்)}$$

இரண்டாவது பாய்ச்சல்: (ஊடகத்திலிருந்து, வெற்றிடத்திற்கு)

$$OO_1 - \text{படுகதிர்}; O\hat{O}_1N_1 = r \text{ (படுகோணம்)}$$

$$O_1I_1 - \text{கோட்டக்கதிர்}; N_1 \cdot \hat{O}_1I_1 = i \text{ (கோட்டக் கோணம்)}$$

இவ்விரண்டாவது பாய்ச்சலைத் தலைகீழாகப் பார்த்தால், (வலம்புறம் உள்ள கதிர் பாதையைப் பார்க்க)

$$I_1O_1 - \text{படுகதிர்}; I_1\hat{O}_1N_1 = i \text{ (படுகோணம்)}$$

$$O_1O - \text{கோட்டக்கதிர்}; N_1 \cdot \hat{O}_1O = r \text{ (கோட்டக் கோணம்.)}$$

$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$  (வெற்றிடத்திற்கும் குறிப்பிட்ட ஊடகத்திற்கும் இடைய் பட்ட கோட்ட எண்.)

இதிலிருந்து புலனாவது யாதெனில் ஒர் ஒளிக்கதிர் வெற்றிடத்திலிருந்து (வேறு ஊடகமாகிடுப்போகும் இருக்கலாம்,) வேறோர் இணைப்பக்கங்களுடைய ஊடகத்தில் பாய்ந்து மறுபடியும் வெற்றிடத்தில் பாயுமானால் (முதல்கூறிய ஊடகத்திலே மறுபடியும் பாயுமானால்) முதற் படுகதிரும், கடைசிபாகக் கிடைத்த கோட்டக் கதிரும் இணைகோடுகளாகும்.

6.1.2: ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஊடகங்கள்

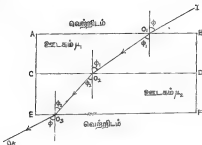
(படம் 6.1.2ஐப் பக்கம் 166ல் காண்க)

வெற்றிடத்தைப்போட்டி  $\mu_1, \mu_2$  கோட்ட எண்களுடைய ஊடகங்கள்  $ABCD, CDEF$  என முறைபாகக் கொள்க.  $AB, CD, EF$  யாவும் இணைத்தளங்கள்.

படத்தைக் கொண்டு

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi_1} = \mu_1$$

$$\frac{\sin \phi}{\sin \phi_2} = \mu_2$$



படம் 6.1-2

$$\therefore \sin \phi = \mu_1 \sin \phi_1 = \mu_2 \sin \phi_2 \quad \dots (1)$$

இங்ஙனமே, வெற்றிடத்திலிருந்து, முதலே வெற்றிடத்தோடு இணைந்த  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  கோட்ட எண்கள் உள்ள கூடகங்கள் வழியாக, ஒரு ஒளிக்கதிர் பாய்ந்து வருவாயின்  $\mu_1 \sin \phi_1 = \mu_2 \sin \phi_2 = \dots = \mu_n \sin \phi_n = \mu_n \sin \phi_n = \sin \phi$  எனப் பொதுப் படுத்தியெழுதலாம்.

## 6-2 : வளை ஒளிக்கதிர்க் கோட்டம்

இம்மண்ணுடைததை ஒரு சரிவான கோணமெனக்கொள்வோம். இதைச் சுற்றி ஏறத்தாழ 180 கி.மீ. உயரத்திற்கு ஒளியக்பாகக் குறைத்துக்கொண்டே போகும் அடர்த்தியானவளி மண்டலம் பரவியிருக்கிறது. மண்ணுவை தளத்தில் மிக அடர்த்தியாக உள்ள இங்ஙனி மண்டலம் உயரமாகச் செல்லச்செல்ல தளர்த்து, தளர்த்து போய் ஏறத்தாழ 180 கி.மீ.ட்டச் உயரத்திற்குப்பால், வெற்றிட மெனக்கொள்ளும் அளவிற்கு செறிவற்றுப் போகிறது. அதற்கொப்ப உயரச் செல்லச் செல்ல, தளர்த்த அடுக்குகளாக (layers) உள்ள படுகைகளின் கோட்ட எண்களும் குறைந்து கொண்டே போகின்றன. எனவே, விண்மீனிலிருந்து புறப்படும் ஒளிக்கதிர் வெற்று வெளியில் பற கோடிக்கணக்கான கி.மீ.ட்டத் தூரம் போக கோட்டியல் வளைவெளிப் பயணம் செய்து ஏறத்தாழ 180 கி.மீ.ட்டச் உயரத்திலுள்ள முதற்படுகையில் படுகின்றது. இதன், பற மாறுபட்ட, உயர்த்துகொண்டே வரும், கோட்ட எண்கள் பெற்ற

படுகைகள் வழியாக அக்கதிர் ஊடுறுவி வந்து காட்சியாளன் நோக்கில் படுகிறது. இந்த ஊடுறுவல் மூலவதும் ஒளிக்கோட்ட விதிசங்குக்குப்பட்டு நடைபெறுகின்றது. மேலிருந்து சிறு வகுவதால், கோட்ட எண்கள் வளர்கின்றன. ஆகவே, ஒளிக்கதிர், வளி மண்டலப் படுகைகள் வழியாக ஊடுறுவி வரும்போது, மேலும் மேலும் செங்கோட்டின் பக்கமே சாய்ந்து சாய்ந்துப் பயணம் செய்கிறது.

எனவே, விண்மீனிலிருந்து ஒளிக்கதிர் புறப்படும் திசை யொன்றாகவும், காட்சியாளனைச் சந்திக்கும் திசை மற்றொன்றாகவும் அமைகிறது.

ஆகவே, காட்சியாளன் அய்விண்மீன்க்கானும் திசை-விண்மீனின் உண்மையான திசையல்ல, வேறுபட்டதோர் திசையாகும்.

இப்படி, வளிமண்டலம் வழியாக, வளைந்துவளைந்து பயணம் செய்வதற்கு விண்மீன் கதிரைக் காட்சியாளன்மேற்கும் திசைக்கும் அய்வினின் உண்மையான திசைக்கும் உள்ள வேறுபாடு அல்லது திசைமாற்றமே அய்விண்மீனின் வான ஒளிக்கதிர்க் கோட்ட மென்பதும். இது வளிமண்டலங்காரணமாக ஏற்படும் ஒரு நேரற்ற எளிப்பதை மறந்துவிடக்கூடாது.

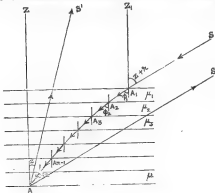
6-3 : ஒளிக்கோட்ட டான்ஸூன்ட் (இருக்கை) வாய்பாடு (Tangent Formula for Refraction)

படம் 6-3 பார்க்க.

வெகு தொலைவிலுள்ள S என்ற விண்மீனிலிருந்து புறப்படும் SA<sub>1</sub> என்ற ஒளிக்கதிர் வெற்றிடம் வழியாக பலகோடி கி.மீட்டர்கள் பயணம் செய்து, வளிமண்டலத்தின் மிக உயர்த்த (180 கி.மீ. உயரத்தில்) படுகையான A<sub>1</sub> என்ற படுகையில் A<sub>1</sub> என்ற இடத்தில் படுகிறது; மேலும், ஒவ்வொரு படுகை வழியாக, ஒளிக் கோட்ட விதிப்படி, செங்கோட்டின் பக்கம் சாய்ந்து சாய்ந்து, A என்ற இடத்தில் உள்ள மண்ணுலகக் காட்சியாளன் மார்வைக்கு வருகிறது. படுகைகள் A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ... A<sub>n</sub> எனக் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன; அவை சிறு சிறுகளம் (thickness) உள்ள படுகைகள். சிறிய சிறிய படுகைகளாதலின், அவை ஒவ்வொன்றும் ஒருபடித்தான ஊடகங்கள் என்று சொல்வதில் திறமையேறுகிறோம்.

அவத்திற்கும் வெற்றிடத்திற்குமுள்ள கோட்ட எண்கள் மூன்றையே  $\mu_1, \mu_2, \dots \mu_n$  எனவும் கடைசியாக உள்ள காட்சியாளனின் படுகையின் கோட்ட எண்  $\mu$  எனவும் சொல்வோம். A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, A<sub>4</sub>, ... A<sub>n-1</sub>, A<sub>n</sub> A யாவற்ற கோட்டமடைந்த ஊடகப்பாதைகள்,

தொடுகோடுகள்:  $\phi_1, \phi_2, \dots$  கோட்டக் கோணங்கள்:  $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$  யாகவும் சிறுகிற கோடுகளாதலால், இவை யாவற்றையும்



படம் 6-3

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A$  என்ற மெல்லுவரையாக (smooth curve) இணைக்கலாம். இம்மெல் வரைக்கு  $A$  என்ற இடத்தில் ஒரு தொடுகோடு (tangent) வரைத்து நீட்டினால் ( $AS'$ ); அந்தத் திசையில்தான், ஆகாவது  $S'A$  என்ற திசையில்தான், வட்சியானதுக்கு அந் வளைக்கதிர் வருவதுபோலத் தொற்றமளிக்கலாம்.

$S$  கோடுக்கணக்கான தகோ மீட்டர் தூரத்திலிருப்பதால்,  $A$  புடன்  $S$  ஐ இணைக்கும் கோடும்,  $A_1S$  ம் ஏறக்குறைய இணை கோடாகவேயிருக்கும். ஆகாவது  $AS \parallel A_1S$ .

$A$  யிலிருந்து  $S$  என்ற விண்மீன் தொற்றத்தினை  $AS'$  என்ற திசையேதான்.

$AS$  என்ற திசையில் உண்மையாக இருக்கவேண்டிய  $S$  னளும் விண்மீன்,  $AS'$  என்ற திசையில் இருப்பதுபோலத் தொற்றமளிக்கிறது. எனவே ஒளிக்கதிர்த் கோட்டம்  $AS'$  ஆகும். (படத்தில் மிகப் பெரிதாக உள்ளதே பொழிய, அது மிகமிகச் சிறிய அளவுடையதுதான், இது மின்னல் கோடுக்கப்படும.)

இப்போது  $A$  இலிருந்து  $AZ$  என்ற சூத்துக்கோடும்,  $A_1$  லிருந்து  $A_1Z_1$  என்ற சூத்துக்கோடும் வராக.  $AZ$ ,  $AS'$ ,  $AS$  மூன்றும் ஒளிக் கோட்ட மிதிப்படி, ஒரே தளத்திலிருக்கும்.  $Z$  என்பது  $A$  என்ற கட்டியானவின் வான கோள உச்சி; எனவே  $S$  என்ற விண்மீன், அவனுக்கு  $AS'$  என்ற நிகரவினிருப்பதுபோலத்தோற்றமளிப்பதால்,

$\angle ZAS' = z =$  விண்மீனின் தோற்றவான உச்சி தூரம்.

ஒளிக்கோட்டம்  $S'AS = r$  எனக் கொள்வோமாயினும்,

$\angle ZAS = z + r =$  விண்மீனின் உண்மையான வான உச்சித்தூரம்.

$AZ$ ,  $A_1Z_1$  இரண்டும் இணைகோடுகள்;

$AS$ ,  $A_1S$  இரண்டும் இணைகோடுகள்.

எனவே,

$$z + r = \angle SAZ = \angle SA_1Z_1.$$

இப்போது விண்மீனின் மூலக் படுகதிக் கோணம்

$$= \angle SA_1Z_1 = z + r$$

கடைசிக் கோட்டக் கோணம்  $= z$ .

கடைசியாக உள்ள கட்டியானவன் படுகதிகின் கோட்டக்கெழு  $\mu$  எனக் கொண்டிருக்கிறோம்.

எனவே, மூலக்கடை 6-1-2 முடிவிற்படி,

$$\sin(z + r) = \mu_1 \sin \phi_1 = \mu_2 \sin \phi_2 = \dots = \mu \sin z$$

$$\therefore \frac{\sin(z + r)}{\sin z} = \mu.$$

$$\therefore \sin z \cos r + \cos z \sin r = \mu \sin z$$

$r$  மிகச் சிறியதொகையால்,  $r$  ஐ ஆரையன் அளவில் கொள்ளும் போது  $\cos r = 1$ ,  $\sin r = r$  என்பவற்றிற்குப் பொருத்த,

$$\sin z + r \cos z = \mu \sin z$$

$$r = \frac{(\mu - 1) \sin z}{\cos z}$$

$$= k \tan z \quad \dots(8)$$

இங்கு  $k = [(\mu - 1)]$  என்ற மாறிலி

$k = (\mu - 1)$  என்பது கோட்ட மாறிலி ஆகவது ஒளிக் கோட்டக் கெழு (Constant of Refraction) எனப்படும்,

குறிப்பு: (1) கோட்ட எண்ணிற்கும், கோட்டமாறிலிக்கும் உள்ள தொடர்பையறிக.

எனவே, ஒரு விண்மீனின் தோற்ற உச்சி தூரம் (apparent or observed zenith distance)  $z$  ஆனால், அதன் உண்மையான உச்சி தூரம்  $z + r = z + k \tan z$  என நமக்குத் தெரிகிறது. ஆக, ஒளிக் கோட்டத்தின் விரிவாக, உண்மையான உச்சி தூரம் குறைகிறது; குறை  $k \tan z$ . எனவே உண்மை உச்சி தூரம் ஆறிய  $z$  எனக் கூறவும் உச்சி தூரத்தோடு (தோற்ற உச்சி தூரம்) கூட்ட வேண்டிய திருத்தம்  $k \tan z$  (additive correction or error).

குறிப்பு (2) நாம் பெற்ற டான்ஜன்ட் (இறுக்கை) வாய்பாடு, யின் கூறப்படும் லாந்து வேதகோசங்களின் (assumptions) அடிப்படையில் பெறப்படுகிறது என்பதை நாம் கவனிக்கவேண்டும்.

(i) காட்சியாளன் உட்கு இடத்தில் மண்ணுலகக் கோளப் பரப்பு (ஏறத்தாழ) ஒரே தயத்தில் (வளைந்திராமல்) அமைந்திருக்கிறது;

(ii) ஒளிக் கோட்டத்திற்குக் காலையாயிருக்கும் வளிமண்டலம் ஏறக்குறைய 180 கி.மீ. உயரம் வரை பரந்திருக்கிறது; அதற்குமேல் அது மிகவும் வேகாயிருப்பதால், வேற்றுவிசைக்குச் சமமான தென்றே கொள்ளப்படுகிறது;

(iii) அகவளிமண்டலம் காட்சியாளன் உட்கு தளத்திற்கு இரண்டான பல படிவங்களாகப் பிரிக்கப்படலாம்; அப்படிப் பிரிக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு படிவமும் ஒரு படித்தான தன்மை பெற்றன.

இவ்வடிப்படைகள் டான்ஜன்ட் வாய்பாடு பெறப்படுகிறது.

6.3.1: ஒளிக் கோட்டத்தால், விண்மீனின் ஆயத் தொலைவில் ஏற்படும் விரிவுகள் (Effects of Refraction on the Coordinates of a star.)

$z$  ஒரு விண்மீனின் தோற்ற உச்சி தூரம் ஆனால்  $z + r = z + k \tan z$ , அகவிண்மீனின் உண்மையான உச்சி தூரமாகும் எனக் கண்டோம். இதன் விளைவு, வானகோளத்தில் பொருத்தம் பங்கிலும்போது, (படம் 6-3-1 காண்க)

$S$ —விண்மீனின் சரிவான இடம்;

$S'$ —அகவிண்மீனின் தோற்ற இடம்;

$ZS = z$ —தோற்ற உச்சி தூரம்,

$S'S = k \tan z$ ,

$\therefore ZS$  = விண்மீனின் சரிவான உச்சி தூரம்,

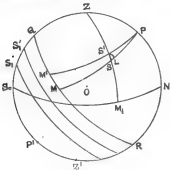
=  $ZS' + S'S$ .

=  $z + k \tan z$  எனக் கண்டுகிறது

...(3)



இதன் விளைவாக விவசாய வானகோளத்தில், தன்னுடைய சரியான நிலையிலிருந்து ௧ மைல் உயரத்திற்கு அதே இடத்துக்


$$u_1 = u_2 = 1$$

கோட்டி ரூ. 2 லட்சம் கோரி உயர்த்தப்படுகிறது. அதே நேரத்தில் கோட்டி உயர்த்தப்படுவதால், அதன் அடிவாரம் தூரம் மாறுவதில்லை.

உத்தரவு எண்: 1999/பி.என்.டி.எம்.எல்.எம்.

ஏதற்க்கோணம்  $\theta = 90^\circ$ , என்னவாகிறதெனில்

 $S.M_1$  = affluence of population in world.
$$S^1 M_1 = \mathbb{C} \otimes_{\mathbb{R}} \mathfrak{g} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C} \otimes_{\mathbb{R}} \mathfrak{g} \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}.$$
$$S'W_1 > SW_1$$

எனவே, தேர்தல் ஏற்றக்கூசனம், க் tanr அல்லது

$k \tan (90^\circ - \alpha) = k \cot \alpha$  ஆனதில், சரியான ஏதற்க கோணத்தை கிடைக்கப்படுகிறது.

ஆகவே (i) ஒலிக்கோட்ட விரிவாகத் தோற்ற உச்சி ஓரம்  $x = k \tan \alpha$ ; (ii) தோற்ற ஏற்றக்கோணம்  $\alpha$  ஆகிய விவரான ஏற்றக்கோணம்  $\alpha = k \cot \alpha$ ; (iii) அடி ஓரத்தில் மூத்தவிகிதம்,

6-3-2: இப்போது ( $\Delta, \delta$ )-ல் என்ன மாற்றங்களெனக் காண்போம்.

$PSM$ ,  $PS'M'$  மூன்றையே  $S$  வழியாகவும்  $S'$  வழியாகவும் வரையப்பட்ட நடுவரை விலக்க வட்டங்கள்.

எனவே சரிவான நடுவரை விலக்கம்  $SM$   
தோற்ற நடுவரை விலக்கம்  $S'M'$

$S'L$  என்ற சிறுவட்டம் நடுவரை டூசிக்கு இரையாக வரையப்படுமானால்,  $SM = S'M' - LS$ ; ஆதலால் நடுவரை விலக்கத்திருத்தம்  $= LS$  (தோற்ற நடுவிலக்கத்திருத்து குறைக்கவேண்டிய திருத்தம்.)

சரிவான நேரக்கோணம்  $k = \angle ZPS$

தோற்ற நேரக்கோணம்  $k_1 = \angle ZPS'$

இங்கு  $\angle ZPS = \angle ZPS' + \angle S'PS$ .

$\therefore$  நேரக்கோணத்திருத்தம்  $= \angle S'PS$   
 $= M'M$  (தோற்றநேரக்

கோணத்துடன் வட்டவேண்டிய திருத்தம்)

இப்போது  $LS$ ஐயும் (நடுவரை விலக்கத்திருத்தம்)  $M'M$ ஐயும் (நேரக் கோண திருத்தம்) இரண்டையும் கணிப்போம்.

இதற்கு, இப்பெரு வட்டங்களாலும் ஒரு சிறு வட்டத்தாலும் பெறப்படும்  $S'LS$  என்ற முக்கோணத்தை ஒருசிறு தள முக்கோணம் (small plane triangle) எனக் கொள்ளலாம், திருத்தங்கள் வரவும் அகமிகச் சித்யதாக இருக்குமாதலின். இக் கொள்கையினால், பிழையேதும் ஏற்படாது.

$\Delta S'LS$  என்ற ஒரு-தள முக்கோணத்தில்,

$$LS = SS' \cos S'L$$

$$= SS' \cos ZSL$$

$$= SS' \cos ZSP$$

$$= k \tan z \eta \dots$$

.. (4)

$\eta =$  விண்மீன் இடைக்கோணம் (Parallactic angle)

எனவே நடுவரை விலக்கத் திருத்தம்  $= k \tan z \cos \eta$

இதைத் தோற்ற நடுவரை விலக்கத்திருத்து குறைக்க, சரிவான நடுவரை விலக்கம் பெறப்படும்,

$$\text{மேலும், } S'L = SS' S \sin ZSP$$

$$= k \tan z \sin \eta$$

$$\text{ஆனால் } M'M = S'L \sec S'M'$$

$$= k \tan z \sin \eta \sec \delta \dots \dots (5)$$

(1-4-1 காண்க)

எனவே நேரக்கோணத் திருத்தம்  $= k \tan z \sin \varphi \sec \delta$ .

இதைத் தோற்ற நேரக்கோணத்தொடுசெய்க்க, சரியான நேரக் கோணம்  $k$  கிடைக்கும்.

ஆனால்  $t = \alpha \pm h$  ஆகையால்,

விண்மீன் நேரம்  $z$  கொண்டு, சரியான  $\alpha$ -அதாவது வல-ஏற்றம் கணிக்கலாம்.

சரியான வல ஏற்றம்  $= \gamma M$

$$= \gamma M' + M'M$$

$=$  தோற்ற வலஏற்றம்  $+ k \tan z \sin \varphi \sec \delta$ .

எனப் பெறப்படும்.

வல ஏற்றத் திருத்தம்  $= k \tan z \sin \varphi \sec \delta$ .

ஒளிக் கோட்டத்தின் விளைவாக ஏற்படும் ஆயத்தொலை மாற்றங்களைப் பின்வரும் அட்டவணியில் காண்க.

தோற்ற ஆயத்தொலை	சரியான ஆயத்தொலை பெற திருத்தம் $\pm$
1. தொடுவான தூரம் $A$	மாற்றமில்லை
2. உச்சி தூரம் $z$	$+ k \tan z$
3. ஏற்றக் கோணம் $\alpha$	$- \alpha \cot \alpha$
4. நடுவரை விசைக்கம் $\delta$	$- k \tan z \cos \varphi$
5. நேரக் கோணம் $h$	$+ k \tan z \sin \varphi \sec \delta$
6. வல ஏற்றம் $\alpha$	$+ k \tan z \sin \varphi \sec \delta$

இவற்றுள் (1), (2), (3) மட்டும் கவனத்திலிருப்பின் போதுமானது.

மேலும், ஒரு விண்மீன், உச்சி வட்டத்தைக் கடக்கும் நேரம் மாறுது; இடம் பெயர்ந்து,  $z$  மக்கமாக மட்டும் உயர்ந்திருக்கும்.

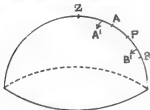
மட்டம் 6-8-1 பாக்கை;

$S_1$  — உச்சி வட்டம் தாண்டுகிடம் (சரியானது)

$S_1'$  — உச்சி வட்டம் தாண்டுகிடம். (தோற்றம்)

குறிப்பு: ஒளிக்கோட்டம் வளிமண்டலத்தின் பல படுகைகளின் அடர்த்தியின் விளைவாகவும், அது வளிமண்டலத்தின் அழுத்தத்தையும் தட்ப வெப்ப நிலைமையையும் பொருத்திருக்கும்.

6-4 : கோட்ட மாதிரியின் மதிப்பதிலும் குறை :



படம் 6-4

மற்றொரு வினாயின் ஒன்று சரிவாக உச்சி கடக்கும் இடங்கள்  $A, B$  எனப் படத்தில் காட்டப்பட்டிருக்கிறது. அவை தோற்றமாகக் காட்சியளிக்கும் உச்சி கடக்கும் இடங்கள்  $A', B'$  எனக் கொள்க.

அது உச்சி கடக்கும் தோற்றத்தில்  $ZA' = z_1$  எனவும்,  $ZB' = z_2$  எனவும், உரிவ வானியல் அளவிகள் கொண்டு கணித்திருப்பதாகக் கொள்க.

அப்போது சரிவான உச்சி தூரங்கள்,

$$ZA = z_1 + k \tan z_1$$

$$ZB = z_2 + k \tan z_2$$

அப்போது,  $P$ , வட துருவமெனின்,

$$ZA + ZB = (ZP - PA) + (ZP + PB)$$

$$= 2 ZP$$

$$= 2 (90^\circ - \phi)$$

$$\therefore z_1 + z_2 + k (\tan z_1 + \tan z_2) = 2 (90^\circ - \phi) \dots\dots (6)$$

இங்கு, காட்சியளவின் அளவிற்கு  $\phi$  தமக்குத் தெரியுமாயின்,  $k$  இன் மதிப்பைவழியாக

குதியு (i): தமக்குத் தெரியாதெனில், மற்றோர், மற்றவா-  
னியல்விலக்கும், இவ்வாறே உச்சி கடக்கும்போதுள்ள உச்சி  
தூரத்தைக் கருவிகள் கொண்டு பெறுக.

அதன் தோற்ற உச்சி தூரங்கள்  $x_1, x_2$  ஆகும்.

$$x_1 + x_2 + k (\tan x_1 + \tan x_2) = 2 (90^\circ - \phi) \dots\dots (6a)$$

(6) உம், (6a) உம் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளாகக் கொண்டு,  
 $k$  இன் இரண்டையும் அறிவோம்.

குறிப்பு (ii):  $\mu$  மையவா விண்மீன்கள் உச்சி கடக்கும்கால் உள்ள தோற்ற உச்சி தூரங்களைவளத்து பெறப்படும்  $k$  மதிப்புகளை அறித்து, அம்மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி ஆறியலாம்.

சாதாரண தட்ப வெப்ப அழுத்த நிலையில், (Normal temperature and pressure)  $k$ ன் மதிப்பு  $55^{\circ}2$  (விசை அளவு) என அறியப்படுகிறது. அதாவது ஒரு விண்மீனின் உச்சி தூரம்  $45^{\circ}$  ஆக இருக்கும்போது, அதன் ஒளிக்கோட்டம்  $55^{\circ}2$  எனக் கொள்ளப்படும். ( $k$  is  $45^{\circ} = k$ ) அந்த சமயத்தில் அம்விண்மீன் உச்சி பக்கமாக அதன் ஏற்ற வட்டத்தில்  $55^{\circ}2$  உயர்த்திவரும்பது போலத் தோற்றமளிக்கும்.

வளி மண்டல அழுத்தம்  $76$  cm உம், வெப்ப நிலை  $10^{\circ}$  சென்டிசீரேடும் இருக்கும் நிலைக்கு  $k = 55^{\circ}2$  எனக் கொள்ளலாம்.

வளி மண்டல அழுத்தம்  $b$  cm உம், வெப்ப நிலை  $t$  சென்டிசீரேடும் இருக்கும் நிலைக்கு, ஒளிக்கோட்டம்  $r_1$  பெறப்படும், வாய்பாடு,

$$r_1 = \frac{76.5 \times b}{(428 + t)} = \frac{76.5 b}{(428 + t)} \times k \tan z$$

இது கவனத்திற்குரிய வாய்பாடாகக் கொள்ளவேண்டிய வேதனையிலும்.

$r = k \tan z$  என்ற வாய்பாடு  $z = 75^{\circ}$  வரையில் பொருந்தும், விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு அருகிலிருக்குமாயின்,  $z$  இன் மதிப்பு  $80^{\circ}$ க்கு அண்மையிலிருக்கும்; அப்போது  $\tan z$  இன் மதிப்பு மிகப் பெரியதாகிக்குமாதலால்,  $z > 75^{\circ}$ க்கு இவ்வாய்பாடு ஏற்புடையதன்று; காரணம் பாதேனின் தாம் மண்ணுலகத்தின் வளைதன்மையை (curvature) ஒதுக்கிவிட்டு, மதிப்பு கண்டோம். மேலும் முக்கிய காரணம் என்னவென்றும்,  $z \rightarrow 90^{\circ}$  ஆனால்  $\tan z \rightarrow \infty$ .

6.4.1:  $z > 75^{\circ}$  என்ற நிலைகளில், அதாவது விண்மீன் தொடுவானத்திற்கு அருகாமையில் இருக்குமாயின், ஒரு தெரிந்த விண்மீனிடப்பற்றிய கூட்சிப் பதிவுகள் செய்வே ஒளிக்கோட்டம் அங்கப்போது கணித்துக் கொள்ளவேண்டும்.

கணிக்கும் ஒறை: ( $\mu, \delta$ ) ஆகத் தொலைகள் (தெரித்தவை) உள்ள ஒரு விண்மீன் தொடுவானத்தின் அருகில் உள்ளபோது, அதன் தோற்ற உச்சி தூரத்தைமும் ( $z$ ), அந்த சமயம்  $t$  என்ற மீன் வளி தோளும் பதிவு செய்துகொள்க. தோற்ற உச்சி தூரம் காண, நிலை உயரமானி என்ற கருவி யான்படும். (கொணுக்கசிக் கருவிகள்

என்ற பகுதியில் காண்க.);  $t$  க்கான மீள்வழிக் கருவாரம் பயன்படும்.



படம் 6-4-1

$Z$  : என்ற மூக்கோணத்தில்,

$$P = 90 - \phi \text{ (தெரிவு)}$$

$$PS = 90 - \delta \text{ (தெரிவு)}$$

$$ZPS = h = \text{தேரக் கோணம்.}$$

$t = \pm h$  என்  $t$  வாய்பாடு கொண்டு சரிவான  $h$  அறிக.

எனவே,

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos h$$

என்ற வாய்பாடு கொண்டு, சரிவான  $ZS$  கணக்கிடுக. தேரத் உச்சி

தூரம்  $z$  தாம் மூலையில் திசை உபாயமானி கொண்டு கண்டிருக்கிறோம். எனவே, கணிக்கப்பட்ட சரிவான  $ZS$  — தேரத்  $z =$  ஒளிக்கோட்டம் எனக் கணக்கிடுக. இந்த மூலையில்,  $80^\circ$  மூலக்  $50'$  வரையில் ஒவ்வொரு  $5'$  (கிலாகர்) வேறுபாட்டிற்கும்,  $80^\circ$  மூலக்  $80'$  வரை இன்னும் அதிகமான வேறுபாட்டிற்கும்,  $85^\circ$  மூலக்  $0'$  வரை ஒவ்வொரு  $1'$  (பாகை) வேறுபாட்டிற்கும் ஒளிக்கோட்ட மாற்றிகள் பட்டியலாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. அதை  $15^\circ\text{C}$  வெப்ப நிலைக்கும், வளிமண்டல அழுத்தம்  $76$  செ.கி.மீ.மற்றும் பொருத்தமானவை; மற்ற வெப்ப நிலைகளுக்கும், அழுத்த நிலைகளுக்கும் பயன்படுமாறு, மற்றும் உதவிப் பட்டியல்கள் உள்ளன. எடுத்துக்காட்டாக,

$$z = 80^\circ, K = 88' \text{ (தேரக் கோணம் பூச்சியம்)}$$

$$z = 89^\circ 30', K = 88' 28' \text{ (தேரக் கோணம் } 0^\circ 30')$$

$$z = 89^\circ 25', K = 87' 41' \text{ (தேரக் கோணம் } 0^\circ 55')$$

என்ற மூலையில் ஒளிக்கோட்டங்களை வேகமாகக் குறைத்துவரும்.

$z = 75^\circ$  இவ்ருத்து,  $K = 88'.2$  என்ற மாற்றி மதிப்பையே கொள்ளலாம்.

$z = 0$  ஆகும்போது, ஒளிக்கோட்டம்  $K$  ன்  $z$  பூச்சியமாகும்.

6-5: ஒளிக் கோட்ட விரிவாக, விண்மீன் உதிக்வும், மகதையும் கேரங்களில் ஏற்படும் மாறுபாடு :

ஒளிக்கோட்டம் காரணமாக விண்மீன் தேரத்தமாக உதிக்வும் தேரம் மூன்றேனும்; தேரத்தமாக மகதையும் தேரம் பின்னடைவும். ஏனெனில், தொடுவான நிலையில்  $1^\circ$  (விசிறி) ஒளிக்கோட்டமானால்,

விண்மீன் தொடுவானின் கீழே  $r'$  (விசை) இருக்கும்போதே, அது தொடுவானில் உதிப்பதுபோல் தோற்றமேற்படும். (ஒளிக் கோட்டத்தின் விசைவு, விண்மீன்  $z$  பக்கம் உயர்ந்துவது.) ஆய்வாதே, விண்மீன்  $r'$  (விசை) தொடுவானின் கீழ்நிற்கும் வரை, தொடுவானின் மேல் இருப்பதுபோல் தோற்றமளித்து,  $r'$  (விசை) இறங்கியபிறகு தான் மறைவதுபோல் தோன்றும். இதன் விளைவாக விண்மீன் தோன்றும் தோற்ம்  $\frac{r}{16\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\theta}}$  வினாடி.

கன் மூன்றேறி, மறையும் தோற்ம்  $\frac{r}{16\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\theta}}$  வினாடிகள் பின்னடைபும். எனவே, தோற்றப்படி, விண்மீன் தொடுவானுக்கு மேலே இருக்கும் தோற்ம்,

$$\frac{2r}{16\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\theta}} \text{ வினாடிகள் அதிகமாகும்.} \quad \dots(7)$$

$r = 88'$  எனக் கொண்டால்,

தோற்ற உதயம்  $\frac{88 \times 60}{16\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\theta}}$  வினாடிகள் மூன்றேறி, தோற்ற மறையு, அதே அளவு பின்னடைபும்.

மொத்தம்  $\frac{2 \times 88 \times 60}{16\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\theta}}$  வினாடிகள் அதிகமாக தொடுவானுக்கு மேலே இருப்பதாகத் தோற்றமளிக்கும்.

6.5 1: மற்றும் சில ஒளிக்கோட்ட விசைவுகள் :

(i) ஒரு குத்துவட்ட வில் PQ உம்,



படம் 6.5-1 (i)

(ii) தொடுவானத்திற்கு இணையான சிறுவட்டில் PQ உம், எந்த அளவில் ஒளிக்கோட்டத்தின் விநியோக மாறுகின்றன என்று பார்க்கோம்.

படம் 8-5-1 (i) காண்க :

(i) குத்துவட்டில்  $\angle Q = D$

$S_1N$  - தொடுவானம் ;

$Z$  - வளை உச்சி ;

$ZM$  - ஒரு குத்துவட்டம்.

$ZM$  இல்,  $PQ = D$ , ஒரு சிறுவில். (கோண அளவு).

ஒளிக்கோட்ட விநியோக  $P$  என்பது  $P'$  இலும்,  $Q$  என்பது  $Q'$  இலும் உடன்த்து நோற்றமளிக்கலாம்.

$ZQ' = z$  ( $Q$  இன் நோற்ற உச்சி தூரம்) எனவும்,

$P'Q' = D'$  ( $PQ$  இன் நோற்ற மாறுதல்) எனவும், கொள்க.

அப்போது  $ZP' = z - D'$  ( $P$  இன் நோற்ற உச்சி தூரம்)

$D - D' = PQ - P'Q'$

$$= (Q'Q - Q'P) - (P'P - Q'P)$$

$$= Q'Q - P'P$$

$$= K \tan z - K \tan (z - D')$$

$$= K \frac{\sin D'}{\cos z \cos (Z - D')}$$

$$= K \frac{\sin D}{\cos^2 z} \text{ (ஏதக்கூறைய)}$$

$$= K D' \sec^2 z \quad \left\{ \begin{array}{l} D \text{ சிறியதாகவால்,} \\ \text{ஆகையால் அளவில்} \\ \sin D' = D' \text{ (தொடர்வமாக)} \end{array} \right.$$

$\therefore P'Q'$  என, ஒளிக்கோட்ட விநியோக மாறிய வில் அளவு  $D'$  ஆகவால்,

$$D - D' = K D' \sec^2 z$$

$$\therefore D = D' (1 + K \sec^2 z)$$

$$\therefore D' = \frac{D}{1 + K \sec^2 z}$$

$$= D (1 + K \sec^2 z)^{-1}$$

$$= D (1 - K \sec^2 z) \text{ தொடர்வாக.}$$

ஆகவே  $PQ$  என்ற குத்துக் கோட்டுச் சிறிய வில்  $1 : (1 - K \sec^2 z)$  என்ற விகிதத்தில் குன்றித் நோற்றமளிக்கிறது.



(ii) PQ-தொடுவானத்திற்கு இவ்வான சிறு வட்டத்தில் D அளவுள்ள ஒரு மீல்.

ஒளிக்கோட்ட விவரமாக, P என்பது Pக்கும், Q என்பது Q'க்கும் வான உச்சம் பக்கம் உயர்ந்து நோக்கும், படம் 6.5.1 (ii) பார்க்க.

$$ZP' = ZQ' = z \text{ எனவும்}$$

$$P'Q' \text{ இன் அளவு } D' \text{ எனவும்,}$$

$$PZQ = A \text{ எனவும் கொள்வோம்.}$$

ஒளிக்கோட்ட விதிப்படி,

$$PP' = K \tan ZP' = K \tan z;$$

$$QQ' = K \tan ZQ' = K \tan z.$$

$$\therefore ZP = ZQ = z + K \tan z.$$

$$\therefore PQ = A \sin (z + K \tan z) \\ (1.4.1 \text{ ஐயைப் பயன்படுத்தி})$$

$$P'Q' = A \sin z.$$

$$\therefore PQ : P'Q' = \sin (z + K \tan z) : \sin z.$$

$K \tan z$  சிறுமையாக,

$$\begin{aligned} \sin (z + K \tan z) &= \sin z \cos (K \tan z) + \cos z \sin (K \tan z) \\ &= \sin z + \cos z \cdot K \tan z \\ &= \sin z + K \sin z \end{aligned}$$

$$\therefore PQ : P'Q' = \sin z (1 + K) : \sin z \quad \text{---(9)}$$

$$\therefore D : D' = (1 + K) : 1$$

$$\therefore D = D' (1 + K)$$

$$\therefore D' = \frac{D}{1 + K}$$

$$= D (1 + K)^{-1}$$

$$= D (1 - K) \text{ நோக்கினால்.}$$

ஆகவே PQ என்பது  $1 : (1 - K)$  என்ற விகிதத்தில் குன்றித் தொற்றியுள்ளது.



6-5-1-1: மூன்று 6-5-1 இல் கண்ட காதுதல் வாய்பாடுகள் கொண்டு  
கதிரவனும், முருகச்சுத்திரனும் உதிக்கும்போது நீள்வட்ட  
(Ellipse) வடிவில் இருப்பதைப் பின்வருமாறு விளக்கணம்.

கதிரவன் உதிக்கும்போது

$O$ -கதிரவன் மையம் ;

$P$ -கதிரவன் மேல் ஒரு இடம் ;

$ZO, ZP$  தொடுவானத்தின்

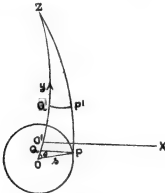
மேல் குத்துவட்டங்கள்,

$PQ$ -தொடுவானத்தின் கிணையான சதுவட்டம்

$\angle ZOP = \theta$  எனக் கொள்க.

$OP = r$  - கதிரவனின் கோண அகரவீட்டம்,

$O', P', Q$  என்பவை, ஒளிக்கோட்ட விரிவாக, முறையே  
 $O, P, Q$ -இன் தொற்ற இடங்கள்.



படம் 6-5-1-1

$\Delta OPQ$  ஐ ஒரு தள முக்கோணமாகக் கொண்டால்,

$$OQ = r \cos \theta ; PQ = r \sin \theta$$

மூன் கண்டபடி,

$$O'Q' = s \cos \theta (1-k \sec^2 x)$$

$$P'Q' = s \sin \theta (1-k).$$

$$z = ZQ' = ZP'.$$

$O'$  வழியாக  $O'X$  என்ற சிறு நேர்க்கோடு ( $\parallel$  தொடு வானம்) வராக;  $O'Z$  இல்  $O'Y$  என்ற ஒரு சிறு நேர்க்கோடு கொள்ளு.

$O'X$ ,  $O'Y$  ஆக அச்சங்களாகக் கொண்டால்,

$P'$  இன் ஆயத்தொலைகளான

$$x = P'Q' = s \sin 2 (1-k)$$

$$y = O'Q' = s \cos \theta (1-k \sec^2 x)$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே, } \frac{x^2}{s^2 (1-k)^2} + \frac{y^2}{s^2 (1-k \sec^2 x)^2} \\ = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1. \end{aligned}$$

$\therefore P$  இன் நோற்றமாகிய  $P'$  ஒரு நீள் வட்டத்தின் மேலுள்ளது எனவும், அதன் மையம்,

$O$  இன் நோற்றமாகிய  $O'$  இல் இருக்கிறது எனவும், நீள் வட்டத்தின் அரை அச்சங்கள் முறையே  $s(1-k)$ ;  $s(1-k \sec^2 x)$  எனவும் புலப்படுகிறது;

எனவே, கதிரவன் உதிக்கும்போதுள்ள நோற்றம் ஒரு நீள் வட்டம்; அப்போதே மூலச்சத்திரவின் நோற்றமும்.

6.5:1:2: கதிரவன், சத்திரன் உதிக்கும்போது நீள் வட்டத் நோற்றம்.

மேற்கூறிய முறைகளிற், நீள் கூறப்படும் முறைகளும் நீள் வட்டத் நோற்றத்தை விளக்கலாம்.

கதிரவன், சத்திரன்) வட்டம், ஊ நோக்கி உயர்த்தப்படுகிறது என நாம் அறிவேோம். வானுச்சி உயரம் குறைவக்துறைய ஒளிக் கோட்டமும் குறைகின்றது. மறுதலையாக, வானுச்சி உயரம் மிக மிக, ஒளிக்கோட்டமும் அதிகமாகிறது. எனவே, கதிரவன் உதிக்கும்போது அதன் அடி வரம்பு மேல் வரம்பைவிட அதிகமாக உயர்வதால், கதிரவனின் நெடுவிட்டம் (vertical diameter) குறுக்கிவிடுப் பதுபோல நோன்றுகிறது. இஊ விட்டம் (horizontal diameter) குறிப்பிடத்தக்க அந்த அளவுக்குச் குறுக்குவதில்லை. எனவே கதிரவன் வட்டம் ஒரு நீள் வட்டவடிவில் நோன்றுகிறது.

இன்னும், முறைப்படி பரப்போமானனும் சரிவாகத்தொடுவானத்தில் ( $x = 80^\circ$ ) ஒளிக்கோட்டம்  $28^\circ$ ; தொடுவானத்திலிருந்து  $80^\circ$ ; உயரும்போது, ஒளிக்கோட்டம்  $28^\circ 28'$ ;  $85^\circ$  உயரத்தில் ஒளிக் கோட்டம்  $27' 41''$ .

எனவே கதிரவனின் (அல்லது சந்திரனின்) கோண விட்டம் 82' எனக்கொண்டால் தொடுவானில் ஒளிக்கோட்ட விரிவாகக் கதிரவனின் கீழ்வரம்பு மேல் வரம்பைவிட 5' அதிகமாக உயர்த்தப்பட்டுத் தோற்றமளிக்கிறது. ஆக நெடுவட்டம் ஏறக்குறைய 5' கருவி, கிடைவிட்டம் ஏறக்குறைய 82' ஆக நமக்குத் தோன்றுகிறது. அப்போது தோராயமாக நெடுவிட்டம் : 27 : 82 என்ற விகிதத்தில் இருக்கிறது. எனவே நீள் வட்டத்தோற்றம்.

ஆனாலும் கிடைவிட்டமும் ஒளிக்கோட்ட விரிவாகக் கருவிக் தான் சொகிறது ; ஆனால் அக்கருவிக் எந்த உச்சி உயரத்திற்கும் ஏறத்தாழ 0' 5 தான்.

குறிப்பு : தொடுவானத்தின் மிக அண்மையில் (முறைவான ஏற்றக்கோணம்) இருக்கும்போது, கதிரவனும், சந்திரனும் பெரிதாகக் காட்சியளிப்பது போலவும், வானத்தில் ஏற ஏறச் சிறியதாக விடுவது போலவும், தாம் பார்க்கிறோம். இது தோற்றமே பொழிய உண்மையல்ல. மேலும் இதற்கும், ஒளிக்கோட்டத்திற்கும் ஒரு விதத் தொடர்பும் இல்லை. முறைப்படி கருவிகள் கொண்டு (டாலன்ஷன் நுழியைவிட்டா) கதிரவனின், சந்திரனின் கோணவிட்டங்களை அளந்தால் அவ்விட்ட அளவுகள் ஒரு மாறுதலையும் காட்டுவதில்லை. ஆனால் தாம் கதிரவனையும் சந்திரனையும் பார்க்கும் போது, அருகாமையிலுள்ள மரங்கள் முதலியனவோடு, ஒப்பிட்டு, பெரிது எனக்கூறுகிறோம். அவை வானவெளியில் உயர்த்துவிட்ட பொழுது, எந்தப் பொருள்களோடும் அவற்றை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க ஏதுமாத நிலையில், தாமே அவை, சிந்தாகத் தோற்ற மளிப்பது போல தோன்றுக்கொள்கிறோம். இம்மாதற்களை யாவும் தோற்ற மேயொழிய வேறில்லை.

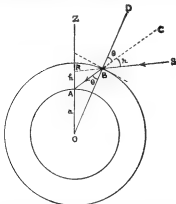
6-6 : காகினி வாய்பாடு (ஒளிக்கோட்டம்)

மற்றோர் அடிப்படையில் காகினி (Cassini) என்னும் வானியல் ஆறிஞர், விண்மீன் ஒளிக்கோட்ட வாய்பாடு ஒன்றை நிறுவிபுள்ளார். அவர் அடிப்படையாகக் கொண்டவை :

(1) பூமிக்கு மேலே சொல்லச்செல்ல, சொல்லு சூழத்தது போதும் இயற்கைவளி மண்டலத்திற்குப் பதிலாக ஒரேபடித்தான (homogeneous) ஒரு வளிமண்டலம் ஒன்று கற்பித்து, மண்ணுலக தளத்திலுள்ள அடர்த்தியும் கோட்ட எண்ணும் அக்கற்பனை மண்டலம் முழுவதற்கும் பொருத்தும் வகையில் கொள்ளுதல்.

(2) இக்கற்பனை வளிமண்டலத்தால் ஏற்படக்கூடிய அழுத்தத்தை இயற்கை வளிமண்டல மொத்த அழுத்தத்திற்குச் சமனாலும் வகையில், கற்பனை வளிமண்டலத்தின் உயரத்தைச் சரிக்கட்டிக் கொள்ளுதல்.

இய்விரு கோளங்களின் அடிப்படையில் அமைவும் கற்பனை வளிமண்டலம், மண்ணுலகத் தளத்திற்குமேல்  $h$  ( $h$ -தெரியாது) கிலோ மீட்டர்கள் ஒரேபடித்தான தன்மையுடையதாகப் பரவி யிருக்கும் எனக் கொள்ளலாம். இதன் வழியாக ஒளிக்கதிர்பாய்ந்து வருவதால் ஏற்படும் கோட்டத்தை அவர் வாய்பாடாக அமைத்த னர். இதன் சிறப்புப்பண்டி யாதெனின், இது உச்சி உயரம்  $80^\circ$  வரையில் பொருத்துமென அவர் நிறுவிபுகுனார்.

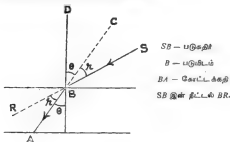


படம் 6-6-1

6-6-1:  $O$  ஐ மையம் கொண்ட மண்ணுலகத்தின்மேல்  $A$  என்ற பது காட்சியாளர் இருக்குமிடம். மண்ணுலக அரைமீட்டம்  $a$  கி. மீட்டர்கள், அதற்குமேல்  $b$  கி. மீட்டர் உயரத்திக்கு, காசினி வகுத்த அடிப்படையிலமைந்த ஒரேபடித்தான ஒரு கற்பனை வளிமண்ட லம், மண்ணுலக கோளத்தைச் சூழ்ந்திருக்கிறது. படம் 6-6-1 காண்க.

$OA$  இன் நீட்டல்,  $A$  இல் வான உச்சி  $Z$ .  $S$  என்ற விண் மீனி லிருந்துவரும் ஒளிக்கதிரீ, கற்பனை வளிமண்டலத்தை,  $B$  இல் சத் தீத்து (ஒருபடித்தான ஊடகமாகலின்) ஒரே கோட்டமடைத்து  $BA$  என்ற திசையில்  $A$  க்குப் புனுகுகிறது.

இப்போது  $B$  இல் உள்ள ஒளிக்கதிர் தனியாகப் படம் 6-6-1(1) இல் பிரித்துக் காட்டியிருப்பதைக் காண்க.



படம் 6-6-1 (1)

படம் 6-6-1ல்  $B$  என்ற படுமிடத்தில், மண்ணுவாக கோளத்திற்குத் தொடுதளம் வராததால் அதற்குச் செங்கோடு  $CB$  என்ற ஆரம்; நீட்டல்  $DBD$ .

எனவே, பிரிதளத்தில் ஒளிக்கதிர் படுமிடத்திற்குள் அளமையும் செங்கோடு  $DBD$  என்பது புலனுதிரது.

எனவே  $\angle SBD$  - படுகோணம்

$\angle ABO$  - கோட்டக் கோணம் =  $\theta$  எனக்கொள்க.

$\angle RBA$  - கோட்டம் =  $r$  எனக்கொள்க.

ஆனால்,  $\angle RBA = \angle CBS = r$  [6-6-1 இலும் 6-6-1 (1) இலும்]

எனவே,  $\angle SBD = \angle DBC + \angle CBS$

=  $\angle ABO + \angle RBA$  (நேரெதிர்க் கோணம்  
கள் சமம்)

=  $\theta + r$ .

∴ ஒளிக்கோட்ட விதிப்படி,

$$\frac{\sin(\theta+r)}{\sin \theta} = \mu \text{ (கோட்ட எண்-மாறிக்).}$$

$r$ , மிகச் சிறியதாக விருக்குவதால்,

$\sin r = r$  எனவும்,  $\cos r = 1$  எனவும் கொள்ளவும்.

எனவே  $\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha = \mu \sin \theta$ .

$$\therefore \sin \theta + r \cos \theta = \mu \sin \theta \text{ (தொரையமாக)}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{(\mu - 1) \sin \theta}{\cos \theta} \\ &= k \tan \theta \end{aligned} \quad \dots(10)$$

ஆனால் இங்கு  $\theta$  தமக்குத் தெரியாது.

(எனவே  $k \tan \alpha = k \tan \theta$  எனத் தவறுக்கக் கொள்ளக்கூடாது).

இப்போது  $\tan \theta$ -ஐக் கணிப்போம். கணிக்குமுன்  $h$  என்பது  $n$  புடன ஓடுகிறபோது மிகச் சிறியதானின்  $\frac{h}{a} < 1$ ; மேலும்  $\frac{h}{a}$

மிகச் சிறியதாகிவருகும்;  $\left(\frac{h}{a}\right)^2, \left(\frac{h}{a}\right)^3, \dots$  முதலியவை, ஏதக் கணிக்கத்தக்க ஆளவிற்குச் சிறியதாய்விடும் என்பவற்றை கவனத்தில் வைக்கவேண்டும்.

இப்போது படம் 6-6-1ல்,

$S$  என்ஜினின் தோற்ற உச்சிதூரம்

$\angle BAZ = z$  எனக் கொள்வோம்.

$\triangle OAB$ -ல்,  $OA = a$ ;  $OB = a + h$ ;  $\angle OAB = 180^\circ - z$

$$\therefore \frac{a + h}{\sin(180^\circ - z)} = \frac{a}{\sin \theta}$$

$$\frac{(a + h)}{a} = \frac{\sin z}{\sin \theta},$$

$$\sin \theta = \frac{a}{a + h} \sin z,$$

$$= \frac{a}{\left(1 + \frac{h}{a}\right)} \sin z$$

$$= \left(1 + \frac{h}{a}\right) \sin z$$

$$= \left(1 + \frac{h}{a}\right)^{-1} \sin z$$

$$= \left(1 - \frac{h}{a}\right) \sin z \text{ (தொரையமாக)}$$

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{a}\right)^2 \sin^2 x} \text{ (தேர்வுவரை)} \\
 &= \sqrt{1 - \left[1 - \frac{2h}{a} + \frac{h^2}{a^2}\right] \sin^2 x} \quad \therefore \\
 &= \sqrt{1 - \sin^2 x + \frac{2h}{a} \sin^2 x} \quad \therefore \\
 &= \sqrt{\cos^2 x + \frac{2h}{a} \sin^2 x} \\
 &= \cos x \left(1 + \frac{2h}{a} \tan^2 x\right)^{\frac{1}{2}} \text{ தேர்வுவரை.} \\
 \therefore \tan \theta &= \frac{\left(1 - \frac{h}{a}\right) \sin x}{\cos x \left(1 + \frac{2h}{a} \tan^2 x\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \therefore \\
 &= \tan x \left(1 - \frac{h}{a}\right) \left(1 - \frac{h}{a} \tan^2 x\right) \\
 &\quad \text{தேர்வுவரை... (11)} \\
 &= A_1 \tan x + B_1 \tan^3 x \text{ என்ற அடிப்படையில்} \\
 &\quad \text{வரும்.}
 \end{aligned}$$

மூலக்கூறு கோட்டம்  $r = k \tan \theta$ .

$$\begin{aligned}
 &= k(A_1 \tan x + B_1 \tan^3 x) \\
 &= A \tan x + B \tan^3 x. \quad \dots (12)
 \end{aligned}$$

என்ற அடிப்படையில் பெறப்படும்;  $A, B$  மாறிலிகள்; இதுவே வரலாற்றின் ஒளிக்கோட்ட வாய்பாடு.

குறிப்பு: (11) இதுவிலிருந்து

$$\tan \theta = \tan x \left[ 1 - \frac{h}{a} \left\{ 1 + \tan^2 x + \dots \infty \right\} \right]$$

என்பதென்று,

$$\tan \theta = \tan x [1 - n \sec^2 x] \text{ எனவும் எழுதலாம்.}$$

அப்போது  $r = (\mu - 1) \tan \theta$

$$= (\mu - 1) \tan x (1 - n \sec^2 x) \quad \dots (13)$$

எனவும் எழுதலாம். இங்கு  $\mu, n$  மாறிலிகள்.



6-6-2 : ஊரின் வாய்பாட்டினுள்  $A, B$  காணல் :

மூன்று மழைவாத விண்மீன்கள், மஜூச்சி, கீழ்ச்சி கடக்கும் போது அவற்றின் தோற்ற உச்சி தூரங்களைக் காண்க.

முதல் விண்மீன்  $S_1 : x_1, x_2$  (மேஜூச்சி, கீழ்ச்சி தூரங்கள்.)  
 இரண்டாவது விண்மீன்  $S_2 : y_1, y_2$  ( " " )  
 மூன்றாவது விண்மீன்  $S_3 : z_1, z_2$  ( " " )  
 இவையாவும் தோற்ற தூரங்கள்.

ஊரின் வாய்பாடு கொண்டு, உரிய திருத்தங்களைக் கூட்டி, சரியான மேஜூச்சி, கீழ்ச்சி தூரங்களையறித்து 6-4 (2)ல் கண்ட மூலதர்படி, செவ்வையானால்,

$$x_1 + A \tan x_1 + B \tan^2 x_1 + x_2 + A \tan x_2 + B \tan^2 x_2 = 150 - 2\phi.$$

$$y_1 + A \tan y_1 + B \tan^2 y_1 + y_2 + A \tan y_2 + B \tan^2 y_2 = 150 - 2\phi.$$

$$z_1 + A \tan z_1 + B \tan^2 z_1 + z_2 + A \tan z_2 + B \tan^2 z_2 = 150 - 2\phi.$$

என மூன்று சமன்பாடுகள் வரும்.

தேவியாத இராகிகள்  $A, B, \phi$  ஆகும்.

இம்மூன்று ஒருங்கமை சமன்பாடுகளையும் தீர்த்து,  $A, B, \phi$ -ன் மதிப்புகளைக் கணிக்கலாம்.

ஒளிக்கோட்டம்—குடிசுகள் கருக்கம் :

இரு வாய்பாடுகள்

1.  $r = k \tan z$  ( $z=0^\circ$  முதல்  $75^\circ$  வரை பொருத்தும்).

$r = A \tan z + B \tan^2 z$  ( $z=0^\circ$  முதல்  $80^\circ$  வரை பொருத்தும்).

2. ஒளிக்கோட்ட விளைவாக,

(i) விண்மீன்கள், Z-ஐ நோக்கித் தங்கள் குத்துக் கோடுகளிலேயே உயர்த்தப்பட்டுக் காட்சியளிக்கும்;

(ii) கருவி கொண்டு அளந்த உச்சி தூரத்தோடு ஒளிக்கோட்டத் திருத்தத்தைக் கூட்டினால், சரியான உச்சி தூரம் பெறப்படும்;

(iii) Z ஐ நோக்கிச் செல்லச் செல்ல, ஒளிக்கோட்டம் குறையும்;

(iv) Z-ல் ஒரு விண்மீனொன்றிருந்தின், அதன் ஒளிக்கோட்டம் பூச்சியம்;

(v)  $75^\circ$  ஆகியது  $80^\circ$  க்கு, மேற்பட்ட உச்சி தூரங்களுக்கு, மேற்படரிய இரு வாய்பாடுகளும் பொருத்தமாய், தனிப் பட்டியல்கள்தான் காணவேண்டும்;

(vi)  $z = 80^\circ$  க்கு, அதாவது, தொடுவரைத்திற்குரிய ஒளிக்கோட்டம்  $80^\circ$ ;

(vii)  $z = 0^\circ$  முதல்  $z = 75^\circ$  வரை  $r = k \tan z$  ல்  $k=59.2$ ; எனக் கொள்ளலாம் ;

(viii) மறையா விண்மீன்கள் வான உச்சி கடக்கும்போது, கருவிகள் கொண்டு உச்சி தூரங்களை அளந்து,  $K$ ,  $A$ ,  $B$  யாவற்றையும் கணிக்கலாம்;

(ix) ஒளிக்கோட்ட விளைவாக அடிவான தூரத்திலும், உச்சி கடக்கும் நேரத்திலும் மாற்றம் ஏதும் ஏற்படாது;

(x) தடுவரை விலக்கம், வலஏற்றம் என்ற ஆயத்தொலைகள் சிறிது மாறும்; உரிய திருத்தங்களைக் கணிக்கலாம்;

(xi) கதிரவன் உதிக்கும்மறையும், நேரங்கள் சற்றுமூன்றேனது வது போலவும், பின்னடைவதுபோலவும் தோற்றம் ஏற்படும். கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் பகற்பொழுது

$$\frac{2r'}{15\sqrt{\cos^2\phi - \sin^2\delta}} \quad \text{வினாடிகள்} \quad \text{அதிகமாகவது போலத் தோன்றும்};$$

(xii) கதிரவனும், முழுதிலவும் உதிக்குங்காலம் நீள் வட்ட வடிவத்தினிருப்பதுபோலத் தோன்றும்.

6.6.3: பரீட்சிக் கணக்குகள்

எ.கா. 1.

ஞர் இடத்தின் அகலங்கு  $45^\circ 20' 38''$  டி உச்சே மைனாரில் (Ursae Minoris) என்ற விண்மீனின் கீழுச்சி, மேலுச்சி கடத்தல் தோற்ற ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே  $29^\circ 55' 15''$ ;  $60^\circ 1' 45''$ . ஒளிக்கோட்ட மாநிலி காண்க.

கீழுச்சி கடக்குங்கால், தோற்ற உச்சி தூரம்

$$= 90^\circ - 29^\circ 55' 15''.$$

$$= 60^\circ 1' 45''$$

மேலுச்சி கடக்குங்கால், தோற்ற உச்சி தூரம்

$$= 90^\circ - 60^\circ 1' 45''$$

$$= 29^\circ 14' 5' 57''$$

ஒளிக்கோட்ட மாநிலி  $K$  எனக் கொண்டால், சரியான கீழுச்சி மேலுச்சி கடக்குங்கால், உச்சி தூரங்கள்,

$$60^\circ 1' 45'' + K \tan 60^\circ 1' 45''$$

$$29^\circ 14' 57'' + K \tan 29^\circ 14' 57''.$$

சி 4 (2) ல் கண்டபடி,

$$89^\circ 18' 42'' + K (1.7845 + 0.5601) = 180^\circ - 90^\circ 41' 6'' \\ = 89^\circ 18' 54''.$$

$$\therefore 2:2949 K = 2^{\circ}.18'.$$

$$= 189^{\circ}.$$

$$\therefore K = \frac{188}{2:2949} = 87^{\circ}.51;$$

எ.கா. 2

உச்சி கடப்பதற்குமுன் அல்லது கடத்தின் அளக்கப்பட்ட ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விலக்கம் ஒளிக்கோட்டத்தால் பிழைபட விக்கியானால், அய்விண்மீன் வானதுருவத்திலும், வான உச்சிக்கும் இடையில் உச்சி கடக்குமென திதுவுக. மேலும், அக் கூதிப்பட்ட சமவத்தில் அதன் அடிவான தூரம் மீப்பெருமதிப்பும் பெறுகிறது எனவும் திதுவுக;

6:6:2 (1)-ன் படி நடுவரை விலக்க மாற்றம்,

$= -K \tan z \cos \eta$  என நாம் அறிவேம. இது பூச்சியமானால்,  $\cos \eta = 0$  ஆகவேண்டும். ஏனெனில்  $z \neq 0$  எனக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

$\therefore \eta = 90^{\circ}$ . அதாவது, அய்விண்மீனின் நடுவரை விலக்க வட்டமும் ஏற்றக்கோணவட்டமும்  $90^{\circ}$  இல் வெட்டிக் கொள்கின்றன.

$$\begin{aligned} \triangle ZPS \text{ க், } \sin \phi &= \cos z \sin \delta + \sin z \cos \delta \cos \eta. \\ &= \cos z \sin \delta \quad (\because \cos \eta = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \sin \phi < \sin \delta$$

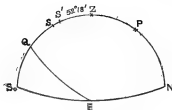
$$\phi < \delta$$

எனவே  $90 - \phi > 90 - \delta$ .

அதாவது உச்சி கடக்கும் சமவத்தில் S-இன் இடம்,  $ZP > SP$  என்ற சமனின்மைக்குப் பொருத்தமாகிறதுக்கும். ஆகவே S உச்சிகடப்பது Z-க்கும் P-க்கும் இடையில் இருக்கும். அப்படிப்பட்ட விண்மீனுக்கு மீப்பெரு அடிவான தூரம்  $\eta = 90^{\circ}$  என்ற நேரத்தில்தான் (அதாவது நடுவரை விலக்கம் ஒளிக் கோட்டத்தால் பிழைபடாத தருணத்தில்தான்) என 4-4 (ii) காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

எ.கா. 3

$26^{\circ}.18'$  நடுவரை விலக்கமுள்ள ஒரு விண்மீன், வான உச்சிக்குத் தெற்கில்  $52^{\circ}.18'$  இல் உச்சி கடக்கிறது. ஒளிக் கோட்ட மாதிரி  $56^{\circ}.2$  ஆனால், அய்விடத்தின் அடிவானத் தூரம்.  $\tan 52^{\circ}.18' = 1.32088$  படம் 6-6:3 (3) காண்க.



மடம் 6-6-8 (8)

$$ZS' \text{ (தோற்றம்)} = 52^\circ 18'$$

∴ சரியான உச்சி தூரம்

$$= 52^\circ 18' + K \tan \delta$$

$$= 52^\circ 18' + 55^\circ 2' \times 1.2988,$$

$$= 52^\circ 19' 15'' \cdot 8$$

$$\therefore ZS = 52^\circ 19' 15'' \cdot 8$$

$$\delta = SQ = 36^\circ 18'$$

$$\therefore ZQ = ZS + SQ$$

$$= 78^\circ 54' 15'' \cdot 8$$

$$\text{ஆனால் } ZQ = 90 - ZP = 90 - (90 - NP)$$

$$= NP = \phi.$$

∴ எனவே அகலங்கு  $75^\circ 54' 15'' \cdot 8$ .

### ஒளிக்கதிரைக் கோட்டம்

#### பகுதி 6

1. காந்தியை ஒளிக்கோட்டம் என 1-0008 ஆனால், வானியல் ஒளிக்கோட்டம் மாறிலி  $61^\circ 9'$  என நிறுவுக.

2. வான உச்சிக் கருவையாவில் இதுக்கும் விண்மீன்களுக்கு ஒளிக்கோட்டம் உச்சிதூரத்தோடு தகவுடையதென நிறுவுக. அப்படிப்பட்ட விண்மீன்களுக்கு, ஒளிக்கோட்டம் ஏறத்தாழ உச்சி தூரத்தில் உள்ள பாதைகள் எண்ணிக்கைக்குச் சமமான விவரங்கள் என நிறுவுக. (ஒளிக்கோட்டம் மாறிலி =  $57^\circ$ )

8. ஒரு விண்மீனின் தோற்ற ஏற்றக் கோணம்  $80^\circ$ . கோட்ட மாநிலி  $55^\circ-2$  எனக் கொண்டால், அதன் சரியான ஏற்றக் கோணம் காண்க. (செ.)

4. ஒரு விண்மீனின் தோற்ற ஏற்றக் கோணம்  $\sin^{-1}(\frac{1}{2})$ ;  $K$   $55^\circ-2$  எனக்கொண்டு ஆகவிண்மீனின் சரியான ஏற்றக் கோணம் காண்க. (செ.)

5.  $44^\circ 55' 53''$  வடக்கு அகலங்களுள்ள ஓர் இடத்தில் ஒரு மதறயா விண்மீன் மேஜூச்சி, கீழ்ச்சி கடக்கும்போது அளக்கப் பட்ட உச்சி தூரங்கள்  $80^\circ$ ;  $80^\circ$  கோட்ட மாநிலியைக் காண்க. (செ.)

6. விண்மீனின் ஏற்றக்கோணம் உயர, உயர ஓளிக் கோட்டம் குறைகிறது எனவும், விண்மீன் வானுச்சியிலிருப்பின் ஓளிக்கோட்டம் இல்லவேஇல்லம் எனவும் நிறுவுக.

7. ஓளிக்கோட்ட விளைவாகவும், கதிரவன் ஒரு புள்ளியாக மட்டுமில்லாததின் விளைவாகவும்,  $45^\circ N$  அகலங்களுள்ள ஓர் இடத்தில் செப்பம்பர் 28ஆம் நாள், கதிரவனொளி  $\frac{80\sqrt{2}}{8}$  நிமிடங்கள் அதிகமாக வீசுகிறது என நிறுவுக. (தொடுவான ஓளிக் கோட்டம்  $85^\circ$  எனவும் கதிரவன் கோணவிட்டம் =  $80^\circ$  எனவும் கொள்க.)

8. தொடுவான ஓளிக்கோட்டம்  $r^\circ$  ஆனால், கதிரவன் உதிக்கும்புடம் தொடுவானத்தில்  $\frac{r^\circ \sin \phi}{\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}$  அளவுக்கு நகர்த்திடுக்கிறதென நிறுவுக. ( $\phi$ —இடத்தின் அகலவுக்கு)

9. மண்ணுலகத்தில் நடுவரைவிலுள்ள இடங்களில், கதிரவன் மேட முதற்புள்ளி, தூளம் முதற்புள்ளிகளில் வரும்போது, கதிரவன் ஓளிக்கோட்ட விளைவின் பயனாக 4-5 நிமிடங்கள் முன் கூட்டியே உதிப்பதுபோலத் தோன்றுகிறதென நிறுவுக.

(பி. சி) ஆயத்தொலைகள் உள்ள ஒரு விண்மீன் தொடுவானத் திற்றைக் கீழ்  $\theta$  அளவு நகர்த்திடுக்கின்றது. அப்போது அதன்

தேரக்கோணம்  $h$  ஆனால்,  $\cos^2 \frac{h}{2} = \sec \phi, \sec \delta,$

$$\times \cos \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\theta - \phi - \delta}{2} \right] \times \sin \left[ \frac{\pi}{4} - \frac{\theta + \phi + \delta}{2} \right]$$

என நிறுவுக.

இதைப் பயன்படுத்தி (i) கதிரவன் மையம் எப்போது தொடிகளத்தில் உதிப்பதுபோல் தோன்றுகிறது எனக் காண்க. (தொடுவான ஒளிக்கோட்டம்  $85^\circ$ )

(ii) எப்போது மெல்லெனி ஆரம்பிக்கிற தெனவும் காண்க.

குறிப்பு:  $\triangle ZPS$ -ல்  $ZP = 90 - \phi$ ;  $PS = 90 - \delta$ ;  $ZS = 90 + \theta$  எனக்கொண்டு  $\cos ZS$  எழுதி, தேவையான தகுத்தபடி எழுத்துக.

மேலும்  $\theta = 85^\circ$  அதாவது  $\theta = \frac{85 \times \pi}{60 \times 180}$  ஆகையினால்

எனவும் கொண்டு,  $\cos \theta = 1$ ;  $\sin \theta = \frac{85 \pi}{10800}$  எனவும்

கொண்டு எழுதி விடை காண்க.

11. கதிரவனின் கோணமிட்டம்  $0$ ; அதன் மையத்தின் உச்சிதூரம்  $z$ ; அச்சமயத்தில் கிடைநிலை (horizontal) மிட்டச் சுருக்கம்  $KD$  அளவும், நெடுநிலை (Vertical) மிட்டச் சுருக்கம்  $K \sec^2 z$  அளவும் உன்னதுபோல் தோன்றுகிறதென நிறுவுக.

( $K$ -ஒளிக்கோட்ட யாதிரி.)

12.  $45^\circ N$  அகலங்கில் உள்ள ஓர் இடத்தில் ஒளிக்கோட்ட மிணைவாக, ஒரு மின்னீனின் தோற்ற நடுவரை மிணக்கம், ஒரு நானில் எப்படியெப்படி யாறுகிறதென ஆக்க; (சரியான நடுவரை மிணக்கம்  $50^\circ N$ ). அம்மினனீனின் வலகுதரம்  $45^\circ$  ஆனால், ஒளிக்கோட்டப் பிழை நடுவரை மிணக்கத்தை இரண்டு குறிப்பிட்ட தருணங்களில் யாதிக்காதென நிறுவி அத்தருணங்களின் மின்னீன வழிதோற்றம் அறிக.

- [குறிப்பு: மீச்சிற உச்சிதூரம்  $5^\circ$ ; மீப்பெகு உச்சி தூரம்  $85^\circ$ ;  $\phi = 90^\circ$  ஆதம்போது ஒளிக்கோட்டப் பிழை பூச்சியமாகும்; அதத்தரிக  $k$  காண்டு,  $t = \alpha \pm k$  என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி,  $t$  அறிக].

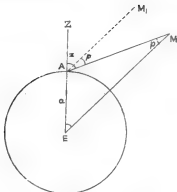
## 7. புவிமையத் தோற்றப் பிழை (GEOCENTRIC PARALLAX)

7-0 : ஒரு வான் பொருளைத் திட்டமாகக் குறிப்பிட்ட ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும் திசைக்கும், மண்ணுலகில் ஏதாவோர் இடத்தில் காட்சியாளன் அப்பொருளைப் பார்க்கும் திசைக்கும் உள்ள வேறுபாடு அப்பவன்பொருளின் 'தோற்றப் பிழை' எனப்படும்.

மண்ணுலகில் பல்வேறு இடங்களிலிருந்து, வன்பொருளின் ஆயத்தொலைவை பதிவு செய்யப்படுகின்றன. அவற்றின் ஒழுங்கு படுத்துவான் வேண்டி, புவிமையத்தை ஒரு திட்டமான புள்ளியாகக் கொண்டு, அங்கீகரித்திருப்ப பொருத்தும் வகையில் ஆயத்தொலைவை சீர்படுத்தப் படுகின்றன. இந்த அடிப்படையில் புவிமையத்திலிருந்து ஒரு வான் பொருள் இருக்கும் திசைக்கும், புவியின் மேல் ஓரீடத்திலிருந்து அப்பொருள்தோன்றும் திசைக்கும், உள்ள வேறுபாடு புவிமையத் தோற்றப் பிழை பெறப்படும், இது வழக்கமாக  $p$  எனக் குறிப்பிடப்படும்.

7-1 : பஸ்கோடி கிரேஸீட்டர்சுக்கு அப்பாழுகள் விண்மீன்கள் இப்பிழையால் பாதிக்கப்படுவதில்லை. ஏனெனில் புவிமையத்திலிருந்து அவற்றினால் பார்க்கும் திசையும், காட்சியாளன் பார்க்கும் திசையும், ஏதேனும் திசை இணைதிசைகளாகவோ அமைந்து விடுகின்றன. ஆனால் கதிரவனுல் சந்திரனும் சில கோள்களும் விண்மீன்கள் உள்ள அளவு அதிகமான தூரத்தில் இல்லையாதலின், இப்பொருள்களைப் பொருத்தமட்டில் புவிமையப் பிழைகள் கணக்கில் எடுக்கக்கூடிய அளவுக்கு இருப்பதால், அவை (பிசுமீகச் சித்பதாபினும்) கணக்கில்படுகின்றன. நடைமுறையில், கதிரவன் சந்திரன் என்பவற்றிற்குமட்டுமே, புவிமையப் பிழைகள் ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகின்றன.

7-2 : புவிமையப் சிதை :



படம் 7-2

படம் 7-2 இல் புவிமையப் சிதைவுப்போக்கு A ஒரு இடம்

E புவிமையப் சிதைவு : M ஒரு வானப்பொருள். புவிமையமையான E இல் காட்சியானது இருப்பின், அவன் M ஐப் பார்க்கும் திசை EM. இது அங்கவான் பொருளின் சரியான திசையெனப்படும். A இல் உள்ள காட்சியானது M ஐப் பார்க்கும் திசை AM. இது அங்கவான் பொருளின் தோற்றத்திசை எனப்படும். இவ்விரு திசைகளின் வேறுபாட்டுக்கோணமான EMA, என்பது A என்ற காட்சியானது புவிமையப் சிதைவாகும். எனவே ஒரு வானப்பொருளின் புவிமையப் சிதைவானது, பாடுகளின் காட்சியானது உள்ள இடத்தை புவிமையத் தோடு இணைக்கும் புவிமைய அகலமிட்டம் ( $AE = a$ ) அங்கவான் பொருள் M இல் கிழித்தும் கோணம் (எதிர்க்கோக் கோணம்) எனப் அறியப்படுகிறது. அங்கவான் பொருளைத் திட்ட இடமான புவிமையத் திணித்து நோக்கினால், என்ன ஆவத்தொலைவுகள் இருக்குமோ அவற்றைப் பெற, உரிய புவிமையப் சிதைத்திருத்தங்கள் செய்து கொள்ளவேண்டும். இத்திருத்தங்கள் புவிமையத் தோற்றப் சிதைத்திருத்தங்கள் எனப்படும்.



உச்சி தூரத்தில் ஏதவதும் புவிமையப் பிழை நிகழ்ந்ததும்

மடம் 7-3 இல்  $A'$  வழியாக,  $AM_1$  &  $EM$  வரைக.  $E$  இனிக்குத் து  $M$  இன் சரியான உச்சித் தூரம்

$$ZEM = ZAM_1 \quad (\because AM_1 \parallel EM)$$

தோற்ற உச்சித்தூரம்  $z = ZAM$

எனவே சரியான உச்சித்தூரமான

$$ZAM_1 = ZAM - M_1AM$$

$$= ZAM - AME$$

$$= z - p$$

$$= \text{தோற்ற உச்சிதூரம்} - \text{புவிமையப்பிழை}$$

அதாவது தோற்ற உச்சித்தூரத்திலிருந்து  $p$  ஐக் கழித்தால் சரியான உச்சித் தூரம் கிடைக்கும். எனவே, பிழை  $p$  கழிக்கவேண்டிய அளவாகும்.

மண்ணுறை ஆரம் ' $a$ ' எனவும்,  $E$  இனிக்குத் து வானபொருளின் தூரம்  $d$  எனவும் கொள்வோம்.  $a$ -உம்,  $d$ -உம் தெரிந்தால்,  $p$  இன் மதிப்பை அளவிடலாம்.

$\triangle EAM$  இல்

$$\frac{a}{\sin p} = \frac{d}{\sin EAM} = \frac{d}{\sin (180-z)} = \frac{d}{\sin z}$$

$$\therefore \sin p = \frac{a}{d} \sin z$$

' $a$ ' — உடன் ஒப்பிடும்பொழுது  $d$  மிகப் பெரியதாக இருப்பின்

$\frac{a}{d} \sin z$  — இன் மதிப்பு மிகச் சிறியதாக இருக்கும்.

$\therefore p$  ஆனவன் அளவில் கொடுக்கப்படின்

$$\sin p \ll p$$

ஆகவே, புவிமையப்பிழை (ஆனவன் அளவில் தோராயமாக)

$\frac{a}{d} \sin z$  எனப் பெறப்படுகிறது.

$$\therefore p = \frac{a}{d} \sin z \text{ என்ற வாய்பாடு கிடைக்கிறது. } \dots (1)$$

இங்கு  $z = 90^\circ$  ஆனால்  $p$  தனது மீப்பெரு மதிப்பாகிய  $\frac{a}{d}$

என்ற மதிப்பைப் பெறுகிறது. இம் மீப்பெருமதிப்பை  $P$  எனக்

குறிப்பு: செய்தாதி,  $P$  என்பது, தொடுவான புவிமையங்கீழ் (Horizontal Geocentric Parallax) எனப்படும்,

$$\therefore p = p \sin z \text{ எனவும்,} \quad \dots(2)$$

புவிமையங்கீழ் வாய்ப்பாட்டை எழுதலாம்.

ஒரு வான்பொருளின் பதிவுசெய்த உச்சித்தூரம்  $z$  ஆனால், சீரான உச்சித்தூரம்

$$z = P \sin z \text{ எனப் பெறப்படும்.} \quad \dots(3)$$

$d$  என்ற ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தில் உள்ள வான பொருளுக்கு,

$$p = \frac{d}{d'} \text{ ஒரு மாறிலியாகும்.}$$

7.2.1: எடுத்துக்காட்டாக சத்திரனின் தொடுவான புவிமையங்கீழை

$$\begin{aligned} P &= \frac{8860}{2,40,000} \text{ (ஆரைவன் அளவில்)} \\ &= \frac{8860}{2,40,000} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 \text{ விநாடிகள்} \\ &= 8408 \text{ விநாடிகள்} \\ &\hookrightarrow 57^\circ \text{ (கிரேடுகள்)} \end{aligned}$$

ஏறக்குறைய  $1^\circ$  எனவே கொள்ளலாம்.

குறிப்பு: சத்திரனிலிருந்து, இம்மண்ணுலகத்தைப் பாத்ததால், இம்மண்ணுலகம் ஏறத்தாழ  $1^\circ$  கோண அரைவிட்டமுள்ள 'சத்திர வான்பொருளாக' (Lunar Celestial Object)க் காட்சியளிக்கும்.

7.2.2 கதிரவன் தொடுவான புவிமையங்கீழை

$$\begin{aligned} P &= \frac{8860}{98 \times 10^6} \text{ (ஆரைவன் அளவில்)} \\ &= \frac{8860}{98 \times 10^6} \times \frac{180}{\pi} \times 60 \times 60 \text{ (விநாடிகள்)} \\ &\hookrightarrow 8'' \text{ (கிரேடுகள்)} \end{aligned}$$

கதிரவன், சத்திரன் மறைப்புக்கப்பற்றி நாம் அறிய முற்படும் பொழுது இப்புவிமையத் தோற்றப் பிழைகள் பயன்படும்.

குறிப்பு 1: இங்கு, சத்திரன், கதிரவன் சராசரி தூரம் கொண்டு, அவற்றின் புவிமையத் தோற்றப் பிழை கணிக்கப்

பட்டது. எனவே தூள்பு கணிக்கப்பட்டவை, சராசரி புவிமையத் தோற்றப் பிழையெனப் படும்.

குறிப்பு 2: சத்திரனது தூரத்தோடு ஒப்பிடும்போது கதிரவன் தூரம் ஏறக்குறைய 400 மடங்கு அதிகமாகலின், கதிரவன் தோற்றப் பிழை மிகச் சிதிராக உள்ளது ( $1 : 400$  என்ற தோராய விகிதத்தில் உள்ளது).

குறிப்பு 3: கதிரவன் இம்மண்ணுலகத்தைச் சுற்றிலும் தோற்றப்பாதை, ஒரு நீண்ட மெனவும் அதன்  $e = \frac{1}{10}$  எனவும் தாம் அதிலேயாம். மண்ணுலகத்திற்கும் கதிரவனுக்கும் உள்ள தூரம் ஒரு மாதிரி அல்ல; மீப்பெகு தூரம்  $a(1+e)$ ; மீச்சிறு தூரம்  $a(1-e)$ . ஆகவே, கதிரவனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை மாறும் தன்மை உடையது.

$$\begin{aligned} a(1+e) \text{ தூரம் உள்ளபொழுது, கதிரவனின் மீச்சிறு } \\ \text{புவிமையப் பிழை} &= \frac{P}{1+e} = P(1+e)^{-1} \simeq P(1-e) \\ &= 9(1-\frac{1}{10}) \\ &= 8^{\circ}55' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{மீப்பெகு புவிமையப்பிழை} &= \frac{P}{1-e} = P(1-e)^{-1} \\ &\simeq P(1+e) \\ &= 9(1+\frac{1}{10}) \\ &= 9^{\circ}15' \end{aligned}$$

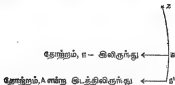
$$\begin{aligned} \text{அவ்வாறே, சத்திரனின் மீச்சிறு புவிமையப் பிழை} \\ &= \frac{57'}{1+\frac{1}{10}} \\ &\simeq 57(1-\frac{1}{10}) \\ &= 52^{\circ}8' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{சத்திரனின் மீப்பெகு புவிமையப்பிழை} \\ &= \frac{57'}{1-\frac{1}{10}} \\ &\simeq 57(1+\frac{1}{10}) \\ &= 60^{\circ}2' \end{aligned}$$

இவை 'கதிரவன், சத்திரன் மறைப்படி' பகுதியில் பவன் படும்.

7.3: புவிமையத் தோற்றம் சிதழின் விளைவாக மண்ணை மையத்திலிருந்து ஒரு வான் பொருளைப் பார்ப்பதற்கும், மண்ணைப் பார்ப்பின் மேலிருந்து, அதே வான் பொருளைப் பார்ப்பதற்கும் உள்ள தோற்ற வேறுபாடுகள்.

வானவானத்தில் மேல் இதன் விளைவு எப்படியிருக்கும் எனக் காண்போம்.



படம் 7.8

படம் 7.8 இதை விளக்கும்.

$ZS = z$ : A இலிருந்து பதிவு செய்த தூரம்

$SS' = p$ : புவிமையப் பிழை =  $P \sin ZS = P \sin z$

ஈ சரியான உச்சி தூரம்  $ZS = ZS' - SS'$

$$= z - P$$

$$= z - P \sin z$$

எனவே, S என்ற விண்மொருள், தொடுவானம் பக்கமாக இறங்கிக் காட்சியளிக்கிறது.

ஆகவே, E இலிருப்பவன் ஒரு வானொருள் தொடுவானத்தில் உதயமாவதைப் பார்க்கும்போது, A இலிருப்பவனுக்கு அது உதயமாகிடுக்காது. மூன்று நாள் 4.2 இல் கண்டபடி, E இலிருப்பவன் வானொருள் உதயம் கண்ட பிறகு

$$\frac{P}{15\sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}$$

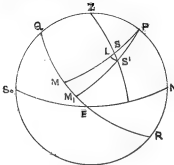
நின்று, கன அழிந்தே, A இலிருப்பவனுக்கு அவ்வானொருள் உதயமானும். (P  $\rightarrow$  விவரணையில் கொடுக்கப்பட வேண்டும்). எனவே, A இலிருப்பவனுக்கு வான் பொருள் உதயகாலம் தாமதமாகி, அந்திக் காலம் துரிதமாகிறது. ஆகவே A இலிருப்பவனுக்கு ஒரு வான் பொருள் தொடு வானத்திற்கு மேல் இருக்கும் மொத்த காலம், E இலிருப்பவனுக்கு உடனானதைவிட

$$\frac{2P}{15\sqrt{\cos^2\phi \sin^2\delta}} \text{ வினாடிகள் குறைகிறது.}$$

ஆனால் உச்சி கடக்கும் காலம் இருவருக்கும் ஒன்றே.  
மேலும்  $2, 5, 5'$  மூன்றாம் ஒரே பெருக்குத்து வட்டத்தின் மேலிருப்பதால், தொடுவான தூரத்தில் பிழையேதும் ஏற்படாது.  
7.4: ஒளிக்கோட்ட விளைவுகள்—புவித்தோற்றப்பிழை விளைவுகள்—ஒப்பீடு.

ஒளிக்கோட்ட விளைவுகள்	புவிமையத் தோற்ற விளைவுகள்
தோற்றம் - $z$ பக்கம் உயர்கிறது	தோற்றம்: தொடுவானம் பக்கம் தாழ்கிறது
பிழை: கூட்ட வேண்டியது $K \tan z$	பிழை: சுழிக்கவேண்டியது $P \sin z$
$K$ -வளி மண்டல நிலையைப் பொருத்தது. எல்லா வான பொருளுக்கும் குறிப்பிட்ட வளிமண்டல நிலை யில் $K$ மாறியி மதிப்புடையது.	$P$ இன் மதிப்பு வானபொருளின் தூரத்தின் தேர்மான விதி தத்தில் உள்ளது ( $= \frac{1}{\text{தூரம்}}$ ); எனவே $P$ ஒரு மாறிலி. வளி மண்டல நிலைக்குத் தொடர் பில்லை
விண்மீன்கள், கதிரவன் சந்திரன் முதலிய எல்லா வான பொருள்களும் பாதிக்கப்படும்.	கதிரவன், கோள்கள், சந்திரன் மட்டுமே பாதிக்கப்படும்; விண்மீன்கள் பாதிக்கப்படுவதில்லை.
தொடுவானத்திற்கு மேலுள்ள காலம் அதிகமாகிறது	தொடுவானத்திற்கு மேலுள்ள காலம் குறைகிறது
தொடுவான தூரம், உச்சி கடத்தல் தேரம் மாறுது	தொடுவான தூரம், உச்சி கடத்தல் தேரம் மாறுது.
மாறுதல்கள் தோற்றமே.	மாறுதல்கள் தோற்றமே.
உச்சி தூரத்தைப் பொருத்தது	உச்சி தூரத்தைப் பொருத்தது.

7.5: புவிமையத் தோற்றப்பிழை - நடுவரை விலக்கத்திலும் கோக் கோணத்திலும் எதிரும் மாறுதல்கள்



படம் 7-6.

படம் 7-6 இல்  $E$  புவிமையம், மத்தவை மூன்றப்படி.  $S$  என்பது  $E$  இலிருந்து பார்க்கப்படும் வான பொருளிடம் (உண்மை யானது).

$S'$ -மன்னுரைகல் பரப்பில்  $A$  என்ற ஓர் இடத்திலிருந்து பார்க்கப் படும் ஆவ வானபொருளிடம்.

இங்கு  $ZS'P = \gamma$  (வான பொருளிடக் கோணம்)

$ZS' = z$  (தோற்ற உச்சி தூரம்)

$SS' = P \sin ZS'$  (புவிமையத் தோற்றப் பிழை)

$PSM$ ,  $PS'M_1$  என்பவை மூன்றையே  $S, S'$  வழிவாக வரையப்படும் நடுவரை விலக்கப் பெறுவட்டங்கள்

தோற்ற நடுவரை விலக்கம்  $S'M_1 = \delta$

சரியான ( $E$  மையம்) நடுவரை விலக்கம்  $SM = \delta'$

$S'$  இலிருந்து  $S' L \perp PS$  வரைவு (அதாவது  $\parallel QR$ )

நடுவரை விலக்கப்பிழை =  $SL$

$\triangle SS'L$  ஒரு தள முக்கோணம் எனக் கொள்ளலாம்; ஏனெனில்  $SS'$  மீதச் சிறிய அளவுடையது. எனவே நடுவரை விலக்கப்பிழை

$$\begin{aligned} SL &= SS' \cos S \quad \hat{S}L \\ &= SS' \cos Z\hat{S}P \\ &= P \sin z \cos \eta \end{aligned} \quad \dots (4)$$

கோள்களின் மையம் = MPM<sub>1</sub>

= மீள் MM<sub>1</sub>

மீள் M M<sub>1</sub> = SL sec δ (ஐ S'M<sub>1</sub> = δ)

ஆனால் SL = SS' sin η = P sin δ sin η

$$\therefore MM_1 = P \sin z \sin \eta \sec \delta$$

= கோள்களின் மையம்

= வல ஏற்றப்படுகிறது

... (5)

ஆனால்

$$\triangle ZSP \text{ இல், } \frac{\sin ZP}{\sin \eta} = \frac{\sin ZS}{\sin ZPS}$$

$$\text{அதாவது, } \frac{\cos \phi}{\sin \eta} = \frac{\sin z}{\sin h}$$

$$\therefore \sin z \sin \eta = \cos \phi \sin h$$

∴ கோள்களின் மையம்

= வல ஏற்றப்படுகிறது

$$= P \sin z \sin \eta \sec \delta$$

$$= P \cos \phi \sin h \sec \delta$$

... (6)

**7.6 : உச்சி கடத்தல் அளவுகளைக் கொண்டு சந்திரனின் புவிமையப் கோள்கள் அறிதல்.**

ஒரு மண்ணுலக நெட்டாங்கில் உள்ள A, B என்ற இரு இடங்கள், A உயர்த்த வட அகலங்கு பெற்றதையும், B உயர்த்த தென் அகலங்கு பெற்றதையும் எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஒரு நெட்டாங்கில் இரு இடங்களிலும் காலம் காட்டும் கடிகாரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் ஒரு நேரத்தின் காட்டும்.

காட்சிப் பதிவு செய்யும் தாளன்று, சந்திரனுக்குரிய வல ஏற்றம் பெற்று, நடுவரை மீள்கை ஏற்கனவே சமயமும் உள்ள ஒரு மீட்டர் S (மண்ணுலகப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு) தேர்த்தெடுத்துக் கொள்வோம்.

மூலம் 7-6 காண்க. A, B என்ற இரு இடங்களும் ஒரு மண்ணுலக நெட்டாங்கிலிருப்பதாக, சந்திரன் M உம் அகலமீட்டர் S உம் ஒரு சமயத்தில் உச்சி கடக்கும். அப்போது இரு இடங்களிலும் சந்திர மையத்தின் உச்சித்தூரம் குறித்துக்கொள்க.

மட்டத்தில்  $Z_1$ ,  $AM = z_1$ ;  $Z_2$ ,  $BM = z_2$

அதே சமயத்தில் சந்திரனுக்கும் விண்மீன்  $Z$ க்கும் இடைப்பட்ட கோண தூரம்  $SAM = \alpha$ ,  $SBM = \beta$ , அளத்து கொள்வ.  $S$  வெகு தூரத்திலிருப்பதால்  $AS \parallel BS$  எனக் கொள்ளலாம்.

$AM' \parallel BM$  என வரையறுக்கலாம்.

$$\angle AM' = \angle BM = \beta \quad (\because AM' \parallel BM)$$

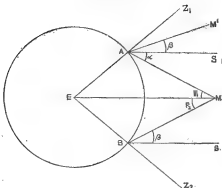
$$\text{மேலும், } M'AM = \alpha + \beta = \angle AMB \quad (\because AM' \parallel BM)$$

$$\text{மேலும் } \angle M'AE = p_1 = P \sin z_1$$

$$\angle M'BE = p_2 = P \sin z_2$$

இங்கு  $P$  என்பது சந்திரனின் புவிமையத் தொடுவானத் தொற்றம் மையமாகும்.

$$\begin{aligned} \therefore \alpha + \beta &= \angle AMB = \angle M'AE + \angle M'BE \\ &= P \sin z_1 + P \sin z_2 \\ &= P (\sin z_1 + \sin z_2) \end{aligned}$$





$$\therefore P = \frac{\alpha + \beta}{\sin x_1 + \sin x_2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

அதிலும் கீழே  $AM'$  அமைவுமானது

$$P_1 = \frac{\alpha - \beta}{\sin x_1 + \sin x_2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

தாம் மூன்றே 7-2-1இல் சத்திரனின் புனிதமயத்தொடுவானத் தோற்றப்பிழை ஏறத்தாழ 57° (கிலாகை) எனக் கணித்திருப்பதைக் காண்க. இவ்வாறே எந்தக் கோள்களின் புனிதமயத் தொடுவானத் தோற்றப்பிழையையும் கணக்கிடலாம். ஆனால் சத்திரவான்பிழையாகக் கணக்கிடுதல் இம்முறைப்படி இயலாது; ஏனெனில் S என்ற எந்த ஒரு விண்மீனையும் கூட்டாகக்கொண்டு சத்திரவான்ப் பரக்க இயலாது.

ஆனால் இடங்கள் வேறு, பரப்பேரங்கள் வேறு, கருவிகள் வேறு ஆதலால் இம்முறைப்படி, Pஐக் கணக்கிடுதல் அடிவானந் செம்மையான அளவுகளாகக் கொடுக்கவாட்டா.

வான்பாடுகள் கருக்கம்

தொடுவானப் புனிதமயத் தோற்றப் பிழை =  $\delta$

( $\alpha$  மண்ணுலக ஆரம்,  $\phi$  வான்பொருள் தூரம்)

சத்திரவான்புனிதமயப் பிழை (சராசரி) = 9°

சத்திரவான்புனிதமயப் பிழை (சராசரி) = 57°

$$\text{காட்சி நேரக் குறைவு} = \frac{2P}{15 \sqrt{\cos^2 \phi - \sin^2 \delta}}$$

$$\text{கை ஏற்றப்பிழை} = P \sin x \sin h \sec \delta$$

$$= P \cos \phi \sin h \sec \delta$$

$$\text{நடுவான விசக்கப்பிழை} = P \sin x \cos h$$

பயிற்சி 7

(பின்வரும் கணக்குகளில் வேண்டுமென்றும் மாறாகக் கூறப்படாவிடத்து மண்ணுலகின் ஆரம் 3960 கைமீகளைக் கொள்க.)

1. புனிதமயத் தோற்றப்பிழையும் கோட்டப் பிழையும் ஒராகவே கணக்கிலெடுத்தால், சத்திரனின் உதய நேரம் என்ன மாறுதலடைபும்?

2. சத்திர மையத்திலிருந்து, இம்மண்ணுலகின் சத்திரமயத் தோற்றப் பிழையென்ன?

3. கதிரவனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை 8', கோணவிட்டம் 32' கதிரவனின் விட்டத்தைவும் கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகத்திற்கும் உள்ள தூரத்தையும் கணக்கிடுக.

4. சத்திரனின் புவிமையத் தோற்றப் பிழை 55', கோணவிட்டம் 32'. சத்திரனின் விட்டத்தைவும் சத்திரனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உள்ள தூரத்தையும் கணக்கிடுக.

5. மண்ணுலகிற்கு அண்மை, சேக்ஸ்பிரிடோகனிடனுள்ளபோது சத்திரனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழைகள் முறையே 1' உம் 0°54' உம் ஆகும். சத்திரன்பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வென்ன ?

6. சத்திரனின் கோள அரைவிட்டம் 18' ஆக இருக்கும்போது அதன் புவிமையத் தோற்றப்பிழை 54'8. கோள அரைவிட்டம் 18'-8 ஆக இருக்கும்போது, அதன் புவிமையத் தோற்றப்பிழை வென்ன ?

7. பிளவரும் காட்சிப்பதிவுகள் கொண்டு காட்சியிடத்தின் அகலங்கு கணிக்க.

கதிரவன் சிற்றினிம்பு உச்சி கடக்கும் கால் உச்சி தூரம்	} 62°24'45" தெற்கு
அடிவானத்தாழ்வு	
கதிரவன் மைய நடுவரை நிலக்கம்	+ 20° 55' 10"
கதிரவன் கோள அரைவிட்டம்	18' 47"
காட்சியிடத்தில் புவிமையத்தோற்றப் பிழை	} 5"
ஒளிக்கோட்டம்	
	80"

(செப்)

## 8. வானாய்வுக் கருவிகள் (ASTRONOMICAL INSTRUMENTS)

8-0 : வானொருங்களைக் கண்டு, இடங்குறித்து, அவற்றின் ஆயத் தொலைகள், மற்ற அளவுகள் முதலியன பதிவு செய்ய வானியல் கருவிகள் பயன் படுகின்றன. இக்கருவிகள் பற்றி விரிவான முறையில் அறிய வேண்டுமானால், அதற்கென இயற்றப் பட்டிருக்கும் நூல்களைத்தான் நாடவேண்டும். கருவிகள் செய் ததும், அவற்றின் அறிதல்ப ஆராய்ச்சிக்கும் பயன்படுத்தும் வகையில் அமைப்பதும், அக்கருவிகள் கொண்டு நுண்காட்சிகள் காண்பதும், தேவைப்படும் அளவுகளைப் பதிவு செய்வதும் பிறமுன் நேராவண்ணம் முன்னெச்சரிக்கையாக அவை நீக்குதற் குரிய ஏற்பாடுகள் செய்வதும், தனித்தனிக் கலைகளாகும். இவை பற்றிய விரிவான விளக்கங்கள் இத்தூலில் இடம் பெறுவதற்கில்லை. சில முக்கியமான கருவிகள் எந்த அடிப்படையில் அமைக்கப் படுகின்றன, எந்தெந்த அளவுகள் கான அவை பயன்படுத்தப் படுகின்றன என்பவை மட்டுமே இத்தூலில் குறிப்பாக விளக்கப் பட்டும்.

8-1 : தொலைநோக்கி (Telescope) : வானியல் அறிவு வளர் வதற்கு முதன்முதலாகப் பயன்பட்டது தொலை நோக்கி; இன்றும் தேவைப்படுவது தொலை நோக்கி. இதன் பெயருக்கு ஏற்றதாய்போல் இக் கருவி, வானக் கண்ணால் காண இயலாது, வெகு தூரத்திலுள்ள பொருள்களை வளிதில் காணுவதற்கென, ஏற்பட்ட ஒருவகை ஒளியியல் (சாட்சி) கருவியாகும் (Optical instrument). 1608ம் ஆண்டு, ஹக்லுக் கண்ணாடித் தொழில் செய்து வந்த 'லிப்பர்ஷே' (Lippershey) என்பவர்தான் முதன்முதலில் தொலைநோக்கிக் கருவி செய்தவராவார். அவர் கனடையில் இக்கருவினைக் கண்ட, கலிபோர்னியா அருவிதக் கருவியில் சில புத்திராவித்தனமான மாறு பாடுகள் செய்து, அதை வான நுண்காட்சிக்கும் பயன்பட்டும்

வகையில் திருத்தியமைத்தார். இவ்வித தொலைநோக்கி கொண்டு நான் கணினியோ நன் வானோக்கர்களோத் தொடர்ந்து செய்து வந்தார். கெப்ளர், நியூட்டன், ஹால் (Hall), டாலண்ட் (Dolland) இன்னும்மற்றையோர் பெரு முயற்சியால், தொலை நோக்கியின் திறனும், ஆற்றலும் வளர்க்கப்பட்டன.

பொதுவாகத் தொலைநோக்கிகள் இரு வகைப்படும்.

(i) ஒளிக்கோட்ட மூறைத் தொலை நோக்கி (Refracting telescope)

(ii) ஒளி திருப்ப மூறைத் தொலை நோக்கி (Reflecting telescope)

8-1-1 : தொலைநோக்கிகள் (Telescopes) அடிப்படையகையு :

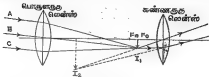
நீண்டதொரு குவிய தூரம் கொண்ட ஒரு குவியென்ஸ் (குவியென்ஸ் - Convex lens) அல்லது ஒரு குவி ஆடி (Concave mirror) பயன்படுத்தி எங்கிலுள்ள தொலைவிலிருக்கும் ஒரு பொருளின் மெய்ப்பெய்மையுதலில் பெறப்படுகிறது. மின்ன இத்த மெய்ப்பெய்மையுதலில் ஒரு குவியென்ஸின் குவியத்தில் அல்லது குவிய தூரத்திற்குள்-கிழமாறு செய்து அப்பொருளின்மைய பிம்பத்தினைப் பயன்படுத்து உருப்பெருக்கத்துடன் பெறலாம். பொருளுக்கு அருகே உள்ளது ஒரு குவியென்ஸாலால் அது ஒளிக்கோட்ட மூறைத் தொலை நோக்கி (Refractor) எனவும், அது ஒரு குவி ஆடி ஆனால் அது ஒளி திருப்பு மூறைத் தொலை நோக்கி (Reflector) எனவும் பெயர்பெறும். ஒவ்வொரு வகைக்கும் சில சிறப்பியல் களும் சில குறைபாடுகளும் உண்டு.

8-1-2 : வானியல் தொலைநோக்கியின் (Astronomical Telescope) அமைப்பு :

வானியல் தொலைநோக்கி, நீண்ட குவியதூரமுள்ள ஒரு குவியென்ஸ் பொருளானது வெண்ணகலும் (Objective or objective glass), குறைந்த குவியத் தூரமுள்ள மற்றொரு வெண்ணகல் கண்ணாளுக்கு வெண்ணகலும் (Eye-piece) கொண்டது. இவை இரண்டும் ஒரு உலோகக் குழாயின் இரு முனைகளில் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு வெண்ணகல்களும் இடையே உள்ள தொலைவை சிறிதளவு கூட்டவே குறைக்கவோ செய்வதற் காக ஒரு திருகு பக்கவாட்டில் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

பெயல்பெறுதல் : தொலைநோக்கி இருக்கும் ஒரு பொருளின் அளவு ABC என்றும் ஒரு இரண்ட ஒளிக்கற்றை பொருளானது வெண்ணகலின் கிழக்கு அளவு வெண்ணகல் முக்கிய குவியத்தில்

(Principal focus) குறிக்கப்படுகின்றன. அங்கு பொருளின் மெய்ப்பிம்பம்  $I_1$  ஒன்று சிறிய அளவில் தலைகீழாகக் கிடைக்கிறது. இத்த மெய்ப்பிம்பம் கண்ணுக்கு மென்மையிற்றுப் பொருளாக (Object) செயலிபடுகிறது. இத்த மெய்ப்பிம்பம் கண்ணுக்கு மென்மையின் முக்கிய குவியத்திற்குள் இருப்பதால் உருப்பெருக்கம்



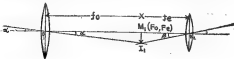
படம் 8-1-2

அடையப் பெற்ற பொருளின் ஒரு போலிப்பிம்பம் (virtual image) உண்டாக்கப்படுகிறது. முதல் பிம்பம் கண்ணுக்கு மென்மையின் முக்கிய குவியத்திலேயே விழும்படி அமைத்தால் இறுதி போலிப் பிம்பம் எகிறுவற்ற தொலைவில் கிடைப்பதாகக் கொள்ளப் படுகிறது.

### 8-1-3 : உருப்பெருக்கம் (Magnification)

பொருளாக உருப்பெருக்கமானது (அ) பிம்பமும் பொருளும் கண்ணில் உண்டாகும் கோணங்களுக்கு இடையே உள்ள தகவலும்.

[கோணங்களும் கோடுகளின் நீளங்களும் தெளிவாக இருக்கும் பொழுட்டு ஓர் ஒற்றைக் கதிரைக் கொண்ட ஒரு எளிய படத்தின் எடுத்துக் கொள்வோம்] படம் 8-1-3 காண்க. பொருளானது வெள்ளு மற்றும் கண்ணுக்கு மென்மையின் ஒளியியல் மையங்கள் (Optic centres) முறையே  $O_1$  மற்றும்  $O_2$  ஆக இருக்கட்டும்.



படம் 8-1-3

பொருள் எகிறுவற்ற தொலைவில் இருப்பதால் அது கண்ணுக்கு மென்மையிலே பொருளானது மென்மையிலே உண்டாகும் கோணம்

கருக்குள் மிகுந்த வேறுபாடு இல்லை. பொருளின் முதல் ரிம்பம் (மெய்ப் ரிம்பம்) பொருளருகு வெள்ளின் முக்கிய குளியத்தில் அதாவது  $F_2$  இல் கிடைப்பதாக  $O_1M_1$  அதன் குளிய தூரத்திற்குச் ( $f_2$ ) சமமாகும். கண்ணருகு வெள்ளிற்கு எக்ஸ்பெர்த தொலைவில் இறுதிப் ரிம்பம் (போஸிப் ரிம்பம்) உண்டாவதாக இருந்தால் முதல் ரிம்பத்திற்கும் கண்ணருகு வெள்ளிற்கும் இடையே உச்ச தொலைவு ( $F_2O_1$ ) கண்ணருகு வெள்ளின் குளிய தூரம் ( $F_2$ ) ஆகும்.

பொருள், பொருளருகு வெள்ளில் உண்டாகும் கோணம்  $\alpha$ -ஆகவும், ரிம்பம் கண்ணருகு வெள்ளில் உண்டாகும் கோணம்  $\beta$ -ஆகவும் இருக்கட்டும்.

உருப்பெருக்கம் ( $m$ ) = ரிம்பம் கண்ணில் உண்டாகும் கோணம் / பொருள் கண்ணில் உண்டாகும் கோணம்

$$= \frac{\beta}{\alpha}$$

கோணங்கள் சித்யனவாக இருப்பதால்

$$m = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{I_2 M_2 / f_2}{I_1 M_1 / f_1}$$

$$= \frac{f_1}{f_2}$$

$$\text{அதாவது, உருப்பெருக்கம்} = \frac{\text{பொருளருகு வெள்ளின் குளியதூரம்}}{\text{கண்ணருகு வெள்ளின் குளியதூரம்}}$$

### கலிலியோ தொலைநோக்கி (Galilean Telescope)

ஒரு சாதாரண வானியல் தொலைநோக்கியில் இறுதிப் ரிம்பம் தலைகீழாகக் கிடைக்கிறது. கலிலியோ தொலைநோக்கியில் ஒரு குழி வெள்ளைக் கண்ணருகு வெள்ளைப் பயன்படுத்தி, ஒரு தோரண போஸிப் ரிம்பம் பெறப்படுகிறது. இவ்வகைத் தொலைநோக்கிக்ளுள்ள மற்றொரு சிறப்பு யாதெனின் இதன் தீர்மான குறைவு. அதன் காரணமாக ஒளிர்வுப்பின் அளவும் குறைகிறது.

8-2 : ஒளிக்கோட்ட மத்தும் ஒளித்திருப்புமுறைத் தொலைநோக்கிகள் சீடுக்கண்டவகைகளில் வேறுபடுகின்றன.

பொறிவுமீக்க ரிம்பம் கிடைக்கவேண்டுமானாலும் பொருளின் துன்னிய பாகங்களித்தெனவாகக் காலவேண்டுமானாலும் தொலைநோக்கியின் ஒளி துழைவளவில் (aperture) பெரிவதாக இருக்க வேண்டும். இதற்கு வெள்ளின் அளவு பெரிவதாக இருக்கவேண்டும்.

ஆனால் பகுதிக்குப்பகுதி ஒளிக்கோட்ட என் மாறுமல்பெரியதொரு வெள்ளம் செல்வது கடினமாகும்.

இத்தக் குறைபாடு பெரிய துறைகளில் கொண்ட பெரியதொரு குழியாடிமையச்செய்வதில் அல்லாதவாக இல்லை. மற்றும் ஒளிக் கோட்ட எண்ணின் மாறுபாடும் அதன் விளைவாக எழும் இரட்டை ஒளிக் கோட்டமும் இல்லை.

வெள்ளின் வழியே தளிக்கோட்ட குறைவில் சிம்பமொன்றைப் பெறும்போது பெரும் பகுதி ஒளி ஆற்றல் மேல் கிடைத்ததில் ஒளிக் திரும்பு குறைவாக சிதறச் சென்றுவிடுவதோடொன்றாக வெள்ளே (கண்ணாடியானதால்) அக சிவப்பு (Infra-red) மற்றும் புற ஊதா (Ultra-violet) பகுதிகளுக்கான ஆற்றலை உட்செலாண்டு விடுகிறது. எனவே சிம்பத்தின் பொலிவு வெகுமூலக் குறைகிறது.

ஒரு குழியாடி (பளபளப்பாக்கப்பட்ட உலோகத்தால்) ஒளி சேகரிப்புத்திறன் (light gathering power) அதிகமாகப் பெற்றிருப்பதாலும், ஆடிமீட்டர்து விடும் ஒளியில் சுமார் 90% சிம்பத்தை உண்டாக்கப் பயன்படுவதாலும் கோள்களின் பொலிவான சிம்பத்தைப் பெறலாம்.

வெள்ளுகளில் திறப் பிறழ்ச்சி (Chromatic aberration) மற்றும் கோளகப் பிறழ்ச்சி (Spherical aberration) ஆகியவற்றை ஒளவுக்குத்தான் குறைக்கமுடியுமெனின முழுதும் நீக்க முடியாது.

ஆடிமீனில் உண்டாக்கப்பட்ட சிம்பங்களில் இயைக்கற்றை பாடுகள் வெகுமூலக் குறைக்கமுடியும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட உருப்பெருக்கமும் பொலிவும் கொண்ட சிம்பத்தைப் பெறவேண்டிய வெள்ளின் விசையைக் காட்டிலும் ஆடிமீன் விசை மிகவும் மலிவாகும்.

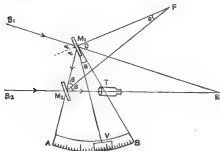
ஆனால் குழியாடிமீனின் பளபளப்பு மங்காமல் இருக்க அடிக்கடி அதைப் புதுப்பிக்க வேண்டும். மற்றும் உலோகத்தால் ஆக்கப்பட்ட குழியாடி வெப்பநிலை மாற்றத்தால் பாதிக்கப் படுகிறது.

சுமார் 125 செ.மீட்டருக்கு (50 அங்குலம்) அதிகமாக ஒளி துறைகளில் இருக்கும்படியான ஒளித்திரும்புமுறைத் தொலை நோக்கிகள் தேவியடமான மற்றும் முகைப்படமுறை காட்சிப் பதிவுக்கு மிகவும் பயனுள்ளதாகும்.

8-2-1 : கலிபோர்னியாவிலுள்ள பாலமர்ட் மலையில் (Palomar mountain) வீதுள்ள 200 அங்குல தோலை (Hale) தொலைநோக்கியே உலகிலுள்ளவற்றில் மிகப் பெரியதாகும். கலிபோர்னியாவிலுள்ள டாமிரீட்டன் மலையின்வீதுள்ள லிக் ஆப்ஸர்வேட்டரியில் (Lick Observatory) இருக்கும் 120" தொலைநோக்கி அதற்கடுத்த பெரிய தொன்றாகும். இதற்குக் குறைவான ஒளி நுழைவாயில் கொண்ட இன்னும் பல ஒளித்திரும்புமுறை தொலைநோக்கிகள் இன்று பல்வேறு உள்ளன. எரீக்ஸ் ஆப்ஸர்வேட்டரியில் (Yerkes Observatory) இருக்கும் 40" ஒளி நுழைவாயில் கொண்ட ஒளிக் கோட்ட முறை தொலைநோக்கியே இவ்வகையில் பெரிய தொலைநோக்கியாகும்.

### 8-3 ஹேட்லேயின் செக்சுடன்ட் (Hadley's Sextant)

ஒளி நேரப்பந்தவின் தத்துவத்தின் அடிப்படையில் அளக்கப்பெற்றுள்ள ஹேட்லேயின் செக்சுடன்ட் என்றும் இக் கருவியானது ஏதேனும் ஓரீட்டத்தில் இருபுள்ளிகள் தாங்களும் கோண அளவைக் கண்டு அதனின்றும் விண்வீன்களின் தொலைவு மற்றும் கதிர்வளி, சந்திரன், கோள்கள் முதலிய வானப்பொருள்களின் கோண விட்டம் போன்ற அளவுகளைக் கணக்கிடப் பெரிதும் பயன் படுகிறது.



படம் 8-3

இதில் OA மற்றும் OB என்னும் சம நீளமுள்ள இரு உலோகச் சட்டங்கள், O என்னும் புள்ளியில்  $\angle AOB$  ஏறத்தாழ  $60^\circ$  இருக்கு.



மேற் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.  $AB$  என்றும் வட்ட விகி போன்ற மற்ருரு சட்டம் யானகனாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கிறது. இதை முக்கிய அளவுகோல் (Main scale) என்று கூறலாம்.  $OV$  என்றும் மற்ருரு சட்டம்  $OAB$  என்றும் உலோகச்சட்ட அமைப்புக்குச் செங்குத்தாகவும்,  $O$  வின் வழியே செங்குக்கடிவதுமான ஒரு அச்சாட்பத்திச் சுழலும் வண்ணம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.  $V$  என்றும் முனையில் ஒரு வெள்ளிய அளவுகோல் (vernier scale) இணைக்கப்பட்டு. அது  $OB$  வின் மீது வரையப்பட்டுள்ள முக்கிய அளவுகோலின் மீது நகருமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது.  $M_1$  என்றும் ஒரு சமதள ஆடி (index mirror)  $OV$ -வின்  $O$ -என்ற முனையில்  $OV$ -புடன் செந்தரத் தோலையே சுழலுமாறு  $OAB$  க்குச் செங்குத்தாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது.  $M_2$  என்றும் மற்ருரு திரிபான சமதள ஆடி (horizon glass)  $OA$ -வின் மையத்தில் ஏதத்தாழ  $OB$  க்கு இணையாக இருக்குமாறு செங்குத்தாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது.  $M_1$ -வின் கீழ்பாதி மட்டும் ஒளியைப் பிரதிபலிக்கத் தக்கதாகவும், மேல்பாதி ஒளிபுறம் கண்ணாடியாகவும் அமைந்துள்ளது.  $OB$ -வின்  $T$  என்றும் ஒரு தொலைநோக்கி அதன் அச்ச  $M_1$ -வின் மையத்தில் வழியே செல்லுமாறும்  $M_2$ -வின் செங்குத்துக் கோட்டுடன்  $80^\circ$  கோணம் தாங்கும்படியாகவும் அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

$OV$ ,  $OB$  புடன் ஒன்றித்திருக்கும்போது வெள்ளிய அளவுகோல் மற்றும் முக்கிய அளவுகோல்களின் அளவுகள் பூச்சியமாக இருக்கும். இத் நிலையில்  $M_1$  மற்றும்  $M_2$ -வின் தளங்கள் இணையாகவும் இருக்கும். கதிரவனை செக்கெட்டண்டுகள் வழியே காணும் போது  $M_1$  அல்லது  $M_2$ -விற்கு முன்னால் நிறவடிக்கெட்டிகள் (coloured filters) பயன்படுத்துவதுண்டு.

செக்கெட்டண்டுகள் தத்துவம்:  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  என்றும் இரு விண்ணீக்கள் ஒரு புள்ளியில் உண்டாகும் அல்லது தங்கும் வேண்டத்தைப் பின்புறம் முறையில் கணக்கிடலாம்:

$S_1$ ,  $S_2$  தலை இணைக்கும் தளத்தில் செக்கெட்டண்டை வைத்துக் கொண்டு  $S_2$  தலை  $M_2$  விழுகின்ற கண்ணாடியின் வழியே தெரிண்டதாகத் தொலைநோக்கியில் தெரியுமாறு அதை நிறுத்திக்கொள்ள வேண்டும். இன்  $OV$  என்றும் சட்டத்தை மெதுவாகச் சுழற்றினால் (அதாவது  $M_1$  ஐச் சுழற்றினால்)  $M_1$ -ன் ஒரு குறிப்பிட்ட நிலையில்  $S_1$ -விற்குத் தரும் ஒளிக்கதிர்  $M_2$ ,  $M_1$  வளில் பிரதிபலிக்கப்பட்டு தொலைநோக்கியின் வழியே செல்லுகிறது. அதாவது இப்போது தொலைநோக்கியில்  $S_1$ ம்  $S_2$ ம் ஒன்றித்திருப்பதாகத் தோன்றுகிறது. இதற்கு  $OV$ -வை துவக்க நிலையிலிருந்து திருப்பிய கோணம் ( $\angle BOV$ )  $\theta$  ஆக இருக்கட்டும்.  $M_1$  மற்றும்  $M_2$  க்கு வரையப்பட்ட

குத்துக் கோடுகள்  $P$ -இல் சந்திக்கட்டும்.  $OV$ -யின் துவக்க நிலையில் இரு ஆகுகளின் குத்துக் கோடுகளும் இணையாக இருந்து, இப்போது  $M_1, O$  கோணம் திருப்பப்பட்டிருப்பதால் அதன் குத்துக்கோடும்  $O$  கோணம் திருப்பப்பட்டு  $\angle OFM_1$ ,  $\theta$  ஆகிறது.  $S_1$ -யிலுந்து வரும் ஒளிக்கதிருக்கு  $M_1$ -ல்  $\alpha$  என்பது படுகோணம், மற்றும் நிரல் பவித்த கோணமாகவும் மற்றும்  $M_2$  ல்  $\beta$  என்பது அதே கோணமாகவும் இருக்கட்டும்.  $\triangle OFM_1$ -ல்  $\alpha = \beta + \theta$  அல்லது  $\theta = \alpha - \beta$ .  $S_1, O$ -ஊடும்  $S_2, T$ -ஊடும் இருந்துவிட அமை  $E$ -ல் சந்திப்பதாகக் கொள்வோம்.

எனவே  $\triangle OEM_1$ -ல்  $2\alpha = \angle OEM_1 + 2\beta$

அல்லது  $\angle OEM_1 = 2(\alpha - \beta)$

$$= 2\theta$$

அதாவது  $\angle S_1ES_2 = 2\theta$

அதாவது  $S_1$  மற்றும்  $S_2, E$ -ல் தாங்கும் கோணம்  $OV$  சட்டம் திருப்பப்பட்ட கோணத்தைப் போல் இரு மடங்காகும்.  $\angle S_1ES_2$ -வை நேரிடையாக அறித்துக்கொள்ளும்பொழுட்டு  $AB$  சட்டத்தில் கோணங்கள் இரு மடங்காக்கப்பட்ட அளவீடுகளாலேயே குறிக்கப் பட்டிருக்கும்.

இவ்வரும் கணக்கிட்டின் மூலம் தரத்திலிருக்கும் பொருள்கள் தரைக்கோட்டிலிருந்து உண்டாகும் உயரத்தை (h) செக்ஸ் டண்டின் உதவியால் கணக்கிடலாம்.

தரைக்கோட்டிலுள்ள பொருளுக்கும் இடையே உட்கள கோணத்தை  $2\theta$  என்று அளந்து கொண்டு பொருளுக்கும்  $E$ -க்கும் உட்கள தொலைவை  $r$ -என்றும் வைத்துக்கொண்டால்

$$h = r \tan 2\theta \text{ ஆகும்}$$

$r$ -யின் மதிப்பு நெரியாமலிருந்தால், செக்ஸ்டண்டை 1-தொலைவு பொருளை நோக்கி நகர்த்திச் சென்று இன்னொரு மூன்ற கோணத்தை ( $2\theta_1$ ) அளந்தால்

$$h = (r-x) \tan 2\theta_1 \text{ ஆகும்.}$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$x = h (\cot 2\theta - \cot 2\theta_1) \text{ என்றும்,}$$

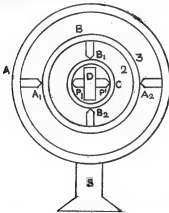
அல்லது  $h = \frac{x}{\cot 2\theta - \cot 2\theta_1}$  என்றும் பெறலாம்.

தரைக்குமேலே இருக்கும் ஒரு பொருளின் உயரத்தைக் கணக்கிட பொருளை  $S_1$  ஆகவும்,  $S_2$ -வைத் தரையின் வழியாகவும் எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும். எவ்வாறு ஓட்டத்தில் தரைக்கோடு

வானூய்வுக் கருவிகள்

சரியாக நினைவிற்கு முடிவளவரிருந்தால் பாதரசத்தை ஒரு செயற்கைத் தளமாகக் கொண்டு, பொருளையும் பாதரசத்தில் அதன் மின்பத்தையும் முறையே  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  ஆகக் கொண்டு  $E$ -ல்  $S_1$ ,  $S_2$  தாங்கும் கோணத்தை அளக்கவேண்டும். இதில் பாதியே உண்மையில் தேவைப்படும் கோணமாகும். சத்திரன் ஆவலது கதிரவனின் விட்டத்தை அளக்க அதன் இரு விளிம்புகளையும்  $S_1$  மற்றும்  $S_2$  ஆக எண்ணிக்கொள்ளவேண்டும்.

8-4: ஐஜரஸ்கோப் (Gyrocompass): ஃபோகால்ட் (Foucault) தானே அமைத்த ஐஜரஸ்கோப் என்ற கருவி கொண்டு மண்ணுலக திசையில் சுழற்சியை நாம் கண்ணொளிரே பார்க்கும் வகையில் செய்து காட்டியிருக்கிறார். இக்கருவியின் அடிப்படை யான கருவி இயக்க விதி பின்வருமாறு.



படம் 8-4

ஒரு சமச்சீரான அச்சை அமைப்பைக் கொண்டு ஒரு வெளியில் (Space) சுழலும் ஒரு பொருள் எப்போதும் அங்கவெளிப்போ திசையாகச் சுழன்றுகொண்டே இருக்கமுடியும்; அதாவது அது இயங்கும் அச்ச, திசையாகாது இருக்கமுடியும். இதுதான் தன்

திசைமாலுமல் உள்ள ஒரு சமச் சீர்திசை மையம் கொண்டு மண்ணுலகம், திசை சிதறிய வரும் இயல்பான நிலையம்.

4:4:1 : ஐயூனாக்ஸோம்பென் பகுதிகளும் அவற்றின் சுழற்சிகளும்

1. புறத்தே  $A$  என்ற வளைமம் குத்துத்தளத்தில்  $S$  என்ற நிலை மேட்டில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது.

2.  $B_1$ -ம்  $C_1$ -ம் இரண்டு உள்வளைமங்கள்,  $B$  என்ற வளைமம்  $A_1$   $A_2$  என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்;  $C$  என்ற வளைமம்  $B_1$   $B_2$  என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்.

3.  $D$  என்ற ஒரு சக்கரம்  $PP'$  என்ற அச்சில் சுழலக்கூடும்.

4. எனவே  $PP'$  என்ற அச்ச எத்தத் திசையிலும் நிறுப்பி வைக்கக்கூடிய அமைப்பில் உள்ளது.

5. அவ்வாறு நாம் வேண்டும் திசையில்  $PP'$ -ஐ நிலை நிறுத்திய பின்னர்,  $D$  என்ற சக்கரத்தை ஒரு மின்சார மோட்டாரோடு இணைத்து வேகமாகச் சுழலச் செய்தால்  $PP'$  என்ற அச்சின் திசைமாலுமல் அச்சக்கரம் சுழன்றுகொண்டே இருக்கும்.

போட்டோகாட் அச்ச  $PP'$ -ஐ வட்டவடிவப் பக்கமாக நோக்கும் படி வைத்து  $D$  என்ற சக்கரத்தை வேகமாகச் சுழற்றினிட்டபோது,  $PP'$  திசை மாலுமல் சுற்றிக்கொண்டேயிருக்கிறது.  $PP'$  ஐ ஒரு மின் மின் திசையில் நிலைநிறுத்தி, அச்சக்கரத்தை வேகமாகச் சுழற்றி விட்டால், அப்போது அவ்வச்சு, அவ்விண்ணோடு சுற்றி வந்ததைக் கண்டால், எப்போதும் அவ்விண்ணின் நோக்கிலே  $PP'$  இருக்குவதற்கு. இவ்வாறாக மண்ணுலகம், தூதவ அச்ச மையம் கொண்டு தன்னைத்தானே சுழல்கிறதெனவும், விண்மீன்கள் விண் வெளியில் நிலைத்திருக்கின்றனவெனவும், மண்ணுலக திசைச் சுழற்சியின் விளைவாகவே விண்மீன்கள் வானவெளியில் சுற்றி வரும் நோற்றம் நமக்குத் தெரிகிறதெனவும் அக்கருவி கொண்டு போட்டோகாட் விளக்கினார்.

5:5 : வானியல் கடிகாரம் அல்லது பின்வழிக் கடிகாரம் (The Astronomical or sidereal clock) : இந்த கடிகாரம் சாதாரண கடிகாரம் போன்றதுதான். ஆனால் இது நுட்பமாகக் காலம் காட்ட வேண்டியிருப்பதால், நட்பு வெப்பநிலை மாறுதல்களால், இது காட்டும் காலம் தவறுதிருக்கவேண்டிய முறைகளில் அமைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இவ்வமைப்பின் அடிப்படை யாதெனில், நட்பு வெப்ப மாறுதல்களால் ஏற்படும் வேறுபாடுகள், சுர்மதி கொண்ட டிரீனத் திறத்தால் சரிக்கட்டப்படுகின்றன.

வாழ்ந்துக் கருவிகள்

harrison) புனைந்த திரிணயன் (Gridiron) ஊசலியும், கிரஹம் (Graham) புனைந்த பாதரச ஊசலியும் மேற் கூறிய ஆடிப்படையில் சரிக்கட்டிக்கொள்ளக் கூடிய ஊசலிகள் (Compensating Pendulums).

இவ்வகைப்பட்டிகளின் சிறப்பு யாதெனின் எல்லா தட்ப வெட்ப நிலைகளிலும், அகிலவு நடிவத்திற்கும் (Centre of Oscillation) தொங்கல் அமைத்திற்கும் (Centre of Suspension) உட்கன தூரம் ஒரு மாநிலியாக இருக்கும். எனவே அகிலவு நேரம் மாநிலியாகி விடுகிறது.

தட்ப வெட்ப மாறுதலின் விளைவுகளைக் கூடிய அளவு குறைக்கும் வகையில், துத்தநாகம் எஃகு கலப்பட உலோகத்தால் ஊசலிகள் அமைப்பதுண்டு. அல்லது இன்வர் (Invar) எனப்படும் எஃகு திக்கல்கலப்பட உலோகத்தாலும் ஊசலிகள் செய்வதுண்டு. இன்னும் முன்னெச்சரிக்கையாக, இக்கடினாரம் தட்ப வெட்ப மாறுதல்களால் பெரிதும் பாதிக்கப்படாமல், பூமிக்குக் கீழ் ஒரு குகைய அறையில் வைக்கப்படுகிறது.

இக்கடினாரம் 0 மணி முதல் 24 மணி வரையில் காலம் காட்டும். கடினாரமுகம் 0 முதல் 24 வரை எண்கள் தாங்கியிருக்கும். இவ்வாறியல் கடினாரம் மின்வழிக்காலம் காட்டுவதற்கென அமைக்கப்படுகிறது. மேடமுதற்புள்ளி (r) உச்சி கடக்கும்போது இக்கடினாரம் 0 ம 0 நி 0 வி காட்டும். அதாவது மணி முள்ளும் நிமிட முள்ளும் 24 என்ற எண்ணில் ஒருங்கமைத்திருக்கும். மறு படியும் அடுத்து மேட முதற்புள்ளி உச்சிகடக்கும்போது இக்கடினாரம் 24 ம 0 நி 0 வி காட்டும். இத்தகைய இடைவெளி (அதாவது அடுத்தடுத்து  $\gamma$  உச்சிகடக்கும் சமயங்களுக்கிடையே பட்டது) 24 சமயங்களுக்காகப் பிரிக்கப்பட்டு, ஒவ்வொரு இடைவெளியும் ஒரு மின்வழி எனப்படும்.

60 மின்வழி வினாடிகள் = 1 மின்வழி நிமிடம்

60 மின்வழி நிமிடங்கள் = 1 மின்வழி மணி.

24 மின்வழி மணிகள் = 1 மின்வழி நாள்.

இம்மண்ணுலகம் தன்விளத்தானே விண்மீன்கள் பின்னணியில் ஒரு முழுச்சுற்று சுழன்றுவதும் காலம் ஒருமின்வழி நாளாகும். இம் மண்ணுலகம் சுதிரவவிளச்சுற்றி, விண்மீன்கள் பின்னணியில் ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றிவரக்கூடிய காலம் ஒருமீன் வழி ஆண்டு எனப்படும்.

இக்கடினாரப்படி,  $\gamma$  வானகோளத்தில் மேற்புள்ளியில் (W) சாயப்போது மின்வழி மணி 6 ;  $\gamma$  வானகோளத்தில் தொகு வானந்

திற்குக் கீழ் ஆடிவானத்தில் உச்சரி கடக்கும்போது மின்வழி மணி 12. 7, கீழ்ப்புறம்மினி (E) உதவமாகும்போது மின்வழி மணி 18 : உச்சரி கடக்கும்போது 24 மணி; ஒரு மின்வழி நான்குநேரத்திற்கு அடுத்த மின்மீன் தான் ஆரம்பிக்கிறது. இது மின்வழி நண்பகலெனப்படும்.

சாதாரண கடிகாரத்தில் ஓர் அளவு அலைவுக் காலம் (vibrations) அல்ல விநாடிக் காலம்; முழு அலைவுக் காலம் (oscillation) ஒரு விநாடிக் காலம். ஆனால் மின்மீன் கடிகாரத்தில் ஓர் அளவு அலைவிற்கு ஒரு விநாடிக் காலம் என்ற வகையில், மின்மீன் கடிகாரம் இயற்றப்பட்டிருக்கிறது.  $T = 2 + \pi$  என்ற வாய் மட்டின் படி, ஒரு மின்மீன் உச்சரி கடக்கும்போது இக்கடிகாரம் காட்டும் காலம், அம்மின்மீனின் வல ஏற்றமாகும். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் காட்டப்படும் காலம், அந்த சமயத்தில்  $\gamma$ -ன் தேரக் கொண்டாலும்.

$\gamma$  ஐ இடக்குறிக்கும் முறை, பகுதி 10 இல் விளக்கப்பட்டிருக்கிறது; ஒரு மின்மீன் உச்சரி கடக்கும்மின்வழி தேரத்தை அறிவும் முறை இப்பகுதியில் 5-6 இவற்றுக்கு 8-9-8 வரை விளக்கப்பட்டிருக்கிறது.

மின்மீன் துட்பமாக இக்கடிகாரம் செயல்பட்டிருந்தாலும், இதற்குச் சில குறைகள் ஏற்படலாம். நமது பொது வழக்கிலுள்ள கடிகாரங்கள் சற்று வேகமாகவோ, சற்று வேகம் குறைவாகவோ, இருவதால் ஏற்படும் பிழைகள், மின்மீன் கடிகாரங்களிலும் ஏற்படலாம். (மிக துட்பமாகவும், இழை சிசுகாத வகையிலும் செயல்படுவதாக பெரும் பிழைகள் ஏற்பட வாய்ப்புகள் இல்லாவிடினும், சிறுபிழைகள் ஏற்படக்கூடும்). ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சரியான காலம் அறிவ, கடிகாரம் காட்டும் காலத்திற்குக் கூட்டவேண்டிய திருத்தம், கடிகாரப் பிழை (error of the clock) எனப்படும். (சில சமயங்களில் பிழை சுழிக்கப்பட வேண்டியிருக்கும்). சில கடிகாரங்கள் ஒருநாளிற்கு 1" வீதம் வேகமாகவோ, அல்லது 1" வீதம் வேகக் குறைவாகவோ போகலாம். இந்த  $x$  என்பது, கடிகாரத்தின் வேக வீதிதம் (rate of the clock) ஆகும். இந்த வீதிதம் ஒரு சீராக இருக்கும்வகையில் இடைபூறுகள் ஏற்படா.

8-5-1 : கிரீனிக் கடிகாரம் (Chronometer Greenwich Watch)

கிரானுபீட்டர் எனப்படும் இக் கடிகாரம் மிக துட்பமாகச் செயல்பட்ட ஒரு பெரிய கடிகாரம்தான். இது 'கிரீனிக் காலம்' காட்டும். இதன் துடிப்பியக்கச் சக்கரம் (balance wheel) தட்ப வெட்ப நிலை மாறுவதிலுள் ஏற்படும் விளைவுகளைச் சரிசெய்க

கொன்றும் வண்டுகள் பூளையப்பட்டிருக்கிறது. (விவியான விளக்கம் மற்ற ஜாக்களில் காண்க). கம்பம் மாறுமிகளுக்கு இக்கடினரம் மிகவும் தேவையப்படுகிறது. சிறு சிறு பிழைகளைத் தவிர்க்க, ஒவ்வொரு கம்பத்திலும் மூன்று, நான்கு கடினரங்கள் இருக்கும். அவை கட்டும் சராசரி தேரத்தில் பிழை இரண்டு. நகை தப்பிவிட்ட மாறுமிகளுக்கு, நான்கு இருக்கு மிடத்தை ஆதிக்குவொள்ள (இருக்கும் இடத்தில் அகலாங்கு, நெட்டாங்கு கணிக்க) கிரீனிச் காலம் மிகவும் இன்றியமையாதது. கம்பத்தில் இக் கடினரம் கூடாது அசையாது மட்டமாக இருப்பதற்காக 'கம்பாக்கல்' எனப்படும் ஓர் அச்சிளமேல் பொருத்தப்பட்டிருக்கும். நிகத்தில் இருக்கும் போது, உலர்ந்த இடத்தில் எச்சரிக்கையாகப் பொருத்தப் பட்டிருக்கவேண்டும்.

எல்லா வானியல் ஆய்வுக் கூடங்களிலும் கிரீனிச் கடினரம் கட்டாயம் இருக்கும். சிறப்பாக, பூமி ஆதிக்கியால் பாதிக்கப்படும் நாடுகளில், இது மிகவும் இன்றியமையாததாகும்; ஏனெனில் சிறு சிறு பூமியதிக்கினால்கூட ஊரெயோடுள்ள கடினரங்கள் பாதிக்கப்படுகின்றன.

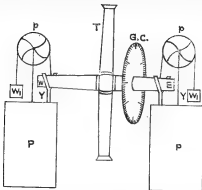
கிரானுமிட்டரை திரிமாணித்தவர் ஹாரிஸன்; இவர்தாம் 'கிரீனடரன்' ஊசலியையும் வழக்கில் கொண்டு வந்தவர். கிரானுமிட்டர்கள் கிரீனிச் காலம் காட்டும்—அதாவது 0° நெட்டாங்கு உள்ள இடத்தில் உள்ள காலமாகும்.

வானியல் ஆராய்ச்சியில் காலம் காணல் மிகத் துல்லியமாக விருக்கவேண்டியிருப்பதால், எத்தனையோ கூர்மையான புளையமைப்புகள் செய்து, சரியான காலம் காட்டும் கடினரங்கள் செய்யப்படுகின்றன. வளி அழுக்கம், தட்ப வெப்ப நிலை முதலிய வற்றின் விளைவாக ஏற்படும் குறைகளெல்லாம் நீக்கப்பட்டு கடினரங்கள் செய்யப்படுகின்றன.

8-6: உச்சி கடத்தல் கண் தொலைகோக்கி: (The Transit Instrument):

இதன் பெயர் ஆறிலிப்பது போல, விண்மீன்கள், மற்ற வான பொருள்கள் உச்சி கடக்கும் தேரம் அறிய இக்கருவி பயன்படுகிறது. இது ஒரு திரிமையான வானுய்வுக் கூடத்தில் நிலைநிறுத்தப் பட்டிருக்கும். சரியானபடி, கிடைமுக (horizontally) கிழக்கு மேற்கில் பொருத்தப்பட்ட உட்குழியுள்ள உருளை (hollow cylinder) E<sup>H</sup>-ன் மத்தியில் T-என்ற ஓர் ஒளிக்கோட்டத் தொலைகோக்கி உருளைவின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அமைப்பானது கெட்டியாக இணைக்கப் பட்டிருக்கிறது. உருளைவின் அச்சு, சரியான

கிழக்கு மேற்கில் இருக்கும். உருளைவின் இரு முனைகளும் உராய்தலிற் தாங்கக் கூடிய Y-வடிவமுள்ள இரண்டு தாங்குதளங்



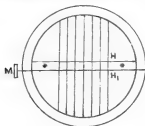
படம் 8-8

களில் வைக்கப்பட்டிருக்கும். இவ்விரு 'Y' களும் முற்றிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். இரண்டு சம உயரங்களுள்ள தூண்களின் (PP) மேல் இவ்விரு 'Y' களும் பதிக்கப்பட்டிருக்கும். 'Y' களில் உராய்வு அதிசயில்லாமல் இருக்கும் வகையில், ஒரு புதியவு ஏற்பாடு செய்யப் பட்டிருக்கும். அக்க பலமாக இருக்கவேண்டும். தொலைதோக்கிக் குழாய் வளைவு, தெளிவு ஏற்படாவண்ணம் அழுத்தமாக இருக்கவேண்டும். Y-களில் பொருத்தும் பகுதிகள் சரியான உருளைகளாக இருக்கவேண்டும்; அவை சமமாகவும் ஒரே அக்கடையதாகவும் இருக்கவேண்டும். இவ்வளவு பண்புகளும் இருந்தால் தான், துண்டாட்சி அளவைகளில் பிழை ஏதும் ஏற்படாது.

இப்படிப் பதிக்கப்பட்ட அக்கை மையம் கொண்டு, அத்தொலைதோக்கி சுழலும்போது, அது உச்சி வட்டத்தில் சுழல்கின்றது. அதுவது, அத்தொலைதோக்கியின் வழியாக வானகோள உச்சி வட்டத்தில் வந்து கூட்கூட வின்பொருள்கள் வாயும் காட்சிக்குக் கிடைக்கும். பொருள்களுகு வென்சின் (காட்சி விவ்லியின்) (Focal plane of the objective glass) குவிமையத் தளத்தில்,



‘ரெட்டிகிள்’ (reticle) எனப்படும் ஒரு வட்டப் ரென்னைவரி  $F$  வகைப் பட்டிருக்கிறது.



படம் 8-6 (1)

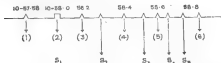
படம் 8-6 (1) காண்க. இவ்வட்டத்தில் ஒற்றைப் படை செக்குத்துக்கம்பிகள் எழுதப்பட்டிருக்கின்றன (5 அல்லது 7) பதிகம் பட்டிருக்கின்றன; மத்தியில் இருக்கும் கம்பி, செக்குத்து வட்டத் தோடு பொருத்தியிருக்கிறது. மேலும் இரண்டு கிடைக்கம்பிகள் (horizontal wires) பதிகப்பட்டுள்ளன. அவற்றின் ஒன்று ( $H$ ) கிடை வட்டத்தோடு ஒதுக்கி நிலைவாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது; மற்றொன்று  $H_1$ , நிலைவாகப் பொருத்தப்பட்ட கம்பிக்கு இணையாக மேலும் கீழும் தனித்தனியாக வளைவில் அமைக்கப்பட்டு இருக்கிறது. தனித்தனியாக ஒரு தன் அளவை யானித் திருகணி,  $M$  (micrometer screw) உதவி செக்குத்து. பெரும்பாலும் வட்டி ஆய்வுகள் இரண்டு செவ்வகவடிவிலிருக்கும். ஆகலாக,  $EW$ -க்கருவில் வரையான ஓட்டத்தில் ஒரு விளக்கு அமைத்து அங்கு ஒரு சமதள ஆடி (Plane Mirror) வைத்து அம்மையிலே வளைவாக ரெட்டிக்கிள்களில் உட்காண செவ்வக கம்பிப் பகுதியை ஒளிபெறச் செவ்வகம்.

8-6-1 தொலைநோக்கியின் கேள்வி வரிப்பாடு (Line of Collimation): மிகச் சரியாக இக்கருவி அமைக்கப்பட்டிருக்கும் போது, வட்டி விளக்கின் ஒளிமையத்தை (Optical centre) தடு செக்குத்துக் கம்பியின் மையத்தோடு இணைக்கும் தேர்வு கோடு, தான் தொலைநோக்கியைச் சுற்றும்போது உச்சி வட்டத்தில் சுழல்கிறது. இக்கோட்டிற்குத் தொலைநோக்கியின் தேர்வுவரிப்பாடு (line of collimation) எனப் பெயர்.

### 8-5-2 : கால வரிப்படம் (Chronograph)

உச்சிக் கடத்தல் காண தொலை நோக்கிகொண்டு மின் மீளிகள் உச்சி கடக்கும் சமயத்தைப் பதிவு செய்வதற்காகத்தானே இவங்கும் சில பொறி அமைவுகள் செய்யப்பட்டிருக்கின்றன. (இப் பொறி அமைவு மின்னல் நாம் காண இருக்கும் திசை உயர் மானி (alt. azimuth) என்ற கருவியிலும் பயன்படுத்தப்படும்). ஒரு 40 செ.மீ நீளம், சில செ.மீ விட்டமுள்ள உருளையைச் சுற்றி ஒரு காகிதம் கலுட்டப்பட்டு, மின்னியல் சாதனம் ஒன்றோடு இணைக்கப் பட்டிருக்கிறது. இச் சாதன உதவியால் அக்காகிதத்தில் ஒரு வினாடிக்கு ஒரு முறை, அல்லது 2 வினாடிகளுக்கு ஒருமுறை ஒரு குறியீடும் வகையில் ஒரு பேரு பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. ஒரு மின்மீளர் உற்று நோக்கிக்கொண்டிருக்கும் காட்சியாளன், அம்மீளர் ஒவ்வொரு (பெட்டிகளில் உள்ள) கம்பி கடக்கும்போதும் ஒரு தட்டு தட்டுகிறான். அது மின்னியல் சாதன உதவியால், அக்காகிதத்தில் ஒரு குறியாக இடம் குறிக்கப்படுகிறது. சோதனை முடிந்தவுடன், அக்காகிதத்தை எடுத்து, பதிவு செய்யப்பட்ட குறிகளைக் கொண்டு, தனக்கு வேண்டிய கால அளவுகளைக் குறித்துக் கொள்கிறான்.

ஒரு கால வரிப்படம் காகிதத்தில் வரையப்பட்ட வகையில் மின்னல் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.



(1), (2), (3), (4), (5), (6) என்ற குறிகள் காலம் குறிப்பவை.

$S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  என்ற குறிகள் மின்மீளர் ஒவ்வொரு கம்பியைக் கடக்கும்போதும், காட்சியாளன் தட்டிய காரணமாக இடப்பட்ட குறிகள். முதல் கம்பியைக் கடக்கும் சமயமும் 10.58-0 என்ற மணியும் இணைத்திருக்கின்றன. எனவே முதல் கம்பியைக் கடத்த நேரம் 10ம 58நி 0வி.  $S_1$ —இரண்டாவது கம்பியைக் கடத்த சமயம் 10ம 58நி 2வி. க்கும் 10ம 58நி 4வி. க்கும் இடைப்பட்ட நேரம்; (3)→( $S_4$ )ஐ அளந்து அச்சமயம் என்ன நேரம் என துடயமாகக் கணிக்கலாம் [(3) முதல்  $S_4$ வரை நீளம்].

8.6.3: உச்சில் கடத்தல் காண் தொலைதோக்கியில் பின்வரும் பிழைகள் ஏற்படலாம். அவற்றை ஸ்தலிஸேயே கண்டு, பின்னர் காட்சி முடிந்ததேற, வேண்டிய திருத்தங்கள் செய்துகொள்ளலாம்.

(1) மட்டப்பிழை (Level Error): *EW*-சரிவான கிடைவாக (horizontal) இல்லாததன் விளைவாக ஏற்படும் பிழை.

(2) தேர்வரிப் பட்டுப் பிழை (Collimation Error): தேர்வரிப்பட்டு, *EW* க்குச் செங்குத்தாக இல்லாததன் விளைவாக ஏற்படும் பிழை.

(3) திருப்பப் பிழை அல்லது தொடுவான தூரப்பிழை (Deviation Error or Azimuth Error): *EW*, கிழக்கு மேற்கில் இல்லாத காரணத்தால் ஏற்படும் பிழை. இவைகளுக்குரிய பிழை திருத்தங்கள் அதித்து காட்சியானது நான் பதிவு செய்திருக்கும் அளவைகளுக்குத் திருத்தங்கள் செய்துகொள்ளவேண்டும்.

### 8.7: உச்சி வட்டம் (The Transit Circle or Meridian Circle)

ஸ்தலிஸ் நாம் கண்ட உச்சி கடத்தல் காண் தொலைதோக்கியோடு, நுண்புகளாக அளவுக் கூறுகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு வட்டம் (Graduated circle) இணைக்கப்பட்ட ஒரு கருவியே உச்சி வட்டம் என்ற கருவியாகும். உச்சி கடத்தல் காண் தொலைதோக்கி கொண்டு விண்மீன்கள் உச்சி கடத்தல் நேரத்தை மட்டுமே நாம் பதிவுசெய்யமுடியும். உச்சி வட்ட உதவியால் அது மட்டுமன்றி விண்மீன்களின் நடுவரை விவரம் அல்லது கடதுதல் தூரம் காணமுடியும். இதற்காக, அளவுக் கூறுகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு வட்டம், தொலைதோக்கியோடு கூறும் வகையில், வெட்டியாக அச்சில் இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. இவ் வட்டத்தின் அச்சம், உருவின் அச்சம் ஒன்றே. படம் 8-6 இல் *G. C.* என்பது இப்பொழுது சொல்லப்பட்ட அளவுக் கூறுகள் கொண்ட வட்டமாகும்.

தான் ஒன்றின்மேல், அளவுக்கூறுடைய வட்டத்தைப்போல மற்றொரு வட்டம் (அதே அளவுடையது), அதே உயரத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டிருக்கிறது. பின்வரும் வட்டத்தின் வரம்பில் சம இடைவெளிகளில் 6 முதல் கண்ணுடிகள் (microscopes) பொருத்தப் பட்டிருக்கின்றன. சற்று குறைந்த உருப்பெருக்க ஆற்றலுள்ள (Low magnifying power) மற்றோர் முதல் கண்ணுடிகளும் இத்தக குத்து வட்டத்தின்மேல் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. இப்புத்தக் கண்ணுடிகளுக்குக் கட்டிக் காட்டி (Pointer) எனப் பெயர்.

அச்ச சுழலும்போது, அநேடு, தொலைதோக்கியும், அளவுக் கூறு வட்டமும் அப்படியே சுழலும். சுழலும்போது, அளவுக் கூறு வட்டத்தின் மேலுள்ள அளவுக் கூறுகள், பூதக் கண்ணாடிக்கு முன்பு ஓடுவதாக, அப்பூதக் கண்ணாடிகளின் குவிமையத் தளத்தில் உருப் பெருக்கம் பெற்றுத் தோன்றும்.

வேண்டிய விண்மீன் காட்சிக்குக் கிடைத்தபின்பு, விண்மீன் கிடைக் கம்பிக்கு அருகில் வரும்வரை காத்திருத்து அருகில் வந்தவுடனே, தொலைதோக்கியை அதே நிலையில் இறுக்கிப் பிடித்துக் காட்சியானது நிலைதிருத்திவிடவேண்டும். மின்னா் பூதக் கண்ணாடிகளிலுள்ள திருகாளியைத் திருவி செங்குத்துக் கம்பியைக் கிடைக்கம்பியும் வெட்டும் இடத்தில் விண்மீன் காட்சியளிக்கவும் படி செய்வவேண்டும். தொலைதோக்கியை இறுகப் பிடித்து நிலைதிருத்திவிட்டபடியால், இப்போது முதல் வட்டத்தில் காட்டப் பட்ட அளவை, பூதக் கண்ணாடிகள் வழியாக அறித்து, தேவைப்படி, அகியவளவுகளின் சராசரியைக் கண்டால் நமக்குத் திருத்தமான அளவு கிடைக்கும். இப்போது, அந்த வட்டத்தில் பதிவான அளவைக் கொண்டு, நடுவரை விளக்கம் காண, நமக்கு மத்தேயர் அளவு வேண்டும். அதாவது, தொலைதோக்கியின் தேர் வரிப்பாடு ஒரு குறித்த நிலையில் இருக்கும்போது, வட்டத்தில் பதிவாகும் அளவு வேண்டும்.

8.7.1 : உச்சிப் புள்ளிப்பதிவு : தேர் வரிப்பாடு உச்சியை நோக்கியிருக்கும்போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு உச்சிப் புள்ளி (zenith point) எனப்படும்.

கீழ் உச்சிப் புள்ளிப்பதிவு : தேர் வரிப்பாடு, கீழ் உச்சியை நோக்கியிருக்கும் போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு, கீழ் உச்சிப்புள்ளி (Nadir point) எனப்படும்.

துருவப் புள்ளிப்பதிவு : தேர்வரிப்பாடு, வடதுருவம் நோக்கியிருக்கும் போது, வட்டத்தில் காணப்படும் பதிவு, துருவப்புள்ளி (Polar point) எனப்படும்.

கீழ் உச்சிப் புள்ளி : தொலைதோக்கியின் அடியில், அதாவது இரண்டு தூண்டுகுக்கு மிடையே ஒரு பாதாளம் நிலைத்த தட்டம் ஒன்று வைக்கவும். இப்போது தொலைதோக்கியைச் சுழற்றி, செட்டிக்கிளையில் உள்ள மையக் குத்துக் கம்பியும், பாதாளத்தில் விழும் அதன் நிழலும் ஒருங்குமாறு தொலைதோக்கியை வைக்கவும். அப்போது தேர் வரிப்பாடு கீழ்ச்சியை நோக்கி இருக்கும். இப்போது அளவுக்கூறு வட்டம் காட்டும் அளவு, கீழ்ச்சித் தர்ப அளவாகும். இந்த அளவே கீழ்ச்சிப்புள்ளி என

வரையறுக்கப்படும். இந்த அளவுக்கு  $180^\circ$  ஐக் கூட்டினாலே, கழித்தாலே மேல் உச்சிக் குரிய அளவு பெறப்படும். இந்த அளவு உச்சியிலுள்ளி எனப்படும்.

துருவப் புள்ளிய் பதிவு: தொலைநோக்கியைக் கொண்டு, ஒரு 'மதறயா விண்டர்' இருமுறை தொடுவனத்திற்கு மேல் உச்சி கடக்கும்போது, அளவுக் கூறு வட்டத்தில் காட்டப்படும் அளவுகளைக் குறித்துக்கொள். மதறயா விண்டர் உச்சி கடக்கும், திசைகளுக் கிடைப்பட்ட நேரணத்தைத் துருவத்தின் திசை இரு சம பகுதிகளாகப் பிரிப்பதால், இவ்விரு அளவுகளின் சராசரி, துருவப் புள்ளிக்கூரிய அளவாகும். இந்தச் சராசரி அளவே துருவப்புள்ளி (Polar point) என வரையறுக்கப் படுகிறது.

முதலில் நாம் வேண்டிய விண்டர்ைக் காட்சிக்குக் கொண்டு வந்து, அங் விண்டர் சொகுத்துக் கம்பியும் கிடைக்கம்பியும் வெட்டுகிடத்தில் நோன்றும்போது, அளவுக் கூறு வட்டம் காட்டும் அளவைப் பதிவு செய்திருக்கிறோம். ( $\sim 8.7 \dots$  காண்க). இந்தப் பதிவு  $C_1$  எனக் கொள்க; துருவப் புள்ளி  $C_2$  எனக் கொள்க.  $C_1$  என்பது  $80^\circ$  நடுவரை விலக்கத்திற்குப் பொருத்து மாநிலம், அதையொட்டி,  $C_1$  ன் மதிப்பறித்தால், அதுவே விண்டர்ை நடுவரை விலக்கமாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

விண்டர் காட்சியின்போது வட்டப்பதிவு  $C_1$ ,

துருவப்புள்ளி  $C_2$ ,

$$C_1 + x = 80$$

$$\therefore x = 80 - C_1$$

எனவே நாம் எடுத்துக் கொண்ட விண்டர்ை நடுவரை விலக்கம்,  $x$  எனக் கொண்டால்

$$C_1 + x = 80 \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

$$\therefore 80 = C_1 + 80 - C_2$$

$$= 80 - (C_2 - C_1)$$

$$= 80 - \text{வடதுருவ தூரம்}$$

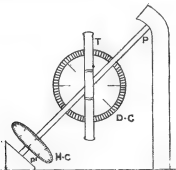
எனவே  $(C_2 - C_1) = \text{வடதுருவ தூரம்}$  எனவும் கணிக்கலாம். அவ்வாறே உச்சிய் புள்ளி  $C_2$  என நாம் வட்டப் பகுதியில் பெறுவதாகக் கொள்வோம்.  $|C_1 - C_2|$  ன் மதிப்பு, அம்விண்டர் உச்சிக் கடக்கும் சமயத்திலுள்ள உச்ச தூரம் ஆகும்.

எனவே உச்ச வட்டம் உதவி கொண்டு, ஒரு விண்மீனின் நடுவரை விவரித்ததையும், அது உச்சிக் கடக்கும் சமவத்திலுள்ள உச்சி தூரத்தையும், அளவுக் கூறுவட்டப் பதிவளவுகளைக் கொண்டு கணிக்கும்படி.

கதிரவன், சந்திரனுடைய மையத்தின் நடுவரை விவரிக்கும், உச்சி கடக்கும் சமவத்திலுள்ள உச்சி தூரம் கணிக்கவேண்டுமாயின், கதிரவன், சந்திரனுடைய மேல் பகுதி ஆகியது கிழிப்பகுதி உச்சி கடக்கும் சமவத்தில், விண்மீனுக்குச் செவ்வாய்போல் அளவுக் கூறு வட்டப் பகுதிகளைக் கொண்டு, கணிக்கப்படவேண்டிய அளவுகளைக் கண்டு, அவற்றோடு, கதிரவன் ஆகியது சந்திரனது கோண அரைவட்டத்தைக் கூட்டியோ கழித்தோ அவற்றின் மையங்களின் நடுவரை விவரிக்கமோ ஆகியது ஏற்றமோ அறிவலாம்.

8.7.2: மூலக் குத்து வட்டக்கருவி (The Prime Vertical Instrument): உச்சிக் கடத்தல்களை தொலைநோக்கியின் ஆச்சு தெற்கு - வடக்காகத் திருப்பி வைத்தால், தொலைநோக்கியின் தேர்வரீப்பாடு, மூலக்குத்து வட்டத்தில் சுழலும். எனவே விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது விண்மீன் காலத்தையும், அச்சமையமுள்ள உச்சி தூரத்தையும் காணலாம்.

8.9. நடுவரைத் தொலை நோக்கி



படம் 8.9.

### ஊர்துவக் கருவிகள்

(The Equatorial) : இதுவரை நாம் கண்டவாழியில் கருவிகள் வாயும், உச்சி உட்கிலும் நேரம் அகலது மூலக்குத்து வட்டம் உட்கிலும் நேரம் அணவும், வான் பொருள்களின் ஏற்றம் அகலது தடுவரை விலக்கம் அணவும்நான் பயன்படும். இக்கருவிகள் கொண்டு வான்பொருள்களைச் சீர்து நேரந்தான் காட்சியில் வைத்து இருக்கமுடியும். (சில வினாக்கள் மட்டுமே). ஆனால் சில சமயங்களில், எடுத்துக்காட்டாக, கிரகண சமயத்தில், நாம் ஒரு விண்மொருகை தெடுநேரம் காட்சியில் வைத்து இருக்கவேண்டிய தேவை ஏற்படுகிறது. இதற்காகத் தொலைநோக்கியை நாம் தடுவரை உயர்த்தியில் (Equatorial Mounting) வைக்க வேண்டியிருக்கிறது. படம் 8.8 பார்க்க.

### மூலக் கோட்பாடு (Fundamental Principle)

மண்ணுலக துருவ நிலையில் ஓர் அச்சப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அங்ஙனம் கருவக் கூடியது. மண்ணுலகம் தன்னைத் தானே சுற்றியரும் அச்சக்கு இரண்டான நிலைமுடையது. இது துருவ அச்ச (Polar axis) எனப்படும். இந்த அச்சோடு செட்டியாக இத்தகுச் செங்குத்தாக மற்றொரு அச்ச இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. (முதல் அச்ச, தனது தங்கு தளத்தில் சுழலும்போது இரண்டாவது அச்சம் அதற்கு எப்போதும் செங்குத்தாகவே அதனுடன் சுழலும்): இரண்டாவது அச்ச, தடுவரை விலக்க அச்ச (declination axis) எனப்படும். இரண்டாவது அச்சின் முனையில் ஒரு தொலைநோக்கி இணைக்கப்பட்டிருக்கிறது. தொலை நோக்கியின் ஒளி அச்ச (optical axis) இரண்டாவது அச்சக்குச் செங்குத்தாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. தொலைநோக்கியை இரண்டாவது அச்சின் மையமாகச் சுழற்றலாம். முதலிரண்டு அச்சகளை முதறவாகச் சுழற்றி, எந்த விண்மீனையும் தொலைநோக்கியின் காட்சிக்குக் கொண்டு வரமுடியும். கடிதாரம்போவவையே தானாகவே ஒழுங்காக இயலும் ஒரு பொறி அமைப்பு கொண்டு துருவ அச்சைப் பூமியின் வேகத்திற்குச் சமமான வேகத்தில் சுழல வைக்கலாம். எனவே, பூமியின் சுழற்சியின் விழிப்பு முதற்றிலும் சரிக்கடப்படுகிறது. விண் பொருள்கள் எக்லிப்சு தரவுகளிலிருப்பதால், இப்பொறியமைப்பின் விளைவாக எப்போதும் ஒரு குறிப்பிட்ட விண் பொருளை, தொலை நோக்கியில் தாது காட்சியிலேயே வைத்திருக்கலாம்.

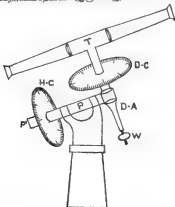
துருவ அச்சில் ஓர் அளவுக் கூறுடைய வட்டம் பொருத்தப் பட்டிருக்கிறது. அளவுக் கூறுகள், மணி, நிமிடம். இவ்வட்டம் மணி-வட்டம் அல்லது லை ஏற்ற வட்டம் (H.C). எனப்படும்.

தடுவரை விலக்க அச்ச கிடை நிலையில் உள்வழித்து, தொலை நோக்கி உச்சி வட்டத்தின் இருக்கும். அப்போது துருவ அச்சில்

ஆமைத்திருக்கும்? அளவுக் கூறு வட்டத்தோடு இணைக்கப்பட்ட வெர்னியர் 0.001 இன் காட்டும். தொலைநோக்கியின் காட்சியில் ஒரு விண்டின் படுப்போது, மணி-வட்டப் பதிவு அம்பினின் நோக்கோணத்தைக் காட்டும்.  $1^\circ = 60'$  என்ற வாய்பாடு கொண்டு அப்போது விண்டின் காலம் கண்டு, வல ஏற்றம் கணிக்கலாம்.

ஒரு தெரிந்த விண்டின்ைக் காணவேண்டுமானால், துருவ அச்சைத் திருப்பி, மணி வட்டத்தை (தெரித்த) நோல கோணம் காட்டும் இடத்தில் நிறுத்தி, நடுவரை வச்சைத் திருப்பி, நடுவரை வட்டத்தை (D.C.) (தெரித்த) நடுவரை விலக்கம் காட்டும் இடத்தில் நிறுத்தினால், விண்டின் தொலை நோக்கியில் காட்சிக்கூடும்.

8.9 (அ) படம் 8.9 (அ) இல் மத்தெருகு வகையான நடுவரைத் தொலை நோக்கி காட்டப்பட்டுக்கிறது. இதன் அடிப்படத் தத்துவம் மூன் கூறப்பட்டதேயாம். ஆனால் இதன் உபயோகியமைப்பு



படம் 8.9 (அ).

(Mounting) காட்டப்பட்டது. PP' என்ற துருவ நிசையக்க, மூலீஸ் பகுதிகளில் பதிக்கப்படாமல், உராய்தலைத் தாக்கக் கூடிய இரு பொறிவமைப்புகளில் அமைப்பானது. ஒரு துணியில் நிறுத்தப் பட்டிருக்கிறது.



வானியல் கருவிகள்

இதில்,

H.C. என்பது மணி-வட்டம்.

D.A- என்பது தடுவரை விலக்க அச்சு.

T- என்பது தொலைநோக்கி.

T உம் D.C. உம் ஒரே அச்சில் நிறுத்தப்பட்டிருக்கின்றன.

D. A ஐச் சுழற்றி, தொலைநோக்கியை நாம் விரும்பும் துருவ ஊர்திக்கு இசையுமாறு நிறுத்திக் கொள்ளலாம்.

பூன் போலவே P P' இன் சுழற்சி, மண்ணுலக மீள்வழி நான் சுழற்சியோடு இயைபுத்துவிடும் வகையில் ஒரு பொதியமைப்பினைடு.

தடுவரைத் தொலைநோக்கிகள் கொண்டுநான் புதிய கோள் களும் வால் விண்மீன்களும் கண்டுபிடிக்கப்படுகின்றன. நிழற் படக் காட்சிகள் செய்ய இந் தடுவரைத் தொலைநோக்கிகள் பயன்படும்.

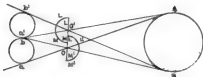
8'9'1. திசை உயரமானி (The alt-azimuth)

ஒரு விண்மொருள் உச்சி கடக்கும் சமவகைவானது மற்ற சமவகைகளில் அதற்கு எண்ணவேண்டுமானின், உச்சி வட்டத்தில் ஈட்டுமே சுழலும், உச்சி கடத்தல் தான் தொலைநோக்கியும், உச்சிவட்டமும் பயன்படாது. எனவே மற்ற சமவகைகளில் விண்மொருள் தான், திசை உயரமானி என்னுமோர் கருவி பயன்படுகிறது. இக்கருவி, ஒரு விண்மொருள் வானத்தில் எங்கிருப்பினும் அதன் ஏற்றம், அடிவான தூரம் இரண்டும் களையும் வகையில் இயைநிற்பட்டிருக்கிறது. தடுவரைத் தொலை நோக்கியின் அச்சு, துருவக் கோட்டில் இருப்பதற்குப் பதிலாகச் செங்குத்தாகப் பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. அப்போது மணி-வட்டம் கிடைநிலையில் அமைந்துவிடும். இருவட்டங்களையும் சுழற்றி, ஒரு விண்மொருளைக் காட்சிக்குக் கொண்டு வந்துவிட்டால், செங்குத்துவட்டம் விண்மொருளின் ஏற்றத்தையும், கிடைநிலைவட்டம் அடிவான தூரத்தையும் காட்டும்.

கிடை நிலை வட்டமும், செங்குத்து வட்டமும் முறையே கிடைநிலையிலும் செங்குத்தாகவும் இருக்கவேண்டும். தொலைநோக்கியின் நோர் வரீப்பாடு உச்சியை நோக்கி இருக்கும்போது, இருவட்டங்களும் பூச்சியம், பூச்சியம் (zero, zero) என்ற அளவுகளைக் காட்டவேண்டும்.

8'9'3. கதிரவன் விட்டளவுக்கருவி: (விட்டம் காட்டி- (Heliodometer): ஒளிக்கோட்ட முறைத் தொலைகாட்டியின் அச்சி விம்மலு இருபுறக் குளியெண்ணை இருக்குமென நாமறிவேம். இவ்விருபுறக் குளியெண்ணை, இரண்டு சமவகைவானக வெட்டி, ஒரு

அளவு கூறுதலைய திருகாணி அமைப்பில் இருபகுதிகளும் ஒன்றின் மேலொன்று அவற்றின் பொதுகிட்டத்தின்மேல் தகவும் வகையில் ஒரு புறையு செய்வோம். படம் 8-9-3 பார்க்க.



படம் 8-9-3.

$LM$ ,  $L'M'$  இரண்டு வெட்டப்படாத குளியென்களின் இருமை பகுதிகள். பொதுகிட்டம்  $LL'MN'$  மேல் தகத்தக்கடிய முறை யில் அமைக்கப்பட்டு திருகாணியோடு உயர்த்தவும், தாழ்த்தவும் கூடிய வகையில் புறமொன்று செய்ப்பட்டிருக்கிறது.  $AB$  கதிர வன். கதிரவன் தோக்கி இவ்விரு பகுதி லென்களையும் அவற்றின் பொதுகிட்டத்தின்மேல் தகத்தப்படுகின்றன. அப்போது கதிர வனின் இரு லென்க்கள் பெறப்படும். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி,  $m$ ,  $m'$  என்ற இரு லென்களும் ஒன்றையொன்று தொடும் வகை யில் [ $(s', s')$  என்ற இடத்தில்] இரு லென்கள் பகுதிவளும் ஒன்றின் மேல் ஒன்று தகத்தப்பட்டு அத்தினைமேல் பொருத்தப்படுகின்றன. அப்போது இருலென்கள் பகுதிவளின் கைவங்கக் 0.0 க்கு இடைப் பட்ட தூரம், திருகாணி எத்தனைமுறை திருகப்பட்டது என்ற எண்ணிக்கையிலிருந்து அறியலாம்.  $ob$  என்பது லென்களின் குளிய தூரம் (focal length). எனவே,  $\angle obo'$  அளவது கதிரவனின் கோணகிட்டம் கணிக்கப்படுகிறது.

#### 8-9-3-1 : கதிரவன் காழிக்கோல் (The Sun dial)

கதிரவன் தோத்தரைக் காட்டும் கருவி இத்தாழிக்கோல் ஆகும். ஒரு தாழிக்கோல் தகுந்த முறையில் பதியவைத்து, அதன் நிழல் ஓர் அளவுக் கூறுதலுக்கிடையே விழும்போது, அத்தட்டிய நிழல் காட்டும் அளவையே, அந்த சமயத்தில் கதிரவன் தோராளும்.

#### 8-9-4. ஒரு கிடைசிற கதிரவன் காழிக்கோல் அமைப்பு

கடாரங்க்கள் வழக்கிலில்லாத காலத்தில் கதிரவனின் நிழல் அளந்துதான் தோராளவாகக் காலம் கணிக்கப்பட்டது. அப்படி

கணிதமும் முறையைப் பல நாட்டினர் ஓர் ஒழுங்குபடுத்தி, அதிர்வன் நாழிக்கோலேன ஒரு கருவியைப் பயன்படுத்துக்கொண்டனர். அப் பயன்பாட்டுக்கு அடிப்படையான தத்துவம் கீழ்க்கண்டவாறு விளக்கப்பட்டுள்ளது.

படம் 8.9-4 காண்க.

கிடைத்தளத்தில்  $S_0N$  என்ற ஒரு மேல்வட்டத் தட்டம், அளவுக் கூறுகள் வட்டவேண்டிய வகையில் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது.  $S_0N$  — நெற்றுவட்டக்கு திசைக் கோட்டிலுள்ளது;

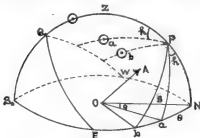
$O$  — தட்டின் மையம்;

உச்சி வட்ட தளத்தில், அய்விடத்தில் அமைக்கான  $\phi$  அளவு, எம்வாக,  $OA$  என்ற ஒரு கோடு (மையம்  $O$  இல்) பதிகப்பட்டுள்ளது.

எனவே அக்கோடு வான கோள வட்டருவம்  $P$ ஐ நோக்கி இருக்கிறது. அதிர்வன் உச்சிவட்டக் குறையைத்தவிர, கோலின் நிழல்  $ON$  இன் மேல்விலும்.

கீழ்க்கண்டவாறு உச்சி வட்டம்  $oa$ ,  $ob$  என்ற இடங்களுக்கு வரும்போது, கோலின் நிழல் வலதுபுறமாகச் சென்று தட்டத்தில் விலும்.

$\angle P o_1 = \theta =$  அதிர்வனின் நோக்க கோணம் (அதிர்வன்  $o_1$  இல் உள்ளபோது)



படம் 8.9-4

$o_1, P$  என்ற நடுவரை விலக்க வட்டம் நொடுவானத்தை  $\phi$  இல் வெட்டிக்கும். அப்போது, அதிர்வன்  $o_1$  இல் உள்ள மையம், கோலின் நிழல்  $ON$  இன் மேல் விலும்.  $\angle NO\phi = \theta$  எனக் கொள்க.

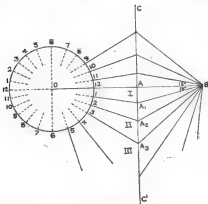
செங்கோண முக்கோணம்  $NPQ$ -இல்,  $\angle NPQ = h$  ஆகும்

ஈ  $\sin \phi = \tan \theta \cot h$  என்ற தொடர்பு கிடைக்கும்; இதை  $\tan \theta = \sin \phi \tan h$  எனவும் எழுதலாம்.

இஹ் அளந்துகொண்டால்,  $\phi$  தங்குத் தெரியுமாதலின்  $h$  இன் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.  $h$  தெரியுமானால், அதிர்வன் காலத்தைக் கணிக்கலாம். இதுவே அதிர்வன் தாழ்ச்சி கோளின் கொள்கை வாகும்.

தாழ்ச்சி கோளமைப்பில் ழன் பெறப்பட்ட  $\tan \theta = \sin \phi \tan h$  என்ற தொடர்பே பயன்படுத்தப் படுகிறது. கின்னர் 5-8-5இல் காண்க.

8-8-5 : படம் 5-8-5இல் ழர் அளவுக் கூறுத் தட்டத்தில், அளவுக் கூறுகள் விரிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம். விரிவான விளக்கம், வானியல் அளவிக் (பண்டைக் காலத்தவை) பத்தியுள்ள தனி ழால்களில் காண்க. இப்போது அவை, பழங்காலப் பொருட் காட்சி சாலைகளில் (Museums) வைக்கப்பட்டிருக்கின்றன.



படம் 5-8-5

கருக்கரை, ஒரு குறிப்பிட்ட அகலங்கு (வ)  $\phi$  உள் இடத்தில் அங்கீகரிக்கப்பட்ட நூழிக்கோல் அமைக்கும் மூல நிகழ்ச்சி நடவடிக்கை; மூல நிகழ்ச்சியாகும்.

நூழிக்கோலின் பாதத்தை மையக்கோண்ட ஏதாவது வட்டம் கிடைத்ததற்கு வரைய, அதாவது, நூழிக்கோலின் பாதம் 0 எனில் (படம் 8-9-8) 0 மையக்கோண்டு ஒரு வட்டம் கிடைத்ததற்கு வரையப்படுகிறது.

கதிரவன் உச்சி கடக்கும் தருணத்தில், நூழிக்கோலின் நிறம் OA என்ற கோட்டில் (திசையில்) விழுவதாக வைத்துக்கொள்வோம். படத்தில் காட்டியுள்ளபடி, OAஐ Bக்கு நீட்டி,  $AB = OA \sin \phi$  என்ற வகையில் Bஐ இடங்குறிக்கவும். A வழியாக, அதே கிடைத்ததற்கு ABக்கு செங்குத்தாக, C'AC என்ற கோடு வரைய.

B வழியாக,  $\angle ABA_1 = 15^\circ$

$\angle ABA_2 = 30^\circ$

$\angle ABA_3 = 45^\circ$

-----

-----

என்றபடி,  $BA_1, BA_2, BA_3, \dots$  என்ற கோடுகள் வரைய. அவை மூலமே, C'ACஐ,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  என்ற இடங்களில் சந்திக்கட்டும். இப்போது,  $A_1, A_2, A_3, \dots$  என்ற புள்ளிகளை Oயுடன் இணைத்துக்கொள்.

நூழிக்கோலின் நிறம் OA, புடல் ஒருங்கும் போது, செப்பகம் 1 மணி; OA, புடல் ஒருங்கும்போது செப்பகம் 2 மணி, ... எனக் கூறலாம். ஏனெனில்:

$$\begin{aligned} \tan 15^\circ &= \frac{AA_1}{AB} \\ &= \frac{AA_1}{OA \sin \phi} \\ &= \frac{\tan AOA_1}{\sin \phi} \end{aligned}$$

$$\therefore \tan AOA_1 = \sin \phi \tan 15^\circ$$

எனவே  $\angle AOA_1$ , என்பது  $\tan \theta = \sin \phi \tan \theta$  என நாம் 8-9-4இன் இறுதியில் கண்ட சமன்பாட்டின்படி,  $\theta = 15^\circ$ க்குரியவர்க்கு குறிக்கும். ஆகவே, கதிரவன் உச்சி கடத்து 1 மணி நேரத்திற்குப் பின்பு OA, புடல், நூழிக்கோலின் நிறம் ஒருங்கும் அவ்வாறாகவே,  $OA_1, OA_2, \dots$

— உடல் நரிக்கோலின் திழைகள் முறையே தெப்பை 2மணி, 3மணி—அளவில் ஒருங்கும்.

மேலும்  $A_2A_1$ ,  $A_1B$ ,  $A_1A_2$ , — என்ற கோணங்களை, இன்னும் சிறிய சம்பாக்கங்களால் பிரித்து மணிப்பலுதிகளையும் கவனிக்கலாம்.

### பயிற்சி 8

1. மேலாதம் 25-ம் தேதி ஒரு வின் மீன் (வல ஏற்றம் 19 ம 48 நி 4 வி) உச்சி கடத்த தேரம் 15ம 48 நி 32வி. அடுத்த நாள் அதே வின்மீன் உச்சி கடத்த தேரம் 15ம 40வி. இத்தம் பதிலுக்குத் தரம் காட்டிய வின்மீன் அடிவாரப்படி, மேலாதம் 29-ம் தேதி மத்தேர் வின்மீன் உச்சி கடத்த தேரம் 15ம 38 நி 20வி. எனப்பதிலு செய்வப்பட்டது இரண்டாவது வின்மீனின் சரிவான வல ஏற்றம் என்ன? (அக)

2. ஒரு வின்மீன் (வ = 15ம. 10 நி. 72 வி.) மார்க்க முதல் தேதி உச்சி கடக்கும் தேரம் வின் மீன் அடிவாரப்படி 15ம. 9 நி. 6வி.; 8ம் தேதி உச்சி கடக்கும் தேரம் 15ம 9 நி 4வி, 78. ஒவ்வொரு நாளும் அடிவாரப் பிழை என்ன? அடிவாரம் வேகமாக ஒடுகிறதா? அல்லது வேகம் குறைவாக ஒடுகிறதா? (செப்)

3. இரு வின் மீன்கள் உச்சிகடக்கும் தேரங்களில் உன்ன வேறுபாடு 5ம 38 நி 42வி (மீன் வளிக்காமல்); முதல் வின் மீனின் வல ஏற்றம் 4ம. 7 நி. 18வி, எனில், இரண்டாவது வின் மீனின் வல ஏற்றம் என்ன?

4. மணிமுறை நடுவரை மேலுள்ள ஓட்டத்தில் ஒரு நரிக் கோல் அமைப்பது எப்படியென விளக்குக.

5. வட்டவழித்தில் ஒரு நரிக்கோல் அமைப்பது எப்படியென விளக்குக.

6. ஒரு நாட்டியத்தில், ஒரு கிடைத்த நரிக்கோலின் திழை முனைகள் இவ்விதவழி ஒரு கம்பின் வெட்டு முகக்கோடு என திறவி, அதன் குவியலில் பிறழுவதற்குமுதலாக  $\alpha + \alpha \cos \alpha$  என்காட்டுக. ( $\alpha$  என்பது இடத்தில் அளவாகது;  $\alpha$  என்பது அத்தளத்தில் கதிவன் நடுவரை விளக்கம்.)

7. செய்வாக்கோலின் நேரத்தக் கோண விட்டம் 20° ஆனால், எரிக்ஸ் (Yerkes) வானியல் ஆலயக் கூடத்திலுள்ள, 19-30 மீட்டர்கள் குவிய நூலுள்ள ஒளிக்கோட்ட முறைத் தொலை நோக்கி வழியாக அதன் பிம்பம் என்ன அளவிடுகிலும்? (செப்)

6. 6 அகலங்களுள்ள ஓரீடத்தில், கதிரவன் நேரக் கோணங்கள்  $h_1, h_2$  ஆக உள்ளபோது விழும் நிழற் கோடுகளுக்கிடப்பட்ட கோணம்  $x$ , ஆனாலும்  $x$  இன் மதிப்பு காண்க.

$$\text{குறிப்பு: } \tan \theta = \sin \phi \tan h_1; \quad \dots(1)$$

$$\tan (\theta + x) = \sin \phi \tan h_2 \quad \dots(2)$$

(1), (2) இதிலிருந்து 'θ' ஐ விலக்க  $x$  இன் மதிப்பு கிடைக்கும்

$$\text{அதாவது } \frac{\sin \phi \tan h_1 + \tan x}{1 - \sin \phi \tan h_1 \tan x} = \sin \phi \tan h_2 \quad \text{என்ற}$$

சமன்பாட்டிலிருந்து  $\tan x$  இன் மதிப்பறிந்து  $x$  மதிப்பறிக

## 9. மண்ணுலகில் குறிப்பிட்ட ஓர் இடத்தின் அகலாங்கு காணல் (FINDING THE LATITUDE OF A PLACE ON THE EARTH)

9-0: மண்ணுலகில் ஓர் இடத்தைக் குறிக்கும் ஆயத் தொலைகள் (1) மண்ணுலக நெட்டாங்கு (Longitude), (2) மண்ணுலக அகலாங்கு (Latitude). ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் உரிய வானியல் கருவிகளைக் கொண்டு, விண்மீன்களின் தூரங்களை அளந்து, அங்விடத்தின் அகலாங்கைக் கணிக்கும் முறைகள் சிலவற்றை இப்பகுதியில் பார்ப்போம். வானியல் காட்சிக்கூடங்களில் வானிலை ஆய்வு செய்வப் பல நுட்பமான கருவிகள் உள்ளன அவை ஆக்கப்படும் அடிப்படையான மூலக்கோட்பாடுகள் பகுதி 8 இல் சுருக்கமாக விளக்கப்பட்டன. சில கருவிகளை நாம் வானியல் காட்சிக்கூடங்களின்று வெளியே எடுத்துச் செல்ல முடியாது; அவை அங்கேயே பதிக் கப்பட்டிருக்கும். சில கருவிகள் வெளியே எடுத்துச் செல்லலாம். கப்பலில் செல்லும் மாணுமியும், வானக் கப்பலில் செல்லும் வான மாணுமியும் சிலசில முக்கிய கருவிகளை கப்பல்களில் வைத்திருப்பார்கள். அக்கருவிகள் கொண்டு அவர்கள் வானப்பொருள்களை நோக்கி, வேண்டிய காட்சிப் பதிவுகள் செய்வனர்.

அகலாங்கு காணும் வழிவகைகள் இரண்டு பரந்த பிரிவுகளாகும். (1) நிலத்தின் மேல் ஓர் இடத்தில் (2) கடலில் கப்பல் தித்தும் ஓர் இடத்தில் சில முறைகள், நிலத்திற்கும் கடலுக்கும் பொதுவாக வசதியாகவிருக்கும்; சில நிலத்திற்கு மட்டுமே; வேறு சில கடலுக்கு மட்டுமே வசதியாக விருக்கும்.

குறிப்பு (1): பின்னர் இம்முறைகள் விளக்கம் செய்வப்படும் பொது, பொதுவாக, 'காணல்' ஆகவது 'பதிவு செய்தல்' எனின் வானியல் கருவிகள் கொண்டு, அளந்து, பதிவு செய்து, வேண்டிய பிழைதிருத்தங்கள் செய்து (ஒளிக் கோட்டம்,



தொடுவானத் தாழவு, கருவியின் ஆதிப்பிழை (zero error) முதலியன) சரியான அளவுகளைக் கணித்தல் எனக் கொள்க.

சில இடங்களில் பிழை அளவுகளும் உடனடியாகக் கொடுக்கப் பட்டிருக்கலானாலும், 'பதிவு செய்தல்' என்பது வெறும் பதிவான அளவைக் குறித்தல் எனவும், பிழைகள் திருத்தப்படவேண்டும் எனவும், சத்திப்பத்திற்குத் தகுந்தாற்போல் எடுத்துக்கொள் உடற்போதும் எல்லாப் பிழை திருத்தங்களும் செய்யப்பட்ட காட்சிப் பதிவுகளே பயன்படுத்தப்படும்.

குதிப்பு (2): ஒரு விண் பொருளின் ஏற்றத்தைப் பதிவு செய்தால் அதன் உச்சி தூரம் கணிக்கலாம்; தூரத்தைப் பதிவு செய்தால், அதன் ஏற்றத்தைக் கணிக்கலாம். ஏனெனில் உச்சி தூரம் + ஏற்றம் =  $90^\circ$ .

குதிப்பு (3): தெரிந்த விண்மீன்களில் அதன் (அ. ச.) தயக்குத் தெரியுமெனக் கொள்ளவேண்டும்.

3.1: வானியல் அடிப்படைகளில் அகலாங்கு கணித்தல்

A. உச்சி கடக்கும் சமவத்தில் உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் (Meridian Observations)

(1) மதையா விண்மீன் உச்சிக் கடக்கும்போது உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்;

(2) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் அல்லது கதிர்வன் உச்சி கடக்கும் போது, அதனுடைய உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்;

(3) வானுச்சிக்கு இரு பக்கத்திலும், வடக்கே உச்சி கடக்கும் ஒரு தெரிந்த விண்மீனும், தெற்கே உச்சி கடக்கும் மற்றொரு தெரிந்த விண்மீனும் உச்சி கடக்கும்போது, அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்.

B. உச்சி கடக்காத நேரத்தில் உச்சி தூரப்பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல் (Ex-meridian Observations)

(4) இரண்டு தெரிந்த விண்மீன்களின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்;

(5) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும் போது உச்சி தூரம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்.

(6) ஒரு தெரிந்த விண்மீனின் உச்சி தூரமும் அப்போதுள்ள விண்மீன் நேரமும் இருமுறை பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்.

(a) ஒரு தெரிந்த விண்மீன் உச்சரி கடப்பதற்கு ஏற்று முன்பு அதன் உச்சரி தூரமும் விண்மீன் தோளும் பதிவு செய்து ஆவணக் கதிரில்.

(b) துருவ விண்மீனின் உச்சரி தூரம் கண்டு ஆவணக்கதிரில்-  
9-2-1 : மறைய விண்மீன் உச்சரி கடக்கும்போது மேலுச்சரி, கீழ் உச்சரி தூரம் பதிவு செய்து, அவைக்கு கணித்தல் முறை:

'மண்ணுலகத் திணை இயக்கம்' என்ற பகுதியிலும் இம்முறை வினக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க. உச்சரி தூரங்களைக் கண்டு 'ஒளிக் கோட்டப்பிழை', 'செவ்வானத் தாழ்வு' இவற்றின் விளைவாக ஏற்படும் பிழைகளை உரிய முறையில் திருத்திய செப்பு,

$$ZA + ZB = 2 (90 - \phi).$$

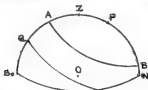
ZA, ZB முறையே மேலுச்சரி, கீழ் உச்சரி கடக்கும்போது பதிவு செய்யப்பட்ட உச்சரி தூரங்கள், (8.4 காண்க).

குறிப்புகள் :

(1) இரு விண்மீன்கள் உச்சரி கடக்கும் காலம் உடன் உச்சரி தூரங்களைப் பதிவு செய்தால் ஒளிக் கோட்டப் பிழை திருத்தமும், ஆவணக்கும் அறிவலாம்.

(2) ஏற்றக் கோணம் கண்டால்,  $\frac{\pi}{2}$  - ஏற்றக் கோணம் = உச்சரி தூரம் என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம்.

(3) படத்தில் உள்ளபடி, மேலுச்சரி கடக்கும் புள்ளி Zக்குத் தெற்கிலும், கீழுச்சரி கடக்கும் புள்ளி Zக்கு வடக்கிலும் இருப்பின், விண்வரும் முறையைக் காண்க. ZA, ZB பதிவு செய்த உச்சரி தூரங்களாகக் காண்க.



படம் 921

$$ZA = z_1; ZB = z_2$$

$$z_1 = ZA = ZQ - AQ$$

$$= \phi - \delta;$$

$$x_1 = ZB + ZP + PB = (80 - \phi) + (80 - \delta) \\ = 160 - (\phi + \delta)$$

$$\therefore x_2 - x_1 = 160 - \phi - \delta - \phi + \delta \\ = 160 - 2\phi$$

இனி  $\phi$  இன் மதிப்பைக் கணிக்கவும்.

(4) தொடுவானத் தாழ்வு இருப்பின், அதற்குரிய திருத்தம் செய்து கொள்ள.

(5) மண்ணுவலை நடுவரைக்கு மிக அருகாமையில் உள்ள இடங்களில் 'மறைவா' விண்மீன்கள் அரிதானும், அப்போது இம்முறை பயன்படாது.

(6) இம்முறை திறத்தில்தான் கவனானாலும்கூட, கடலில் 12 மணி நேரம் ஒரே இடத்தில் இருந்தால்தான் இவ்விதமோடு உச்சி தூரங்களைக் காணலாம். எனவே கடப்பில் இது உதவாது.

### பயிற்சி 3 (i)

1. ஓரிடத்தில் ஒரு மறைவா விண்மீன், மேல், கீழ் உச்சிகள்க் கடக்கும்போது, அதனுடைய உச்சி தூரங்கள் முறையே  $47^{\circ} 18'$ ,  $22^{\circ} 18'$ ; ஒளிக்கோட்ட மாதிரி  $58^{\circ} 2'$  ஆனால், அங்விடத்தின் அகலங்கடையும், அங்விண்மீனின் நடுவரை விலக்கத்தையும் அறிக.

2. ஓரிடத்தில் கதிரவன் நண்பகல் உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம்  $55^{\circ}$ ; அன்று தன்விசுவ உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம்  $0^{\circ} 31'$ ; கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் அன்று மணிக்கு  $45'$  வேகத்தில் வளர்ந்து சென்றதெனின், அங்விடத்தின் அகலங்கு காண்க. (செம்.)

3. ஓரிடத்தில், மீப்பெரு பகற்பொழுது இருந்த நாளன்று, நண்பகலில் ஒரு மறைவா விண்மீன், உச்சி கடக்கும்போது கதிரவனின் கவையாலும், அங்விண்மீனின் கவையாலும் சமமான உச்சி தூரம் கொண்டிருந்தன; அன்று தன்விசுவ அங்விண் மீன் தொடுவானத்தைத் தொட்டுச் சென்றது. அங்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

குறிப்பு: மீப்பெரு பகற்பொழுது நாளன்று கதிரவனின் நடுவரை விலக்கம் =  $\phi = 28^{\circ} 30'$ . எனவே, நண்பகலில் கதிரவன் உச்சிதூரம் (Zக்குத் தெற்கு)  $\phi - 28^{\circ} 30'$ . கொடுக்கப்பட்ட படி விண்மீனின் மேலுச்சி தூரம்  $9 - 28^{\circ} 30'$  (Zக்கு வடக்கு). கொடுக்கப்பட்டபடி விண்மீனின் கீழுச்சி தூரம்  $90^{\circ}$  (Zக்கு

விடக்கரு). எனவே  $90 + (4 - 28 \times 90) = 150 = 2\phi$   
மதிப்பு =  $37.50^\circ$  எனக் காண்க.

4. தெற்கு அகலங்கிலி உள்ள ஓட்டத்தில் ஒரு மின் ரேலிங், மேல், கீழ் உச்சிகள் வடக்கும்போதுள்ள சரியான உச்சி தூரங்கள் 20° 16' 40"ம், 84° 24' 50"ம்; அங்கீகரித்த தெற்கு அகலங்கு எங்கள். (தெற்கு அகலங்குள்ள இடத்திற்குரிய வளை கோண பட்டம் வரைத்து விடப்படலாம்).

9-2-2: ஒரு தெரிந்த வினாவின் அம்சத்து கதிரவன் உச்சரி கடக்கும் போது அதனுடைய எந்தக் கோணம் பதிவு செய்து அடையக்கூறும்: (இம்முறை 'கிம்', 'கடம்' இரண்டிற்கும் வசதியானது)

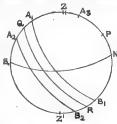
முதலில் விண்டின் உச்சி உட்கூடும்போது உரிய கருவி  
‘கொண்டு ஏற்றக்கொணும் பதிலு செய்து, அதன் சரியான உச்சி  
தரத்ததக் கணிக்கலாம்.

முறையே  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  தகவல்களிலிருந்து (மட்டும், 9-2-2இல்) ஆகிய விவரங்கள் உச்சரிக்கப்படும்போது, சரியான (திருத்தம்) கருத்துருவின்) கருத்துருவின்  $A_1, A_2, A_3$  எனக் காட்டப் படுகின்றன.

மேலும்  $QA_1 = \delta_1$ ,  $Q_2 = \delta_2$ ,  $QA_2 = \delta_3$  எனக் கொடுக்க,  $(\delta_1, \delta_2, \delta_3)$  வெற்றி தரவு). முதல் விண் பீன் உச்சரி உட்குறியிடம்  $A_1$ , 20-வாங்குது வடக்கே  $Z$ க்குத் தெற்கே உள்ளது.

புதிய செய்தி உச்சி நூலம்  
 $ZA_1 = Z_1$  எனக் கொள்க.  
 4௨-த்தில்,  $\phi = ZQ$

$$= ZA_T + A_1 Q$$



WU 8-9-8

\*தெரிந்த\* வின் பிணைப்பின்  $\delta_1$  தெரிவும். எனவே,  
 $\text{அணைப்பு} = \text{உச்சி கடக்கும்வகை உச்சி தூரம்} + \text{வடக்கு தடுவரை}$   
 $\text{அலைக்கம் (வரம்பாடு I)} \quad \quad \quad = (1)$

இரண்டாவது விண்ணின் : உச்சி கடக்குமிடம்  $A_2$ , நடுவரைக்கும்  $Z$ க்கும் தெற்கேயுள்ளது. பதிவு செய்த உச்சி தூரம்  $ZA_2 = z_2$  எனக்கொள்க.

மரபுப்படி  $\delta_2$ , குறை மதிப்புடையதாகும் :  $-\delta_2$  கூட்டு

$$\begin{aligned}\phi &= ZQ \\ &= ZA_2 - QA_2 \\ &= z_2 - |\delta_2| \\ &= z_2 + \delta_2.\end{aligned}$$

எனவே அகலங்கு = உச்சி கடக்குமிடம் உச்சி தூரம் +

தெற்கு நடுவரை விலக்கம் (வாய்பாடு II) ... (2)

மூன்றாவது விண்ணின் : உச்சி கடக்குமிடம்  $A_3$ ; நடுவரைக்கும்  $Z$ க்கும் வடக்கேயுள்ளது. பதிவு செய்த உச்சி தூரம்  $ZA_3 = z_3$  எனக்கொள்க.

$$\begin{aligned}\phi &= ZQ \\ &= A_3Q - ZA_3 \\ &= \delta_3 - z_3\end{aligned}$$

எனவே, அகலங்கு = நடுவரை விலக்கம் - உச்சி கடக்கும் இடம் உச்சி தூரம் (வாய்பாடு III). ... (3)

இப்போது மரபு வழக்காக, விண்ணின்  $Z$ க்குத் தெற்கே உச்சி கடத்தால் உச்சி தூரம் கூட்டு மதிப்புடையது எனவும், (+);  $Z$ க்கு வடக்கே கடத்தால், குறைமதிப்புடையது எனவும் (-); விண்ணின், நடுவரைக்கு வடக்கேயிருப்பின், நடுவரை விலக்கம் கூட்டு மதிப்புடையது எனவும் (+); தெற்கேயிருப்பின் குறை மதிப்புடைய தெனவும் (-) கொள்ளப்படுகிறது.

ஆகவே வாய்பாடு I, II, III மூன்றாமே  $\phi = z + \delta$  என்ற ஒரே வாய்பாட்டில் அடங்கும் எனக் கண்டுகொள்க. (உரிய இடங்களில் உரிய குறிகள்  $\pm$  கொள்க).

குறிப்புகள் : (1) கப்பலிலிருந்து அளவுகள் பதிவு செய்தால், தொலைவானதாழ்வு திருத்தம் செய்யவேண்டும்.

(2) கதிரவன் உச்சிகடக்கும்போது, அதன்மேல் விளிம்பு உச்சி கடக்கும்போது, மேல் விளிம்பின் உச்சி தூரம் பதிவு செய்தால், பதிவுத் தொகையோடு கதிரவனின் கோண அரைமிட்ட அளவைக் கூட்டினால் கதிரவன் மையத்தின் உச்சி தூரம் கிடைக்கும்; கீழ் விளிம்பின் உச்சி தூரம் பதிவு செய்தால், பதிவுத் தொகையிலிருந்து கோண அரைமிட்ட அளவைக் கழித்தால்

மையத்தில் உச்சி தூரம் கிடைக்கும். உச்சி கடக்கும் நேரத்தில் சூரிய நடுவரை நிலக்கம், மாலுயிடு பஞ்சாயகம் கொண்டு கணித்துக் கொள்க.

(8) ஒளிக் கோட்டியிலுமின் ஒளிக் கோட்டத் திருத்தம் செய்ந்து கொள்க.

எ.கா : 1

ஒரு மின்னியின் உச்சி கடக்கும்போது பதிவு செய்வப்பட்ட ஏற்றக்கோணம்  $87^{\circ} 35' 10''$ ; ஒளிக் கோட்ட மாதிரி  $68^{\circ} 8'$ ; நடுவரை நிலக்கம்  $0^{\circ} 15'$  வடக்கு. அங்கீடத்தில் அகலங்கொடு.

$$\text{தேற்ற உச்சி தூரம்} = 90^{\circ} - 87^{\circ} 35' 10''$$

$$= 22^{\circ} 24' 50''.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{சரியான உச்சி தூரம்} &= 22^{\circ} 24' 50'' + 68^{\circ} 2' \\ &\quad \times \tan 22^{\circ} 24' 50'' \\ &= 22^{\circ} 24' 50'' + 24'' \\ &= 22^{\circ} 25' 14'' \\ \therefore \text{அகலங்கு} &= 22^{\circ} 25' 14'' + 0^{\circ} 15' \\ &= 22^{\circ} 40' 14'' \end{aligned}$$

எ.கா : 2

ஏப்ரல் 7ம் தேதி கதிரவன் கீழ்நிலிம்பு உச்சி கடக்கும்காலம் உச்சி தூரம்  $80^{\circ} 12'$ . கிரீனிக் சராசரி நேரம் காட்டும் கடிகாரம் ஆப்போது 6மணி 5தி. 12வி. காட்டியது. அதற்கு முன் கிரீனிக்சில் கதிரவன் தண்பகல் உச்சி கடக்கும் போது நடுவரை நிலக்கம்  $0^{\circ} 28' 8.4''$ ; மணிக்ரு மணி நடுவரை நிலக்க மாத்றம்  $68^{\circ} 85'$ ; கதிரவனின் கோணவிட்டம்  $82'$ ; ஒளிக் கோட்ட மாதிரி  $68'$  அங்கீடத்தில் அகலங்கு கொள்க. கடிகாரப்பிழை + 8தி. 20வி எளக்க கொள்க.

கடிகாரப்பிழை மதிப்பைக் கொண்டு, உச்சி கடக்கும் சரியான நேரம் 6ம. 5தி. 12 வி.—8தி. 20வி.

$$= 6\text{ம } 1\text{தி } 52\text{வி (கிரீனிக் சராசரி நேரம்)}.$$

$$\begin{aligned} 18\text{ம } 1\text{தி } 52\text{வி முதற்பு, கதிரவன் நடுவரையிலக்கம்} &= 0^{\circ} 28' 8.4'' \\ \text{வடக்கு நடுவரை நிலக்கம் } 0^{\circ} \text{ முதல் } 28\frac{1}{2}^{\circ} \text{ வரை வளர்ந்து செல்லும்} \\ \text{பருவத்தில் ஏப்ரல் 7ஆம் நாள் உள்ளது. எனவே, } 18\text{ம. } 1\text{தி. } 52 \\ \text{வினாடிகளில் நடுவரை நிலக்க வளர்ச்சி} &= 15.08 \times 68^{\circ} 85' \\ &= 1021'' \text{ (ஏறத்தாழ)} \\ &= 17' 1'' \end{aligned}$$

$$\therefore \text{அந்த உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் வடக்கு நடுவரை நிலக்கம்} = 0^{\circ} 28' 8.4'' + 17' 1'' = 0^{\circ} 45' 4''.$$

$$\begin{aligned}\text{கதிரவன் மைய உச்சி தூரம் (பதிவானது)} &= 88^{\circ} 12' - 16' \\ &= 88^{\circ} 56'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{சுமைய உச்சி தூரம்} &= 88^{\circ} 56' + 58' \times \tan 85^{\circ} 56' \\ &= 88^{\circ} 56' + 42^{\circ} 04' \\ &= 88^{\circ} 58' 42^{\circ} 04' \\ \therefore \text{அகலங்கு} &= 88^{\circ} 58' 42^{\circ} 04' + 6^{\circ} 49' 4'' - 4' \\ &= 42^{\circ} 42' 48'' - 44.\end{aligned}$$

### பயிற்சி 9 (ii)

1. ஒரு வின்யின் உச்சி கடக்கும்காலம் தோற்ற உச்சி தூரம்  $18^{\circ} 20' 8''$  தெற்கு; ஒளிக்கோட்ட யாழிவி  $58^{\circ} 02'$ , அதனுடைய நடுவரை விலக்கம்  $15^{\circ} 27' 46''$  வடக்கு. இடத்தில் அகலங்கு காண்க.

2.  $51^{\circ} 25'$  வடக்கு அகலங்கு உள்ள இடத்தில் ஒரு வின்யின் உச்சி கடக்கும்காலம் தோற்ற உச்சி தூரம்  $18^{\circ} 20'$  தெற்கு; அதே வின்யின்  $88^{\circ} 58'$  தெற்கு அகலங்கு உள்ள இடத்தில் உச்சி கடக்கும்காலம் தோற்ற உச்சி தூரம்  $69^{\circ} 1' 50''$  வடக்கு. பின்னூட்ட வாய்பாடுபடி, ஒளிக்கோட்ட யாழிவி காண்க.

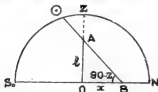
3. தூரம் 22ம் தேதி  $58^{\circ} 10'$  அகலங்கு உள்ள இடத்தில் கதிரவன் உச்சி கடக்கும்காலம் உச்சி உயரம் என்ன? (செ).

4. ஒரு வின்யின் உச்சி கடக்கும்காலம் அதன் ஏற்றக் கோணம்  $49^{\circ} 37'$  (தெற்கு); அதன் நடுவரை விலக்கம்  $+ 8^{\circ} 18'$ . ஏற்றக் கோணப்பதிவு கடல் மட்டத்திற்கு  $86$  கி. மீட்டர் உயரத்தில் செய்யப்பட்டது. அவ்விடத்தின் அகலங்கு காண்க. (மண்ணிலக ஆரம் 8000 கி.மீ எனக் கொள்க.)

5. ஆகஸ்டு 10ம் தேதி, கதிரவன் 2 க்குத் தெற்கே உச்சி கடக்கும்போது ஏற்றக் கோணம்  $55^{\circ} 31'$ ; அப்போது கிரேசித் தோரம் 4 ம 7 நி. 12 வி; அன்று மூன் நள்ளிரவில் கிரேசிசிக், நடுவரை விலக்கம்  $15^{\circ} 45' 41''$  வடக்கு; மணிக்கு மணி யாற்றம்— $45^{\circ} 48'$ ; அவ்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

6. வடக்கு அகலங்குள்ள ஓர் இடத்தில், ஒரு மறைபா வின்யினும்,  $10^{\circ}$  வடக்கு நடுவரை விலக்கமுள்ள ஒரு வின்யினும், மூன்றையே வான உச்சிக்கு வடக்கிலும் தெற்கிலும் சம தூரத்தில் உச்சி கடக்கின்றன. மறைபா வின்யின் கிரேசிசிக் கடக்கும்போது, நொடுவானத்தைத் தொட்டுச் செல்கிறது. அவ்விடத்தின் அகலங்கு  $88^{\circ} 20'$  என திறவுக.

7. ஒரு செங்குத்தான, குச்சியை நிலத்தில் ஈட்டு, ஓரண்டு முழுவதிலும், திசைநோதும் அதிர்வன் உச்சி உட்கரும்போது, அக் குச்சியின் நிழலின் நீளங்களை அளந்து அவற்றில் மீச்சிறு, மீப்பெரு அளவுகளைக் கொண்டு அய்விடத்தின் அகலங்களையும், அதிர்வன் பாதைச் சாய்வுகளையும் கணிக்கலாமென நினைவு.



குறிப்பு: 1—குச்சி உயரம்.

o அதிர்வன் உச்சி உட்கரும் இடம்

OB—நிழலின் நீளம்.

$$\angle ABO = 90-z$$

$$\therefore OB = z \times \text{ஆனாலும், } \frac{x}{l} = \cot(90-z)$$

$$x = l \tan z.$$

$\therefore$  நிழல் நீளம்  $= l \tan z$ ;  $\phi$ —அதிர்வன் நடுவரை விசைக்காலானால்  $z = \phi - \omega$ ;

$\phi = 0$  ஆனால்,  $z$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு  $= \phi - \omega$ ;

$\phi = -\omega$  ஆனால்  $z$  இன் மீப்பெருமதிப்பு  $= \phi + \omega$ .

$\therefore \tan z$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு  $= \tan(\phi - \omega)$

$$= \frac{\text{மீச்சிறு நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} \quad \text{--- (1)}$$

$\tan z$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு  $= \tan(\phi + \omega)$

$$= \frac{\text{மீப்பெரு நிழல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} \quad \text{--- (2)}$$

(1)உம் (2)உம் கொண்டு,  $\phi$ ,  $\omega$  இரண்டுடையும் தோராயமாகக் கணிக்கலாம்.



9.2.3: வானுச்சிக்கு இரு பக்கத்திலும் கடக்கே உச்சி கடக்கும் ஒரு தெரிந்த விண்மீனும், தெற்கே உச்சி கடக்கும் மற்றொரு தெரிந்த விண்மீனும், உச்சி கடக்கும்போது அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து அகலாங்குதிதம்: (நிலத்தில் மட்டுமே பயன்படக்கூடியது).

படம் 9-8-2 பார்க்க.  $Z$ க்கு கடக்கே  $A_2$ -ல் உச்சி கடக்கும் விண்மீனுக்குத் திருத்தமின்றிப் பதிவான உச்சி தூரம்  $z_2$ ; தெரிந்த நடுவரை விசக்கம்  $\delta_2$ .  $Z$ க்குத் தெற்கே  $A_1$ -ல் உச்சி கடக்கும் விண்மீனுக்குத் திருத்தமின்றிப் பதிவான உச்சி தூரம்  $z_1$ ; தெரிந்த நடுவரை விசக்கம்  $\delta_1$ . முதல் விண்மீனுக்குச் சரியான உச்சி தூரம் =  $z_1 + K \tan z_2$ . இரண்டாவது விண்மீனுக்குச் சரியான உச்சி தூரம் =  $z_2 + K \tan z_1$ .

அங்கீகரித்த அகலாங்குதி ஆனது

(i)  $\phi = \delta_1 + z_1 + K \tan z_1$

(ii)  $\phi = \delta_2 - z_2 - K \tan z_2$  இரண்டையும் கூட்ட

$$2\phi = (\delta_1 + \delta_2) + (z_1 - z_2) + K(\tan z_1 - \tan z_2).$$

$z_1$ ம்  $z_2$ ம் ஏறக்குறைய சமமாக இருக்கும்படியாக, இரண்டு விண்மீன்களை நாம் பார்க்கலுக்கு எடுத்துக்கொண்டால்  $\tan z_1 - \tan z_2$  ஏறக்குறைய பூச்சியமாகிவிடும். எனவே ஒளிக்கோட்டப் பிழைகள் தானே விசக்கப்பட்டு,  $2\phi = (\delta_1 + \delta_2) + (z_1 - z_2)$  என நமக்குக் கிடைக்கும்; அதாவது பதிவு செய்யப்பட்ட  $Z_1, Z_2$  இரண்டையுமே அப்படியே பிழைதிருத்தமின்றிப் பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: ஏறக்குறைய அந்த இடத்தின் அகலாங்கை நாம் அறிவோமானால்,  $2\phi = \delta_1 + \delta_2$  என்ற முறையில்  $\delta_1, \delta_2$  பெற்ற இரு விண்மீன்கள், மாஸூயிப் பஞ்சாங்கம் கொண்டு தேர்ந்தெடுக்கலாம்.

9.3-1: உச்சி கடக்காத கோத்தில் ஏற்றக் கோணம் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்:

(4) இரண்டு தெரிந்த விண்மீன்களின் ஏற்றக் கோணங்களை ஒரே சமயத்தில் பதிவு செய்து அகலாங்கு கணித்தல்: (நிலம், கடல் இரண்டிலும் வரதிவானது)

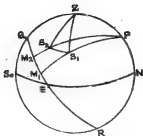
குறிப்பிட்ட ஒரே சமயத்தில் மீள்வழி தேரம்  $r$  பதிவு செய்து கொண்டு, இரண்டு விண்மீன்கள்  $S_1, S_2$  உச்சி தூரங்கள்  $ZS_1, ZS_2$  எனக் கண்டுபிடிக்கவும். தெரிந்த விண்மீன்களாதலால்  $(\alpha_1, \delta_1)$ ;  $(\alpha_2, \delta_2)$  நமக்குத் தெரியும். படம் 9-8-1 காண்க.

$$\therefore PS_1 = 90 - \delta_1 \text{ (தெரியும்)}$$

$$\therefore PS_2 = 90 - \delta_2 \text{ (தெரியும்)}$$

1950

செவ்வாய்க்கிழமை



படம் 9-8-1

கிழக்கு  $h_1 = Z\hat{P}S_1 = \alpha_1 - t$  (தெரியும்).

கிழக்கு  $h_2 = Z\hat{P}S_2 = \alpha_2 - t$  (தெரியும்)

$$\therefore S_1\hat{P}S_2 = (\alpha_1 - t) - (\alpha_2 - t)$$

$$= (\alpha_1 - \alpha_2) \text{ தெரியும்}$$

$NP = \phi$  கண்டுபிடிக்கவேண்டும்.

$ZP = 90 - \phi$  கண்டு பிடித்தால்  $\phi$  ஐக் கணக்கிடலாம்.

(i)  $\triangle S_1PS_2$  இல்,

$$\begin{aligned} \cos S_1S_2 &= \cos PS_1 \cdot \cos PS_2 + \sin PS_1 \cdot \sin PS_2 \cos S_1PS_2 \\ &= \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned}$$

$\therefore S_1S_2$  மதிப்பறிவப்படுகிறது.

--- (i)

(ii) அதே முக்கோணத்தில்  $S_1P$ ,  $S_1\hat{P}S_2$ ,  $PS_2$ ,  $\hat{P}S_1S_2$  என்ற நான்கு அடுத்தடுத்த உறுப்புகளை பெருத்துக் கொள்வ.

$$\therefore \cos PS_1 \cos S_1\hat{P}S_2 = \sin PS_2 \cot PS_1 - \sin S_1\hat{P}S_2 \cot \hat{P}S_1S_2$$

$$\therefore \sin \delta_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) = \cos \delta_2 \tan \delta_1 - \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cot PS_1S_2$$

$\therefore PS_1S_2$  மதிப்பறிவப்படுகிறது

--- (ii)

(iii)  $\triangle ZS_1S_2$  இல்,

$$\cos ZS_1 = \cos ZS_2 \cos S_1S_2 + \sin ZS_2 \sin S_1S_2 \cos Z\hat{S}_1S_2$$

$$\therefore \cos Z_1 = \cos Z_2 \cos S_1S_2 + \sin Z_2 \sin S_1S_2 \cos Z\hat{S}_1S_2$$

இங்கு  $Z$ ,  $Z_1$ ,  $S_1S_2$  [(i)ல் கணக்கிடப்பட்டது] மூன்றும் தெரிய

மாதிரி  $Z\hat{S}_1S_2$  மதிப்பறிவப்படுகிறது

--- (iii)

(iv) (ii), (iii) இரண்டையும் பயன்படுத்தினால்,

$$\begin{aligned} PS_1Z &= PS \ S_1 - ZS_1S_2 \text{ என்ற வகையில்,} \\ PS_1Z &\text{ கணிக்கப்படுகிறது} \quad \dots (iv) \\ \triangle ZPS_1 \text{ இல்,} \\ \cos ZP &= \cos ZS_1 \cos PS_1 + \sin ZS_1 \sin PS_1 \cos PS_1Z \\ \therefore \sin \phi &= \cos Z_1 \sin \delta_1 + \sin Z_1 \cos \delta_1 \cos PS_1Z \end{aligned}$$

(iv)ல் கண்ட  $PS_1Z$  மதிப்பைப் பயன்படுத்த,  $\phi$  மதிப்பு பெறப் படுகிறது. இந்தச் சோதனையில் இரண்டு கட்சியாளர்கள் வேண்டும்.

9-3-1-1 : இரண்டு பேர் இல்லையெல், ஒருவரே  $S_1$  என்ற விண் மீண், முதலில் ' $I_1$ ' மின்வழி நேரத்தில் நோக்கி உரிய  $Z_1$ ஐவும், சிற்று நேரம் கழித்து  $I_2$  மின் வழி நேரத்தில் மற்ருேர் விண்மீன்  $S_2$ ன்  $Z_2$ ஐவும், மற்ருேர் மூன்ற சிற்று நேரம் கழித்து  $I_3$  மின் வழி நேரத்தில் முதல் விண்மீன்  $S_1$ ன்  $Z_3$ ஐவும் பதிவுசெய்துகொண்டு, வேண்டிய திருத்தம் செய்து,  $Z_1, Z_2, Z_3$  என்ற சரியான உச்சி தூரத்தைக் கணித்துக் கொள்ள,  $I_3 - I_1$  என்ற நேர இடைவெளியில்,  $Z_3 - Z_1$  என்ற அளவில்  $S_1$ ன் உச்சிதூரம் வேறுபடுகிறது. நேரமும் உச்சிதூரமும் ஒரே விகிதத்தில் மாறுபடுகின்றது என்ற அடிப்படையில்,  $I_3 - I_1$  என்ற நேர இடைவெளியில்  $S_1$ ன் உச்சி

தூர வேறுபாடு  $x = \frac{I_3 - I_1}{I_3 - I_1} \times (Z_3 - Z_1)$  எனக் கணக்கிடலாம்.

எனவே,  $I_3$  என்ற மின்வழி நேரத்தில்,  $S_1$ ன் சரியான உச்சி தூரம்  $= Z_1 + x$  எனக் கிடைக்கும். அதே  $I_3$  என்ற மின்வழி நேரத்தில்,  $S_2$ ன் சரியான உச்சி தூரம்  $= Z_2$  என முதலிலேயே கணக்கிடப் பட்டிருக்கிறது. அதற்குமேல்  $\phi$  அறிவழி-9-1இல் கூறிய முறையைக் கையாள்வ.

9-3-1-2 : மின்வழும் முறைமீளும், ஒரு விண்மீண் அல்லது கதிரவனை நோக்கி, உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்து, உரிய திருத்தங்கள் செய்து, ஓர் இடத்தின் அகலங்களைக் கணிக்கலாம்.

$I_1, I_2$  என்ற பதிவு செய்யப்பட்ட மின்வழி நேரங்களில், ஒரு விண்மீன், அல்லது கதிரவன் உச்சி தூரங்கள் (திருத்தப்பட்டவை)  $Z_1, Z_2$  என கணிக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

$I_1$  நேரத்தில்  $S_1$ —விண்மீன் இடம்/(கதிரவன்)

$I_2$  நேரத்தில்  $S_2$ —விண்மீன் இடம்/(கதிரவன்)

$$PS_1 = 90 - \delta = PS_2$$

$\triangle PS_1S_2$  ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணம்.

$S_1, S_2$  ஐ  $M$  இல் இரு சமபக்கவாக்கி,  $MP$  என்ற பெரு வட்டத்தில் வரைக.

$$\widehat{PMS}_1 = 90^\circ = \widehat{PMS}_2$$

$\therefore S_1PM = MP S_2 = \frac{1}{2}(I_2 - I_1)$  எனி அளவில்

$= \frac{1}{2}(I_2 - I_1)$  கோண அளவில் (பக்கங்கள்)

$\triangle PS_1M$  எடுத்துக் கொள்க.  
(படம் 9-8-1-2)



படம் 9-8-1-2

அது செங்கோண முக்கோணம் ;  $\widehat{PMS}_1 = 90^\circ$

$$\frac{\sin MS_1}{\sin S_1PM} = \frac{\sin PS_1}{\sin 90^\circ}$$

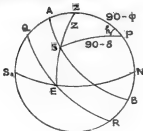
$$\therefore \sin MS_1 = \cos \delta \sin \frac{1}{2}(I_2 - I_1)$$

$\therefore MS_1$  மதிப்பு கிடைக்கிறது.

$\therefore \widehat{SMS}_1 = S_1, S_2$  க் மதிப்பு கிடைக்கிறது (ii)

மேலும்  $\phi$  அறிய, 9-8-1 இல் கூறிய முறைப்பைக் கவனிக்க.

9-32 : விண்மீன் அல்லது கதிரவன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும் போது உச்சிதுரம் கண்டு, அகலமங்கு கணித்தல். (நிலம், கடல் திரண்டதற்கும் பொருத்தம்)



படம் 9-8-2

இம்முறை 'மண்ணுலக நினைரி இலக்கம்' என்ற பகுதியில் விளக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

ஒரு விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, உச்சி தூரம் பதிவு செய்வ, மூலக்குத்து வட்ட நோக்கி (Prime Vertical Instrument) பயன்படுத்தப்படும்.

4.  $\sin \phi \sin \delta = \sec Z$  (மடம் 8-8-2) எனக்கண்டு,  $\phi$  கணிக்கலாம்.

மற்றோர் முறை: விண்மீன் (கதிரவன்) மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, மீள்வழிநேரம்  $T$  ஆர்த்தாகி,  $ZPS = \alpha - t$  ஆகவது  $t$   $\alpha$  எனக் கண்டுகொண்டு, நேரமீவர் விதிப்படி,

$$\cos h = \tan \delta \cot \phi.$$

$\therefore \tan \phi = \tan \delta \sec h$  எனக் கண்டு,  $\phi$ ன் மதிப்பைக் கணிக்கலாம்.

இங்கு, அம்விண்மீன், தொடுவானத்திற்குக் கிழக்கிலும், மேற்கிலும், மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது,  $r_1, r_2$  என்ற விண்மீன் நேரங்களைப் பதிவு செய்தால்  $r_2 - r_1 = 2h$  எனக் கிடைக்கும். இம்முறையில் விண்மீன் கட்களரத்தின் மீறழ விளக்கப்பட்டு விடும்.

### பயிற்சி 9 (iii)

1. ஒரு விண்மீனின் நேரக்கோணம் 6 மணிவாயிருக்கும் போது, அதன் ஏற்றக் கோணம்  $\alpha_1$ ; அது மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போது, அதன் ஏற்றக் கோணம்  $\alpha_2$ . அதன் நடுவரை விளக்கம்  $\sin \phi \sin \delta = \sin \alpha_1 \sin \alpha_2$  என்ற தொடர்பால்

கிடைக்கிறதென நிறுவுக.  $\sin \phi = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$  எனவும் நிறுவுக.

[குறிப்பு:  $\sin \alpha_1 = \sin \phi \sin \delta$ ;  $\sin \alpha_2 = \sin \phi \cos \phi$ ].

2.  $\alpha = 81^\circ$ ;  $\delta = 4^\circ 30'$  உள்ள ஒரு விண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது, உச்சிதூரம்  $42^\circ$ . அம்விடத்தின் அகலங்க கற்க.

3. கதிரவனின்  $\delta = 18^\circ +$ ; அது மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது கிழக்கு உச்சி தூரம்  $81^\circ$  அம்விடத்தின் அகலங்க கற்க.

4. கதிரவன் வான நெட்டாங்கு ட் இருக்கும்போது, நேர் கிழக்கே (அதாவது மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்காலத்தில்)

2. என்ற ஏற்றக் கோணத்தில் நோக்குவதோடு, அங்கீகரிக்கப்பட்ட கோணங்களுக்கு  $\sin \phi \sin \alpha = \sin \theta \sin Z$  என்ற தொடர்பாகக் கிடைக்கிற தென நிறவுக.

8. ஒரு விண்மீன், கிழக்கே குத்துவட்டத்தைக் கடத்தலுக்கும் மேற்கே குத்துவட்டத்தைக் கடத்தலுக்கும் உள்ள இடைவெளி 4 மணி நேரம்; அதன் நடுவரை விக்கம்  $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ . அங்கீகரிக்கப்பட்ட கோணங்களுக்கு  $80^\circ$  என நிறவுக.

9-3-3: (6) ஒரு தெரிந்த விண்மீனின் உச்சிதூரம், அப்போது மீள்வழி நேரம் இரண்டும் பதிவு செய்து அகலாக்கத்தின்:

$\Delta$  ZPS என்ற முக்கோணம் எடுத்துக் கொள்ள, ZPS = நேரக் கோணம்  $h = \alpha - l$  அல்லது  $l - \alpha$ . இங்கு  $\alpha$  தெரியும்; நேரக்கும் விண்மீன் நேரம்  $l$  பதிவு செய்தால், அப்போது  $h$  அறியலாம்.

$$ZP = 90 - \phi \quad (\text{தெரிவது})$$

$$ZS = Z - \text{பதிவு செய்து திருத்தப்பட்ட உச்சி தூரம்.}$$

$$PS = 90 - \delta \quad (\text{தெரியும்})$$

$$\cos ZS = \cos ZP \cos PS + \sin ZP \sin PS \cos ZPS.$$

$$\cos Z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \alpha \quad \dots (1)$$

இங்கு  $Z$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $h$  தெரியும்; எனவே,  $\phi$  கணிக்கலாம்.  $\phi$  அறிய,  $\sin \delta = A \cos \theta$  எனவும்,  $\cos \delta \cos h = A \sin \theta$  எனவும் கொள்ள.

$$\dots (2)$$

$$A = \sqrt{(\sin^2 \delta + \cos^2 \delta \cos^2 h)}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\cos \delta \cos h}{\sin \delta} \right)$$

$$= \tan^{-1} (\cos \delta \cos h)$$

$\therefore A$ ,  $\theta$  மதிப்புகளை அறியலாம்.

(1) & (2)ஐ எடுக்கவும்,

$$\cos Z = A \cos \theta \sin \phi + A \sin \theta \cos \phi$$

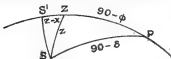
$$= A \sin (\theta + \phi)$$

$Z$ ,  $A$ ,  $\theta$  தெரியுமாயின்  $\phi$  கணிக்கலாம்.

குறிப்பு: உதிரவன் நேரக்கிழம் கணிக்கலாம். ஆனால் இன்னும் சில மாற்றங்கள் தேவைப்படும்.

9-3-4: 6 (A) தெரிந்த விண்மீன் உச்சி கடப்பதற்குச் சற்று முன்பு, அதன் உச்சி தூரம் அளந்து, அகலாக்கக் காணல். (சிறம், கடல் இரண்டிற்கும் பொருத்தம்.)

இது 9-8-8 இல் கண்ட ஸூதரப்படி ஒரு சிறப்பு வகையில் அமைபும். S என்ற இடத்தில் உச்சி கடக்கும் விண்ணின் (α, δ) நகர்த்துதலையும், அது உச்சி கடத்ததற்குச் சற்று முன்பு Sல் உள்ளது. அப்போது பதிவு செய்து திருத்திய உச்சி தூரம்



படம் 9-8-4

Z<sub>1</sub> எனக் கொள்வோம். அப்போது  $h = ZPS = t - \alpha$  ஆகிறது.  $t - \alpha$  எனக் கணக்கிட்டு விடலாம். (t-அப்போது மீள்வழி நேரம்) உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம்  $Z-x$  எனக் கொள். x நாம் கணவெண்டிய சிறு அளவு. (படம் 9-8-4 காண்க).

$$\begin{aligned} \Delta ZPS \text{ இல், } \cos ZS &= \cos PZ \cos PS + \sin PZ \sin PS \cos h \\ &= \cos PZ \cos PS + \sin PZ \sin PS \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{h}{2} \right) \\ &= \cos (PS - PZ) - 2 \sin PZ \sin PS \sin^2 \frac{h}{2} \\ &= \cos (PS' - PZ) - 2 \sin PZ \sin PS \sin^2 \frac{h}{2} \\ &\quad (\because PS' = PS) \\ &= \cos (Z - x) - 2 \cos \phi \cos \delta \sin^2 \frac{h}{2} \\ \therefore \cos (Z - x) - \cos Z &= 2 \sin \frac{x}{2} \sin \left( Z - \frac{x}{2} \right) \\ &= 2 \cos \phi \cos \delta \sin^2 \frac{h}{2} \quad \dots (i) \end{aligned}$$

xம், hம் மிகச் சிறியதாகையால், x, h இரண்டையும் ஆராய்வு அளவில் கொண்டால்,

$$2 \cdot \frac{x}{2} \sin Z = 2 \cos \phi \cos \delta \cdot \frac{h^2}{4} \quad (\text{தோராயமாக})$$

$$\therefore x = \frac{h^2 \cos \phi \cos \delta}{2 \sin Z} \text{ எனப் பெறப்படும்} \quad \dots (ii)$$

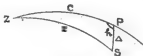
ஆனால் φ கமக்குத் தெரியாதாகையால், தோராயமாக

$$\begin{aligned} \phi &= ZS' + \delta \\ &= Z - x + \delta \end{aligned}$$

$$= Z - \frac{A^2 \cos(Z+\delta) \cos \delta}{2 \sin Z} + \delta \quad \text{என்பு வெறும்பும்.}$$

9-3-5 (6-B) துருவ விண்மீனின் ஏற்றக் கோணம் கண்டு அகலங்கு அறிதல்.

1941 இல் 'போலாரிஸ்' (Polaris) எனப்படும் துருவ விண்மீன், துருவப் புள்ளியிலிருந்து (P)  $1^\circ 1'$  தூரத்தில் (வட துருவ தூரம்) உள்ளது; இது ஆண்டுதோறும் துருவத்தை நோக்கி  $18''$  (விநாடிகள்) நகர்கிறது. எனவே காட்சியிடத்தின் அகலங்கு = துருவ விண்மீனின் ஏற்றக் கோணம்  $\pm$  ஒரு சிறிய தூரம் ( $> 1^\circ 1'$ )



படம் 9-3-5

படம் 9-3-5 இல் S துருவ விண்மீனைக் குறிக்கிறது.

ZS—பதிவு செல்லப்பட்ட உச்சி உயரம் Z.

PS =  $90^\circ - \delta$  = வடதுருவ தூரம் =  $\Delta$  என சிறிய அளவு ( $1^\circ 1'$ க்கு மேற்படாதது).

ZP = C =  $90^\circ - \phi$  =  $90^\circ$  - அகலங்கு.

CfZ என்பது செவ்வாகிறது.

C = Z + x (x மிகச் சிறியதெனக் கொள்வ)

$\Delta$ , x இரண்டும் மிகச் சிறியதாகவால், ஆனாலும் அளவிக்

கொடுக்கப்பட்டால்,  $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2}$ ;

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6};$$

$$\cos \Delta = 1 - \frac{\Delta^2}{2};$$

$\sin \Delta = \Delta - \frac{\Delta^3}{6}$ , என்ற தோராய மதிப்புகளைப் பயன்படுத்தலாக்.  $\Delta$  ZPS இல்,



$$\begin{aligned}
 \cos z &= \cos c \cos \Delta + \sin c \sin \Delta \cos h \\
 &= \cos (x + x) \cos \Delta + \sin (x + x) \sin \Delta \cos h \\
 &= (\cos x \cos x - \sin x \sin x) \cos \Delta \\
 &\quad + (\sin x \cos x + \cos x \sin x) \sin \Delta \cos h \\
 &= \left[ \cos x \left( 1 - \frac{x^2}{2} \right) - \sin x \left( x - \frac{x^3}{6} \right) \right] \\
 &\quad \times \left( 1 - \frac{\Delta^2}{6} \right) \\
 &\quad + \left[ \sin x \left( 1 - \frac{x^2}{2} \right) + \cos x \left( x - \frac{x^3}{6} \right) \right] \\
 &\quad \left( \Delta - \frac{\Delta^3}{6} \right) \cos h.
 \end{aligned}$$

மேற்கூறிய படி வடிவத்தில் சிறிய மதிப்புகளைக் கொண்டால்,

$$\begin{aligned}
 \cos z &= \cos x - \frac{x^2}{2} \cos x - \frac{\Delta^2}{2} \cos x - x \sin x \\
 &\quad + \frac{x \Delta^2}{2} \sin x + \frac{x}{6} \sin x \\
 &\quad + \Delta \sin x \cos h - \frac{\Delta x^2}{2} \sin x \cos h - \frac{\Delta^3}{6} \cos h \sin x \\
 &\quad + x \Delta \cos x \cos h
 \end{aligned}$$

இரு பக்கங்களிலுமுள்ள  $\cos x$  ஆக வகுக்க,

$$\begin{aligned}
 1 &= 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{\Delta^2}{2} - x \tan x + \frac{x \Delta^2}{2} \tan x + \frac{x^3}{6} \tan x \\
 &\quad + \Delta \tan x \cos h - \Delta \frac{x^2}{2} \tan x \cos h - \frac{\Delta^3}{6} \tan x \cos h \\
 &\quad + x \Delta \cos h \\
 &= 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{\Delta^2}{2} + \tan x (\Delta \cos h - x) + x \Delta \cos h \\
 &\quad + \tan x \left( \frac{x \Delta^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right) - \frac{\Delta^3}{6} \tan x \cos h - \frac{\Delta x^2}{2} \tan x \cos h.
 \end{aligned}$$

இருபக்கங்களிலுமுள்ள '1' ஐ நீக்கி,  $\tan x$  ஆக வகுத்தல், பக்கம் மறுபுற எழுதினால்,

$$\begin{aligned}
 x - \Delta \cos h &= -\frac{1}{2} \cot x (x^2 + \Delta^2 - 2 x \cos h) \\
 &\quad + \left[ \frac{x \Delta^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{\Delta^3}{6} \cos h - \frac{x^2 \Delta}{2} \cos h \right]
 \end{aligned}$$

$x$  இன் தோராய மதிப்பு முதல்முதலாக,

$$x = \Delta \cos h = 0 \text{ எனக் கொண்டு } x = \Delta \cos h \quad \dots (1)$$

எனப் பெறலாம்; இங்கு  $x$ ,  $\Delta$  என்ற சிறு மதிப்புகளின் இரண்டாம், மூன்றாம் படிகள் கணக்கில் எடுக்கப்படாமல் விளக்கப் பட்டன.

$x$  இன் இரண்டாவது தோராய மதிப்பு, சிறு அளவுகளான  $\Delta$ ,  $x$  இரண்டின் விலக்கி,  $x = \Delta \cos h$  என்ற முதல் தோராய மதிப்பைப் பயன்படுத்தி,

$$\begin{aligned} x &= \Delta \cos h = \frac{1}{2} \cot x (\Delta^2 \cos^2 h + \Delta^2 - 2\Delta^2 \cos^2 h) \\ &= \Delta \cos h - \frac{1}{2} \cot x (\Delta^2 \sin^2 h) \\ &= \Delta \cos h - \frac{\Delta^2}{2} \cot x \sin^2 h \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$\Delta$  தங்குத் தெரியும்; மீள்வழிதேரம்  $l$  ஆனால்  $h = l - d$  ஆகிறது ( $d = 9$ ) எனக் கணித்துக் கொள்ளலாம்.

$$\begin{aligned} \therefore 80 - \phi &= c = Z + x \\ &= Z + \Delta \cos h \text{ (முதல் தோராய மதிப்பு)} \end{aligned}$$

மேலும்  $c = Z + \Delta \cos h - \frac{\Delta^2}{2} \cot Z \sin^2 h$  என்ற இரண்டாவது தோராய மதிப்பும் கிடைக்கும். முதல் விரிவாகக் கூறப்பட்ட முறைகளிலே திகத்திலோ, கடலிலோ, வசதிக் கேற்றவாறு பொழுதை மீன் கழிக்காமலிருக்கும் வகையில் மீன்பின் உச்சி தூரம் அல்லது கதிரவன் உச்சி தூரம் (உச்சி கடக்கும்போது, அல்லது கடக்காத போது) பதிவு செய்து, அகலங்கு அறிவலாம்.

#### பயிற்சி 3 (iv)

1. ஒரு மீன் உச்சியிலிருந்து  $85^\circ 28'$ ;  $85^\circ 16'$  தடுவரை விலக்கமுள்ள இரு மீன்பின்கள், ஒன்று உச்சிக்குத் தெற்கிலும் மற்றொன்று உச்சிக்கு வடக்கிலும், உச்சி கடப்பதாகத் தெரிகிறது. அப்போது அவற்றின் உச்சி தூரங்கள் முறையே  $28^\circ 30'$ ,  $28^\circ 30'$  எனத் தெரிகிறதென்றால் அவ்விடத்தின் அகலங்கு காண்க.

2. கதிரவன் ஒரு குறிப்பிட்ட தானிக் உதிக்கும் இடத்தில் தொடுவான் தூரம் ( $A$ ) கணிக்கப்படுகிறது; அன்று, கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது ஒரு செங்குத்தாக நித்தும் குச்சியின் நீளமும் அதன் நிழல் நீளமும், அளக்கப்படுகின்றன. இவ்விரு அளவுகளைக் கொண்டு அவ்விடத்தின் அகலங்கு காண்பது எப்படி?

குதிப்பு:  $\sin \delta = \cos \phi \cos A$

$$k = \frac{\text{நிறல் நீளம்}}{\text{குச்சி நீளம்}} = \tan x = \tan (\phi - \delta)$$

மூலக் சமன்பாட்டில்  $\phi, \phi$  தேராக்களியங்கள்;

இரண்டாம் சமன்பாட்டில்  $\tan (\phi - \delta) = k$  என்ற மதிப்பு கொண்ட  $(\phi - \delta)$ ன் மதிப்பை வதிக.

$\phi - \delta = \phi$  ஆனால்,  $\delta = \phi - \phi$  என மூலக் சமன்பாட்டில் ஈடு செய்து  $\sin (\phi - \phi) = \cos \phi \cos A$  பெறப்படும். இங்கு  $\phi, A$  மதிப்புகள் தெரியாததின்,  $\phi$  மதிப்பு காணலாம்.

3. ஒரு விண்மீன் உச்சிகடக்கும்போதும், மூலக்குத்து வட்டத்தைக் கடக்கும்போதும், அதன் ஏற்றக்கோணங்கள் முறையே  $x$ -உம்  $x'$ -உம் ஆகும்,

$$\cot \delta = \sec x \operatorname{cosec} x' - \tan x \text{ எனவும்,}$$

$$\cot \phi = \tan x - \sec x' \sin x' \text{ எனவும் திறவுக.}$$

4. ஒரே தொடரத்தில் உள்ள மூன்று இடங்களின் அகலங்கு, கள் முறையே  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  ஆம்மூன்று இடங்களிலும், ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் மூன்று சம உயரமான குச்சிகள் நட்டு, அதிரவன் உச்சிக் கடக்கும்போது அவற்றின் நிறல் நீளங்கள் முறையே  $h_1, h_2, h_3$  என அளக்கப்படுகின்றன. அப்போது,

$$2h_1 (h_2 - h_3)^2 \cot (\phi_2 - \phi_3) = 0 \text{ என திறவுக.}$$

$$\text{குதிப்பு: } \left. \begin{array}{l} h_1 = a \tan x_1 \\ h_2 = a \tan x_2 \\ h_3 = a \tan x_3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \phi_1 = x_1 + \delta \\ \phi_2 = x_2 + \delta \\ \phi_3 = x_3 + \delta \end{array}$$

$$\cot (\delta_2 - \phi_3) = \cot (x_2 - x_3) = \frac{1 + \tan x_2 \tan x_3}{\tan x_2 - \tan x_3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 + \frac{h_2}{a} \cdot \frac{h_3}{a}}{\frac{h_2}{a} - \frac{h_3}{a}} \\ &= \frac{a^2 + h_2 h_3}{a(h_2 - h_3)} \end{aligned}$$

$$2 h_1 (h_2 - h_3)^2 \cot (\phi_2 - \phi_3)$$

$$= 2 \frac{h_1 (a^2 + h_2 h_3) (h_2 - h_3)}{a} = 0 \text{ என திறவலாம்.}$$

5. ஒரு நாள்  $20^\circ$  வடக்கு அகலங்கு உள்ள இடத்தில் அதிரவன் உச்சிக் கடக்கும்போது, செங்குத்தாக நிறுத்தப்பட்ட ஒரு

குச்சியின் நிழல் விழவில்லை. (நிழல் தீழம் முச்சியம்); அன்று காலை 9 மணிக்கு நிழல் தீளம் 5 மீட்டர். அக்குச்சியின் தள மென்னை? ஏதக்குறைய, எத்த தாளில் இது நிழலும்?

நிழலேயில்லைவரையில், அதிரவன்  $z$  என்ற முன்னிலையே உச்சி உடக்கிறது. ஆகவே அன்று அதிரவனின் நடுவரை விலக்கம்  $80^\circ$  வடக்கு எனத்தெரிகிறது. 9 மணிக்கு அதிரவனின் கிழக்கு நேரக்கோணம்  $45^\circ$ . அப்போது உச்சி தூரம்  $z$  ஆனால்,  $\cos z = \cos^2 70^\circ + \sin^2 70^\circ \cos 45^\circ = k$  எனக் கொள்வோம்.

$$\therefore \tan z = \frac{\sqrt{1-k^2}}{k} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

$$\frac{\text{நிழல் தீளம்}}{\text{குச்சி உயரம்}} = \frac{\sqrt{1-k^2}}{k} \text{ இதிலிருந்து குச்சி உயரம்}$$

$$= \frac{5k}{\sqrt{1-k^2}} \text{ மீட்டர்கள் என அறியலாம்.}$$

அன்று  $\sin e = \frac{\sin \delta}{\sin w}$  என்ற தொடர்பிலிருந்து,  $e$  கண்டு வேண்டிய தான் அதிக.

6. கீள்வருக் கட்டியவனில் கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:

அதிரவன் மையம்/இடத்தில் விலக்கம் உச்சி அகலங்கு தூரம் (உச்சிகடக்கும்போது)	நடுவரை விலக்கம்	ஒரு குச்சி உயரம்	ஒரு குச்சியின் நிழல் தீளம்	நேர.
அதிரவன் —	$80^\circ$ வ	—	3 மீட்டர்	—
விண்மீன் $25^\circ$	—	$12^\circ$ தெ	—	28, மார்ச்
விண்மீன் $15^\circ$	$40^\circ$ வ	—	—	—
விண்மீன் $25^\circ$	—	$15^\circ$ தெ	—	—
அதிரவன் —	$60^\circ$ வ	—	—	3 மீட்டர்
அதிரவன் $80^\circ$	—	—	—	28, அக்டோபர்

7. மண்ணிலில் ஒரு பெரு வட்டத்தின்மேலுள்ள மூன்று இடங்களின் அகலங்களுள் மூன்றையே  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ; தெட்டங்களுள் மூன்றையே  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  ஆப்போது  $\Sigma \tan \phi_1, \sin (\lambda_3 - \lambda_2) = 0$  என நிறுவுக.

8. ஒரு குதிப்பிட்ட நேரத்தில் ஒரு விண்மீனின் உச்சி தூரம்  $x_1$ ;  $h$  மீன்வழி மணிக்குப் பிறகு, அது உச்சி கடக்கும்போது அதன் தூரம்  $x_2$ . அங்விடத்தின் அகலங்கு பின்வரும் சமன்பாட்டாகத் தொகுக்கப்படுகிறதென நிறுவுக :

$$\cos (2\phi - x_2) \sin^2 \frac{h}{x_2} = \cos x_1 \cos^2 \frac{h}{x_1} - \cos x_2$$

9. ஒருவிண்மீன் மூலக்குத்து வட்டம் கடக்கும்போது அதன் உச்சிதூரம்  $45^\circ$ ; உச்சி கடக்கும்போது உச்சி தூரம்  $50^\circ$ , அங்விடத்தின் அகலங்கு என்ன? அங்விண்மீனின் தடுவணு விவக்கமென்ன?

10. ஓரிடத்தில் இரண்டு 52ம் தேதி நகரங்களில் நிலத்தில் சொகுத்தாக நிலம் நிறுத்தப்பட்ட ஒரு குச்சியின் நிழல் நீளம், அக்குச்சியின் நீளத்திற்குச் சமமாகின், அங்விடத்தின் அகலங்கு என்ன? அன்று நகரிலிலில் கதிரவன் கிண்ச்சி தூரம் என்ன?

(செப்.)

## 10. சுதிரவன் பாதை குறித்தல் (FIXING THE ECLIPTIC)

10.0: வான கோளத்தின்மேல் வான நடுவரைக்கு  $28\frac{1}{2}^{\circ}$  சாய்வில் சுதிரவன் பாதை இருப்பதை நாம் அறிவோம். வான நடுவரையும் சுதிரவன் பாதையும் வெட்டுகிடக்கள்  $\gamma$  (மேட முதற்புள்ளி),  $\pi$  (தூண் முதற்புள்ளி).  $\gamma$ வும்  $\pi$  வும் வான நடுவரைமேல், வின் மீன் நாய் ஒன்றுக்கு ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றிக்கொண்டிருப்பதால் சுதிரவன் பாதை எப்போதும் வானகோளத்தின்மேல் தன்னிசை மாறிக் கொண்டே இருக்கிறது. எனவே ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சுதிரவன் பாதை இருக்குமிடத்தை நாம் எண்ணப்பார்க்க முடியாது போகிறது.

10.1: ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் வானகோளத்தின்மேல் சுதிரவன் பாதை இருக்குமிடம் அறிதல்.

ஒரு குறிப்பிட்ட அகலங்கு பெற்ற இடத்தில் வான வட்டதுருவம் P நிலையாக இடம் குறிக்கப்படுகிறதென நாம் அறிவோம். அப்படி P இடம் குறிக்கப்பட்ட பின்பு,  $\omega = 28\frac{1}{2}^{\circ}$  கோண அரைவிட்டமாக உடைய சிறு வட்டம், சுதிரவன் பாதையின் துருவமான K-ன் இயங்கு பாதையாகும். ஏனெனில் நடுவரையும் சுதிரவன் பாதையும் ஒன்றுக்கொன்று  $28\frac{1}{2}^{\circ}$  சாய்வில் உள்ளன.

10.2: குறிப்பிட்ட காலம் மீள்வழிக் காலம் 't' எனக் கொ்க. அச்சமயத்தில்  $\phi$  அகலங்கு உள்ள இடத்தில் வான கோளத்தில்  $\gamma$  C/A சுதிரவன் பாதையையும்  $\gamma$   $\phi$  E வான நடுவரையையும் குறிக்கட்டும் (படம் 10.2). அச்சமயத்தில் சுதிரவன் பாதை கிழக்குத் தொடுவானத்தை A-யிலும், மேற்குத் தொடுவானத்தை B-யிலும் வெட்டட்டும் (B படத்தில் காட்டப்படவில்லை). A, B என்ற இரு புள்ளிகளும் முறையே ஏறுபுள்ளி (Ascending point) இறங்குபுள்ளி (Descending point) எனக் கூறப்படுகின்றன. வான நடுவரையும் சுதிரவன் பாதையும் உச்சி வட்டத்தை முறையே Q-இலும் C-இலும்



எனவே

$\cos YE \cos \angle YEA = \sin YE \cot EA - \sin \angle YEA \cot \angle EYA$  ஆகவது

$$\cos (90 + 15r) \cos (90 + \phi) = \sin (90 + 15r) \cot x \\ - \sin (90 + \phi) \cot w$$

$$\therefore \sin 15r \sin \phi = \cos 15r \cot x - \cos \phi \cot w$$

$$\therefore \cot x = \tan 15r \sin \phi + \cos \phi \cot w \sec 15r$$

எனவே  $x$ -ன் மதிப்பை நாம் பெறுகின்றோம்; ஆகவது குறிப்பிட்ட சமயத்தில் கதிரவன் பாதை E இலிருந்து தொடுவானத்தை வெட்டு மிடத்தில் தூரம் பெறப்படுகிறது.

G-ன் மதிப்பறிதல்

இம் மதிப்பறிதல், G-ன் கூறப்படும் கோளப் பண்டுகள் பலன்படும் முக்கோணம் ZPK.

	பெருவட்டம்	துருவங்கள்	காரணம்
1.	ZK	A, B	A, தொடு வானத்திற்கும் கதிரவன் பாதைக்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore AZ = AK = 90^\circ$
2.	PK	Y, z	Y, வான தடுவனத்திற்கும் கதிரவன் பாதைக்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore YP = YK = 90^\circ$
3.	ZP	E, W	E தொடு வானத்திற்கும் வான தடுவனத்திற்கும் பொதுவான புள்ளி $\therefore EZ = EP = 90^\circ$

கொடுக்கப்பட்ட சமயத்தில் K-கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவம் எனக் கொள்வோம்.

கோள முக்கோணம் PZK-ல்,

ZK = தொடுவானம், கதிரவன் பாதை இரண்டின் துருவக் கண்க்கும் இடைப்பட்ட தூரம்.



= தொடுவானம், கதிரவன் 'பாதைக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

$$= \theta \quad \dots (4)$$

இப்போது  $\angle KZP$  = பெரு வட்டங்கள்  $ZK$ ,  $ZP$ -களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்.

= அவைகளின் துருவங்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்

=  $AE$ ... (மட்டியளிக் (1), (8) காண்க)

$$= X \dots \dots \dots (5)$$

$\angle ZPK$  = பெருவட்டங்கள்  $ZP$ ,  $PK$ - களுக்கிடையிட்ட கோணம்

= அவைகளின் துருவங்களுக்கிடையிட்ட தூரம்

=  $EY$ ... (மட்டியளிக் (2) (8) காண்க)

$$= 90 + 15r \dots \dots \dots (6)$$

விட  $PK$  = வான நடுவரை, கதிரவன் பாதைகளின் துருவங் களுக்குக்கிடையிட்ட தூரம்

= வான நடுவரை கதிரவன் பாதைகளுக்கிடையிட்ட கோணம்

$$= \theta \dots \dots \dots (7)$$

$\therefore \triangle ZPK$  இல்

$$\cos ZK = \cos ZP \cos PK + \sin ZP \sin PK \cos \angle ZPK$$

அதாவது,

$$\cos \theta = \cos (90 - \phi) \cos w + \sin (90 - \phi) \sin w \cos (90 + 15r)$$

$$\cos \theta = \sin \phi \cos w - \cos \phi \sin w \sin 15r$$

இதிலிருந்து 6-இன் மதிப்பு பெறப்படுகிறது.

எனவே  $E$  என்ற புள்ளியிலிருந்து தொடுவானத்தின் மேல்  $x$ -தூரமுள்ள புள்ளி  $A$ -ன் வழியாகத் தொடுவானத்திற்கு 6 சாய் வுடைய பெருவட்டமே அந்த சமயத்தில் கதிரவன் பாதையாகும்.

10.2.1 இரண்டாவது வழி

இப்போது முதல் வட்டிய வரையில் கூறியவற்று  $A$ -ன் இடம் குறித்ததன்படி, கதிரவன் பாதை, உச்சி வட்டத்தை வெட்டும் புள்ளியான  $C$ -ன் நீட்டங்குறித்து விட்டால்,  $A$ ,  $C$  வழியாக வரையப்படும் பெருவட்டம் நமக்குக் கதிரவன் பாதையைக் காட்டும்.

இப்போது C யின் இடம் காண்போம்

கோள முக்கோணம் QYC-இல்,  $\angle YQC = 90^\circ$

∴  $\sin YQ = \tan QC \cot \omega$ .

∴  $\tan QC = \sin 18^\circ \tan \omega$  எனப் பெறலாம்.

∴ QC இன் அளவு பெறப்படும்.

$$\begin{aligned} \text{ஆனால் } ZC &= ZQ - QC \\ &= \phi - QC \end{aligned}$$

எனவே உச்சி வட்டத்தின்மேல் Z-வீருந்து ZC அளவுள்ள இடத்தில் C அமைபும். இப்போது தமக்கு A-ம் C-ம் இருக்குமிடம் தெரியும். A, C வழியாக வரையப்படும் பெருவட்டமே அந்த சமவத்தில் கதிரவன் பாதையாகும்.

10-2-2: பெருவட்டம் ZK-ன் திட்டல் கதிரவன் பாதையை N-ல் சந்திக்கட்டும். அப்பெரு வட்டத்திற்கு A ஒரு துருவ மாதலின்  $\angle AN = 90^\circ$ . N-தான் கதிரவன் பாதையில் உயர்ந்த புள்ளியாகும். அப்புள்ளியின் ஏற்றக்கோணம்  $\theta$  ஆகும். N என்ற புள்ளியை (அச்சமவத்தில் கதிரவனின் பாதையின்) உச்சிப்புள்ளி (Nonagesimal point) என்று குறிப்பிடுகின்றோம்.

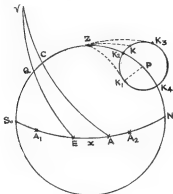
10-3 : மண்ணுலகில் பல்வேறு மண்டலங்களில் ஒரு நாட்போக்கில் கதிரவன் பாதை நிலையில் வேறுபாடுகள் (Variations in the position of the Ecliptic in the course of a day in the various zones of the earth.)

முதலில், ஒரு நாட்போக்கில் மண்ணுலகில் பல்வேறு மண்டலப் பகுதிகளில்  $\alpha$ -ல் ஏற்படும் மாற்ற மதிதல்.

(1) பெரிய, மிதமெரிய மண்டலங்களிலுள்ள இடங்கள்

$$[0 < \phi < 90 - \omega]. \text{—படம் 10-3 (i)}$$

கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவமான K-ன் திசையில் பாதை அறிவ வானகோளத்தின் ஒரு துருவம் Pஐ காலவராகவைத்து  $\omega$  கோள அரைநிலைக் கோண்ட ஒரு சிறுவட்டம் வரைத்தால் அது கதிரவன் பாதையின் துருவம் K-யின் திசையில் பாதையென முன்னர் கூறியிருக்கின்றோம். அங்ஙனம்  $K_1, K_2, K_3, K_4$  எனக் கொள்க.



10-8 (1)

ஒரு சூழிப்பிட்ட மீன்வழி தேரம் '1' இல் கதிரவன் பாதையில் தரவாய் K-ல் இருக்கிறது எனக் கொள்வோம்.

$\angle KZP = \angle EP$

— உறவு 10-2 (5) இல் குறிப்பிடும்.

வினா 2 KZF என்பதை K ன் ஆவண துறாக் காரண வாக (N-வினாடி).

எனவே E-க்கும் A என்ற ஏறு புகுவிக்கும் இடைமேயுள்ளதாம்.

- அச்சமயத்தில் K-ன் அடிவான தூரம்  
என்ற சமன்பாடு கிடைக்கிறது.

இப்பொழுது மீதவெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள ஓர் இடத்தில் ( $90^\circ < \phi < 90^\circ - \omega$ ) K-ன் திசைநிப்பாயதை உச்சிவட்டத்தை  $K_1, K_2$  என்ற இடங்களில் உச்சிக்கு (Z) வடக்கே வெட்டுகிறதெனக் கொள்வோம். [ZP  $90^\circ - \phi > \omega$ ]. மேலும் K-ன் திசைநிப்பாயதையை ZK என்ற குத்துவட்டம்  $K_1, K_2$  என்ற இடங்களில் தொடர்ந்தும்.

இப்போது கதிரவன் பாதைத் துருவம்  $K_1$ -இலும்  $K_2$ -இலும் இருக்கும்போது,  $K$ -ன் அடிவானத்தால் மீப்பெருமதிப்பைப் பெறுகிறது. அம்மீப்பெருமதிப்பு

$$= \sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$$

என நிறுவலாம்.

கோணமூக்கோணம்  $ZPK_1$ -ல்

$$\angle ZK_1P = 90^\circ$$

∴ நெடுமேல் மதிப்படி

$$\sin \omega = \cos \phi \sin \angle PZK_1$$

∴  $\angle PZK_1 = \sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$

அங்குமே,

$$K_1ZP = \sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi) \quad [4.4 \text{ (ii) காண்க}]$$

எனவே,

$x = AE = \angle KZP$  எனப் பொதுவாக நிறுவியதைப் பொட்டி.

$x$ -ன் மீப்பெருமதிப்பு  $\sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$  எனக் கிடைக்கப் பெறுகிறோம்.

ஆகவே கதிரவன் பாதைத் துருவம்  $K_1$ -ல் இருக்கும்போது, ஏறுபுகள்  $A$ ,  $E$ க்குத் தெற்கே மீப்பெருத் தூரத்தில் உள்ளது (இடம்  $A_1$ ).

மேற்கு  $K$  தனது திசைநிழல் பாதையில் செல்லச் செல்ல  $x$ -ன் மதிப்பு குறைகிறது எனவே, புகள்கள்  $A$ -ம் கிழக்குப் புகள்களைப் தோக்கி நகருகிறது. மேற்கு  $K_2$  என்ற இடத்தை  $K$  அடைபயம் பொழுது  $K_1$ -ன் அடிவான தூரம் -  $\theta$ . அப்போது  $x = \theta$ : ஆகையால்  $A$  என்ற புகள்கள்  $E$  ஓடு ஒதுக்குகின்றது. நின்றார் கதிரவன் பாதைத் துருவம்  $K_2$ -ஐ அடைபயம் வரையில்  $x$ -ன் மதிப்பு வளர்ந்து சென்று,  $K_2$ -ல் கதிரவன் துருவம் அடையும்கொழுது  $x$  தனது மீப்பெரு மதிப்பைப் பெற்று, அதன் காரணமாக  $E$ க்கு வடக்கே மீப்பெரு தூரத்தில்  $A$  என்ற ஏறுபுகள்கள் அமைகிறது (இடம்  $A_2$ ).

மேற்கு  $K$  என்பது  $K_2$ -ஐ அடைபயம்வரையில்,  $A$  திறும்பவும்  $E$ -ஐ தோக்கிச் சென்று,  $K_2$ -ல் கதிரவன் பாதைத் துருவம் இருக்கும் போது  $E$ -ம்  $A$ -ம் ஒதுக்குகின்றன. மேலும்  $K_2$ -ஐத் தாண்டி,  $K$  போகப்போக,  $x$  வளர்கிறது; எனவே  $A$ ம்  $E$ -ம்மீருந்து விலகி மறுபடியும்  $K_1$ -க்குக் கதிரவன் பாதைத் துருவம் வரும்போது,  $A$ ,  $E$

யிலிருந்து மறுபடியும் மீர்பெருத் தூரத்தில்  $E$ -க்குத் தெற்கே அமைகிறது ( $A_1$ ).

இங்ஙனம் ஒரு தாளில் ஏறுபுள்ளி  $A$ -கிழக்குப் புள்ளியின் இரு புறங்களிலும்  $\sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$  என்ற தூரத்திற்கு வரலாடு கிறது. இங்ஙனமே அதற்கு நேரெதிற் புள்ளியான இறங்கு புள்ளி  $B$  யும் மேற்குப் புள்ளியின் இருமருங்கிலும்  $\sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$  என்ற தூரத்திற்கு வரலாடும்.

$\angle ZPK_1 = h$  ஆகும், கதிரவன் பாதையின் துருவம்,  $K_1$ - லிருந்து  $K_2$ -க்குச் செல்ல எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $-\frac{8\pi}{15}$  மணி ஆகும். இங்ஙனமாகவும் ஏறுபுள்ளி தென்மேடிகிலிருந்து வட மேடிகுக்குச் செல்கிறது.

மேன் முக்கோணம்  $ZPK_1$ -ல்,

$$\angle ZK_1P = 90^\circ$$

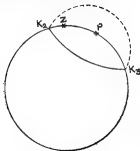
$\therefore$  நேர்மீய் விதிப்படி

$$\cos h = \tan \omega \tan \phi$$

$$\therefore h = \cos^{-1} \{ \tan \omega \tan \phi \}$$

எனவே ஏறுபுள்ளி தென்மேடிகிலிருந்து வடமேடிகுக்குச் செல்ல எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம்

$$\therefore \cos^{-1} \{ \tan \omega \tan \phi \} \text{ மணி ஆகும்.}$$



படம் 10-8 (2)

மேலும் ஊடகவெளிக்குத் தென் கோடிக்குத் திரும்பி வரும் நேரம்

$$24 - \frac{1}{15} \cos^{-1} \{ \tan \omega \tan \phi \} \text{ எனப் பெறப்படுகிறது.}$$

(2) குளிர் மண்டலத்திலுள்ள இடங்கள் ( $90 - \omega < \phi < 90$ ),

மூலம் 10-8 (3) காண்க.

குளிர் மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் கதிரவன் பாதையில் ஒரு துருவமான K-யின் திணைப்பாதை, உச்சி மட்டத்தை, உச்சியின் (Z) இரு புறங்களிலும் செட்டுகின்றது ( $\because ZP = 90 - \phi < \omega$ ) இப்போது K-யின் அடிவான தூரம்  $0^\circ$  முதல்  $880^\circ$  வரை மாறி வருகிறது. எனவே x-ன் அளவும் ( $x = AE$ )  $0^\circ$  முதல்  $880^\circ$  வரை மாறும். எனவே இயலிடங்களில் ஏறபுள்ளியும் இறங்கு புள்ளியும் தொடுவானத்தின்மேல் முழுச்சுற்று சுற்றி வரும் எனப் பெறப்படும்.

(3) உட்கோணவியல்பிலுள்ள இடங்கள் ( $\phi = \omega$ )

இயலிடங்களில் K-ன் திணைப்பாதை தொடுவானத்தை உடக்குப் புள்ளியில் தொட்டுக்கொண்டு செல்கிறது. K, உடக்குப் புள்ளியைத் தொடும்பொழுது ஏறபுள்ளி A, கிழக்குப் புள்ளி Eயுடன் இணைந்து இருக்கிறது. அப்போது கதிரவன் பாதை மூலக்குத்து மட்டத்துடன் இணைகிறது. ஏறபுள்ளி A மூல கண்டபடியே Eக்கு இருபுறங்களிலும்  $\sin^{-1} (\sin \omega \sec \phi)$

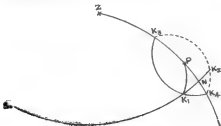
$$= \sin^{-1} (\sin \omega \sec \omega)$$

$$= \sin^{-1} (\tan \omega)$$

தூரத்திற் அடிகிறது.

(4) வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்கள் ( $\phi < \omega$ ).

மூலம் 10-8 (4) காண்க.



மூலம் 10-8 (4)

வெப்ப மண்டலத்தில் உள்ள இடங்களில் K-ன் திசைநிலை பாதை தொடுவானத்தை  $K_1$ ,  $K_2$ -ல் வெட்டுகிறதெனக் கொள்வோம். ( $\angle NP = \phi < \omega$ ).

கதிரவன் பாதையின் ஒரு துருவம்  $K_1$  தொடுவானத்தின் மேலிருக்கும்பொழுது  $K_1Z = 90^\circ$ . எனவே அப்போது கதிரவன் பாதை Z வழியாகச் செல்கிறது. இத்தக வரணமே  $K_1$ -ற்கும் பொருத்தும். அங்னிரு சமயங்களிலும் கதிரவனின் பாதை செங்குத்தாக அமையும்.

$\angle K_1PZ = h$  எனின், K என்ற துருவம்  $K_1$ -லிருந்து  $K_2$ -லிற்று, வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $\frac{2h}{15}$  மணிவரதும்.

கோளநடுக்கோணம்  $K_1PN$ -ல்,  $\angle PNK_1 = 90^\circ$

$\therefore$  நேரப்பை விதிப்படி.

$$h = \cos^{-1} \{ -\tan \phi \cot \omega \}.$$

அதாவது வெப்ப மண்டலத்திலுள்ள இடங்களில் தினத்தோறும் இருமுறை கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகிறது. இவ்விரு நிகழ்வுகளுக்கும் இடைப்பட்ட நேரம்  $\frac{2}{15} \cos^{-1} \{ -\tan \phi \cot \omega \}$  மணிவரதும்.

10.5 : 6-ன் மதிப்பில் மாறுதல்கள் காணல்

$\theta$  = தொடுவானம், கதிரவன் பாதைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

= அப்பெரு வட்டங்களின் துருவங்களுக்கு இடைப்பட்ட நேரம்

$$= ZK \dots \dots = [10.1 (4) \text{ காண்க}].$$

$K_2$ -ல் K இருக்கும்போது  $ZK = \theta$  தனது மீச் சிறுமதிப்பைப் பெறுகிறது.  $K_1$ -ல் K இருக்கும்போது  $ZK = \theta$  தனது மீப் பெருமதிப்பைப் பெறுகிறது. [படம் 10-2 காண்க]

$$\begin{aligned} \therefore \theta\text{-ன் மீப் பெறுமதிப்பு} &= ZK_1 \\ &= ZP + PK_1 \\ &= 90 - \phi + \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } \theta\text{-ன் மீச்சிறு மதிப்பு} &= ZK_2 \\ &= ZP - PK_2 \\ &= 90 - \phi - \omega \end{aligned}$$

$\phi > \omega$  ஆக இருக்கும் போது  $\phi$ -ன் மீப்பெருமதிப்பு  $90 - \phi + \omega < 90^\circ$ , எனவே கதிரவன் பாதை அப்போதும் தொடுவானத்தைச் செங்குத்தாக வெட்டுவதற்கில்லை.  $\phi = \omega$  ஆக இருக்கும்போது  $\phi$ -ன் மீப்பெருமதிப்பு  $90 - \phi + \omega = 90^\circ$ , எனவே ஒருநாட் போக்கில் ஒரே ஒருசமயத்தில் மாத்திரம் கதிரவன் பாதை தொடு வானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகின்றது.

$\phi < \omega$  ஆக இருக்கும்போது  $\phi$ -ன் மீப்பெருமதிப்பு  $90 - \phi + \omega > 90$ , எனவே கதிரவன் பாதை இருசமயங்களில் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைகிறது.

அதாவது

(1) வெப்ப மண்டலத்திற்கு அப்பாற்பட்ட இடங்களில் கதிரவன் பாதை ஒருபோதும் தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவது;

(2) கடகரேகையில் ( $\phi = \omega$ ) உள்ள இடங்களில் ஒருநாள், ஒருமுறை, கதிரவன் பாதை தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்; அப்போது மூலக்குத்து வட்டத்தோடு ஒருங்கிடுங்கும்;

(3) வெப்பமண்டலத்தில் ஒருநாளில் இருமுறை கதிரவன் பாதை, தொடுவானத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்.

### 10-6 : கதிரவன் பாதைச் சரிவை நிர்ணயித்தல் (Determination of the Obliquity of the Ecliptic)

கதிரவன் கோடைத்திருப்ப நிலைக்கு வரும்போது அதன் தடுவரை விசுக்கம்  $\omega$ , வல ஏற்றம்  $90^\circ$  ஆகவதுமேனில். மேல் உச்சி கடத்தல் புள்ளியில் கதிரவன் இருக்கும்போது மீள்வழிதோம் சீமணிவானம் கதிரவன் சீயாகக் கோடைத்திருப்பத்தில் இருக்கிற தென்பது உறுதி; ஆனால் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் தோளும் கோடைத் திருப்ப நிலைவை அடைவும் தோளும் ஒன்றாக இருக்க வேண்டும் என்பது இன்றியமையாததல்ல. கதிரவன் உச்சிக் கடப்பதற்குச் சற்று முன்போ, பின்னோ கோடைத்திருப்ப நிலைவைக் கடக்கக்கூடும். எனவே நான் 22-ம் தேதியன்று, கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது, அதன் உச்சி தூரமும் (2) மீள்வழிதோளும் (1) புதிது செல்வதாகக் கொள்வோம்.

$\phi = z + \delta$  என்ற வாய்ப்பு கொண்டு  $\delta$  மீள் மதிப்பையும்,  
 $z = \delta'$  (உச்சிகடக்கும் சமயம்)

என்ற மதிப்பையும் கணிக்கலாம். உச்சிகடக்கும்போது,

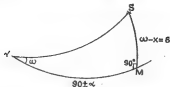
$$\therefore \delta = \phi - z$$

$= \omega - z$  எனக்கொள்க. (படம் 10-6 காண்க)



$\alpha' = 90 + \alpha$  எனக் கொள்க.

எனவே  $\delta$  உம்,  $\alpha$  உம் நமக்குத் தெரியும். மேலும்  $\alpha, x$  மிகச்சிறிய அளவுகளே.



மடம் 10-8

வரையறுக்க கோணங்கோணம்  $\gamma MS$  க் (மடம் 10-8)

$$\sin (90 \pm \alpha) = \tan \delta \cot \omega$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\tan \delta}{\tan \omega} \quad \text{--- (A)}$$

$$\text{அதாவது } \frac{\cos \alpha}{1} = \frac{\tan \delta}{\tan \omega}$$

$$\therefore \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\tan \omega - \tan \delta}{\tan \omega + \tan \delta}$$

$$\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin (\omega - \delta)}{\sin (\omega + \delta)}$$

$$\therefore \sin (\omega - \delta) = \sin (\omega + \delta) \tan^2 \frac{\alpha}{2}$$

$\omega - \delta = x$  மிகச்சிறியது;  $\alpha$ -சிறியது;  $\omega$ வும்  $\delta$ வும் ஏறக்குறைய சமம்.

$\therefore (\omega + \delta)$ -உம்  $2\delta$ -ம் ஏறக்குறைய சமம்;

எல்லாக் கோணங்களையும் ஆவரவன் அளவில் கொண்டால்,

$$x = \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta$$

$\delta$ -உம்,  $\alpha$ -உம் நமக்கு அளக்கப்பட்டிருப்பதால்  $\omega$  இன் மதிப்பைக் காணக்கூடும்.

$$\therefore \omega = \delta + \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta \text{ எனப் பெறுகிறோம்; ஆனால்}$$

$\alpha$  ஆவரவன் அளவில் உட்கொது.

--- (B)

$\omega = \delta + \frac{r^2}{4} \sin 2\delta$  என்ற மதிப்பை, மின் கொடுக்கப்

படும் பொது வாக்ஸ்பாட்டிகளின் மும் பெறலாம். அப்போது வாக்ஸ்பாடு, திறுவப்படுவதைக் காண்க.

### 10.7 பொது வாக்ஸ்பாடு

Let  $y = \left( \frac{1+t}{1-t} \right) \tan x$  என்ற சமன்பாடு வாயிலாக,

$$y = x + t \sin x + \frac{t^3}{2} \sin 3x + \dots$$

என்ற கத்தழித் தொடர் பெறப்படுகிறது. இது சில இடங்களில் பயன்படுத்தப்படுவதாகி, இங்கு அதை திறவுவோம். கொடுக்கப் பட்ட சமன்பாடு,

$$\tan y = \left( \frac{1+t}{1-t} \right) \tan x$$

$$\therefore \frac{e^{iy} - e^{-iy}}{e^{iy} + e^{-iy}} = \frac{(1+t)(e^{ix} - e^{-ix})}{(1-t)(e^{ix} + e^{-ix})}$$

$$\therefore \frac{e^{2iy} - 1}{e^{2iy} + 1} = \frac{(1+t)(e^{2ix} - 1)}{(1-t)(e^{2ix} + 1)}$$

$$\begin{aligned} \therefore e^{2iy} &= \frac{(1+t)(e^{2ix} - 1) + (1-t)(e^{2ix} + 1)}{(1-t)(e^{2ix} + 1) - (1+t)(e^{2ix} - 1)} \\ &= e^{2ix} \left( \frac{1 - te^{-2ix}}{1 - te^{2ix}} \right) \end{aligned}$$

இது பக்கங்களாகும் மடக்கை (log) எடுக்க,

$$2iy = 2ix + \log(1 - te^{-2ix}) - \log(1 - te^{2ix})$$

$$\begin{aligned} = 2ix - \left( te^{-2ix} + \frac{t^2}{2} e^{-4ix} + \frac{t^3}{3} e^{-6ix} + \dots \right) \\ + \left( te^{2ix} + \frac{t^2}{2} e^{4ix} + \frac{t^3}{3} e^{6ix} + \dots \right) \\ = 2ix + t(e^{2ix} - e^{-2ix}) \\ + \frac{t^2}{2}(e^{4ix} - e^{-4ix}) \\ + \frac{t^3}{3}(e^{6ix} - e^{-6ix}) \dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$= 2ix + 2i \left[ i \sin 2x + \frac{i^2}{2} \sin 4x + \frac{i^3}{8} \sin 6x + \dots \right]$$

∴ இது பக்கக்கணிதம்  $2i$  ஆக வகுக்க,

$$y = x + i \sin 2x + \frac{i^2}{2} \sin 4x + \frac{i^3}{8} \sin 6x + \dots$$

என்ற சமன்பாடு பெறப்படும். — (1)

இப்போது,

$$\tan y = \left( \frac{1-i}{1+i} \right) \tan x \text{ எனக் கொண்டால்,}$$

$$y = x - i \sin 2x + \frac{i^2}{2} \sin 4x - \frac{i^3}{8} \sin 6x + \dots$$

என்ற சமன்பாடு பெறப்படும். — (2)

இப்போது, 10-6 (A) வழியாக,

$$\tan w = \frac{\tan \delta}{\cos \alpha} = \frac{\tan \delta}{1 - \tan^2 \alpha/2}$$

$$1 + \tan^2 \alpha/2$$

$\tan^2 \alpha/2 = t$  எனக் கொள்வது,

$$\tan w = \left( \frac{1+t}{1-t} \right) \tan \delta \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

எனவே,

$$w = \delta + i \sin 2\delta + \frac{i^2}{2} \sin 4\delta + \frac{i^3}{8} \sin 6\delta + \dots$$

என்ற சமன்பாடு பெறப்படும்.

t இன் மதிப்பு மிகச் சித்தானால்,

$$w = \delta + i \sin 2\delta \text{ (தோராயமாக)}$$

$$10-6 (B) \text{ வராக. } \therefore w = \delta + \tan^2 \frac{\alpha}{2} \sin 2\delta$$

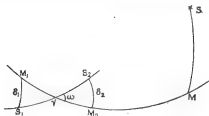
$$= \delta + \frac{\alpha^2}{4} \sin 2\delta \left( \frac{\alpha - \text{மிகச் சித்தானால்}}{\text{சித்தானால்}} \right)$$

10-8: மேல் குறையுள்ளவின் விடையைக் காணல் (Fixing the Position of the first point of Aries)

ஒரு விண்மீன் உச்சிகட்கும்பொழுது, அதன் வல ஏற்றம், அச்சமடத்திலுள்ள மீன்வழிக் காலத்திற்குச் சமமாகும் என நாம் அறிவோம். ( $t = \alpha$  அல்லது  $h = 0$ ) எனவே, விண்மீன்களின் வல

ஏதற்க்கிற நாம் சிவாகக் கணக்கிடவேண்டுமானாலும் மேடழுதற்புள்ளி ( $Y$ ) உச்சிகடக்கும்பொழுது நம்பிடமுள்ள விண்மீன் கடிசாரம்  $M_1, M_2, S_1, S_2$  கட்டவேண்டும். ஆனால் மேடழுதற்புள்ளி  $Y$  ஒரு கற்பனைப் புள்ளியாதலின் அதுகடக்கும் நேரத்தைக் கண்டு, மீன் வழிநேரம் காட்டும் கடிசாரத்தைத் திருத்தமுடியாது. மீன் வழிக்கடிசாரத்தைத் திருத்தப் பின்வரும் வழிகளைக் காண்போம்.

10-8-1: முதல் வழி



படம் 10-8-1

படம் 10-8-1 காண்க.

$S$  ஒரு விண்மீன்;  $SM$  அதன் நடுவரை விலக்கப் பெறுவட்டம்.  $M$  என்பது அவ்வட்டத்தின் மாதம்.  $CL$ , கதிரவன் பாதை; பொதுவாகக் கதிரவன் நடுப்பக்கமிதான்  $Y$  ஐக் கடக்கும் என்று ஏற்கமுடியாது. ஆனால் அது எப்போதாவது ஏற்படலாம். இப்போது  $CL$ -ல்  $S_1$  என்பது கதிரவன்  $Y$  ஐக் கடப்பதற்கு முன்னுள்ள நடுப்பக்கம் திண்ம.  $S_2$  என்பது  $Y$  ஐக் கடத்தின்னான அடுத்த நடுப்பக்கம் திண்ம. இவ்விரு திண்மகளிலும் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் விண்மீன் நேரங்களைப் பதிவுசெய்து கொள்ளவேண்டும். படத்தில்  $M_1$  உம்  $M_2$  உம்  $S_1, S_2$  வழிவாக வரையப்படும் நடுவரை விலக்கப் பெறுவட்டங்களின் மாதங்கள். வானியல் கூடம் இருக்கும் இடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  எனக் கொள்வோம். கதிரவன்  $S_1$  ல் உச்சிகடக்கும்போது அதன் உச்சி தூரம்  $Z_1$  என அளந்து  $\phi = Z_1 + \delta_1$  என்ற வாய்பாட்டினைப் பயன்படுத்தி  $\delta_1$  -ன் மதிப்பை அறிவலாம். இவ்வு நடுவரை விலக்கம்  $\delta_1$  குறைக்கூதி பெற்றீக்கும். அன்று  $S$  என்ற விண்மீன் உச்சிகடக்கும் மீன்வழி நேரத்தைப் பதிவுசெய்துகொள்ளவேண்டும். அந்தாள் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் சமயத்திற்கும் விண்மீன் உச்சிகடக்கும் சமயத்திற்கும் இடைப

பட்ட தேரம் என்னவெனக் கணித்துக்கொள்ளலாம். இம்விடை வெளியணி எனக்கொள்க. கவுகாரம் சரிவரக்காலம் காட்டலில்லை. உயரியும் இடைவெளி  $x$  சரிவரவே இருக்கும். இதனைப் பாகைக்கு மாற்றினால்  $M_1M$ -ன் பாகை அளவு கிடைக்கும்.  $M_1M$ -என்பது கதிரவன், விண்மீன் இரண்டிற்கும் உள்ள வல ஏற்றத்தில் வேறுபடாகும். அடுத்த நாள் தடுப்பகத்தில் கதிரவன்  $\gamma$ -ஐத் தாண்டி  $S_1$ -ல் இருக்கும்போது கதிரவனின் தடுவரை விலக்கம் ( $\delta_1$ ) கூட்டு மதிப்புடைபதாக இருக்கும். கதிரவன்  $S_1$ -ல் இருக்கும்போது உச்சிவட்டத்தில் உச்சிக்குளாம்  $Z_1$  என அளந்து  $\phi = Z_1 - \delta_1$  என்ற வாய்ப்புடிகளைப் பயன்படுத்தி  $\delta_1$ -ன் மதிப்பை அறிவலாம்.

மேலும் மின்வழிநாள் கூட்டும் கவுகாரம் கொண்டு இரண்டாவது நாளும் விண்மீன்  $S$  உச்சிவட்டத்துப் நேரத்தைப் பதிவு செய்துகொள்ளவேண்டும். அன்று கதிரவனும் விண்மீனும் உச்சிவட்டத்தும் சமவகைக்கு இடைப்பட்ட தேரம்  $y$ -எனக் கணித்துக் கொள்ளலாம். இதனைப் பாகைக்கு மாற்ற  $M_1M$ -ன் பாகை அளவு கிடைக்கும். இது இரண்டாம் நாள் கதிரவன், விண்மீன் இரண்டிற்கும் உள்ள வல ஏற்றத்தின் வேறுபடாகும்.

கதிரவனின் வல ஏற்றமும் தடுவரை விலக்கமும் அக்வொரு நாள் இடைவெளியில் சீராக மாறுகிறதெனக் கொள்வோம். ஒரு நாளில் தடுவரை விலக்கத்தில் ஏற்பட்ட மாறுதல்  $|\delta_1| + \delta_1$  ஆகும். இம்மாறுதல் கதிரவன்  $S_1$ -லிருந்து  $S_2$ -க்குச் செல்லும் கால இடைவெளியில் ஏற்பட்டதாகும். எனவே  $S_1$ -லிருந்து கதிரவன்  $\gamma$ -வுக்கு வர எடுத்துக்கொண்ட தேரம்  $|\delta_1| / |\delta_1| + \delta_1$  ஆகும்.

$S_1$ -லிருந்து  $S_2$ -க்குச் செல்லும்போது வல ஏற்றத்தில்

$$\begin{aligned} \text{மாறுதல்} &= M_1M_2 \\ &= M_1M - M_2M \\ &= x - y \end{aligned}$$

ஆகவே ஒருநாளில் கதிரவன் வல ஏற்றத்தில் ஏற்படும் மாறுதல்  $x - y$ . எனவே கதிரவன்  $S_1$ -லிருந்து  $\gamma$  வரும் நேர இடைவெளியில் ஏற்படும் வல ஏற்ற மாறுதல்

$$(x - y) / |\delta_1| + |\delta_1| + \delta_1$$

இது  $M_1\gamma$ -க்குச் சமமாகும்.

எனவே விண்மீன்  $S$ இன் சரிவரக் கணிக்கப்பட்ட வல ஏற்றம்

$$\begin{aligned} \alpha &= \gamma M \\ &= M_1M - M_1\gamma \end{aligned}$$

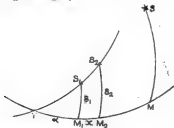
$$= x = \frac{\alpha^2 - 1}{|\delta_1| + \delta_1}$$

$$= \frac{x\delta_1 + y|\delta_1|}{|\delta_1| + \delta_1}$$

விண்மீன் S-ன் வல ஏற்றம்  $\alpha$  எனக் கணிக்கப்பட்டபின், மறுநாள் S உச்சிகடக்கும்போது மீள்வழிக் கடினாரம் சரியாக  $\alpha$ -மணி காட்டுமாறு நாம் திருப்பி வைக்கவேண்டும். இப்போது  $\gamma$ -உச்சிகடக்கும்போது, இக்கடினாரம் சரியாக மெரிதி ரென். வைக்காட்டும். இதுவே கடினாரத்தைச் சரிசெய்யும் முறைமாகும். எந்த ஒரு விண்பொருளின் வல ஏற்றத்தையும், அப்பொருள் உச்சிகடக்கும்போது இக்கடினாரம் காட்டும் காலம் கொண்டு உடனடிவாகத் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

ஏதாவது ஒரு விண்மீன் வல ஏற்றத்தை மீள்வழிக் கடினாரத்தைச் சரிபடுத்தாமலே மீள்வருமாறு கணக்கிடலாம்: S' என்ற விண்மீன் வல ஏற்றம் காலவேண்டும் எனக் கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்ட கடினாரத்தைக் கொண்டு  $S_1$  உம் S' உம் உச்சிகடக்கும் நேரங்களின் வேறுபாட்டைக் கணக்கிடலாம். நேர வேறுபாடு 't' எனக் கொள்வோம். S' உச்சிவட்டத்தை Sக்கு ஒன்று கடக்குமானால் S'-ன் வல ஏற்றம்  $(\alpha - 1)$  உம் மீள்பு கடக்குமானால் S'-ன் வல ஏற்றம்  $(\alpha + 1)$  உம் ஆகும்.

: 0-8-2 : இரண்டாவது வழி



படம் 10-8-2

படம் 10-8-2 காண்க.

கதிரவன்  $\gamma$  ஐக் கடந்து ஒருசில நாட்களுக்குப் பின்டி ஒரு காட்சிப்பதியும் அடுத்து சில நாட்களுக்குப் பின்டி மத்தேக் காட்சிப்

கதிரவன் பாதை குறித்தும்

பதிலும் செய்து,  $\gamma$ -ன் இடத்தைக் கணிப்பதோடல்லாமல் கதிரவன் பாதைச்சாய்னமையும் கணிக்கலாம்.

கதிரவன்  $\gamma$ -ஐத் தாண்டிச் சென்ற சில நாட்களுக்கும் பின்பு, ஒரு நாள் கதிரவன் உச்சிகடக்கும் சமயம், பின்வரும் காட்சிப் பதிவுகள் செல்வோம்:

(1) கதிரவன்  $S_1$  உச்சி கடக்கும் பின்வழி நேரம்  $t_1$ .

(2) உச்சி கடக்கும் சமயத்தில் கதிரவனின் உச்சித்தூரம். அன்று ஒரு வினாபின்  $\delta$  உச்சி கடக்கும் சமயம், பின் வழிநேரம்  $t_2$  உம் பதிவு செல்வோம். ஆவனிடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  என இருப்பின்  $\phi = x_1 + \delta_1$  என்ற வாய்பாடு கொண்டு  $\delta_1$  (கதிரவன் நடுவரை விளக்கம்) கணிக்கலாம்.  $|t_1 - t_2| = x_1$  எனக் கொள்வோம்.

படத்தில்

$$S_1 M_1 = \delta_1; M_1 M = x_1$$

சில நாட்கள் கழித்து, மற்ருரு நாள், கதிரவனுக்கும் அநே விண் பீணுக்கும், ஒரேகூறிய பதிவுகள் செய்து  $S_2 M_2 = \delta_2; M_2 M = x_2$  எனப் பெறலாம்.

ஒர்த் காட்சிப் பதிவு தாளன்று, கதிரவன் வல ஏற்றம்  $\alpha$  எனவும், இரண்டாம் காட்சிப் பதிவு தாளன்று கதிரவன் வல ஏற்றம்  $\alpha + x$  எனவும் கொண்டால்,

$$\gamma M_1 = \alpha; \gamma M_2 = \alpha + x$$

ஆகும்.  $x_1, x_2$  மதிப்புகள் நமக்குத் தெரியுமானவால்

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= M_1 M - M_2 M \\ &= M_1 M_2 \\ &= x \end{aligned}$$

என்ற அளவு கிடைக்கும்.

கோள மூக்கோணம்  $S_1 \gamma M_1$  விஞ்ஞ

$$\sin \alpha = \cot \omega \tan \delta_1 \text{ என்ற சமன்பாடும்} \quad \dots (1)$$

கோளமூக்கோணம்  $S_2 \gamma M_2$  விஞ்ஞ

$$\sin (\alpha + x) = \cot \omega \tan \delta_2 \text{ என்ற சமன்பாடும் பெறப்படும்.} \quad \dots (2)$$

எனவே,

$$\frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin (\alpha + x)}$$

அதாவது

$$\begin{aligned} \frac{\tan \delta_1}{\tan \delta_2} &= \frac{\sin \alpha \cos x + \cos \alpha \sin x}{\sin \alpha} \\ &= \cos x + \sin x \cot \alpha. \end{aligned}$$

இச் சமன்பாட்டில்  $x$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  தெரியாதவற்றின்  $\gamma$ -ஐக் கணக்கிடலாம். எனவே விண்மீன் S-ன் வரை ஏதும்

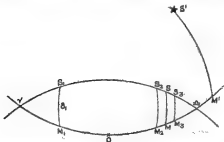
$$\begin{aligned} &= \gamma M \\ &= \gamma M_1 + M_1 M \\ &= d + x_1 \end{aligned}$$

அ.  $v_1$  இன் மதிப்பை (1) ல் சுருசெய்ய  $d$ -இன் மதிப்பு பெறப்படும்.

### 10-8-3: லாஸ்லாது வழி: ப்ளாம்பர்ட்டு முறை (Flamsteed's Method)

மேற்கூறிய இரண்டுமுறைகளிலும் ஏற்படக்கூடிய காலச் சதுரமிட பிழைகள் பலவற்றை நீக்கிய வகையில் மத்தேயூச் சிறத்த முறை இங்கிலாந்து நாட்டு முறைய ஆரசவை வானியலறிஞர் (Astronomer Royal) ப்ளாம்பர்ட்டு அவர்களால் விளக்கப்பட்டது. அம்முறை பின்வருமாறு :

படம் 10-8-8 இல்  $\gamma M_1 =$  வான நடுவரைவையும்,  $\gamma S_1$  உ் கதிர் வான் பாதையையும் குறிக்கட்டும்.  $S'$  ஒரு விண்மீனையும்  $S'M'$  அங் விண்மீனின் நடுவரை விளக்க வட்டத்தின் ஒரு பகுதியையும்



படம் 10-88

குறிக்கட்டும். கதிர்வான்  $\gamma$ -ஐக்கடத்து சில நாட்களுக்குப் பின் ஒரு நாள் நடுப்பகையில்  $S_1$  என்பது கதிர்வானின் நிலை எனக் கொள்வோம்.  $S_1 M_1 = \delta_1$  அதன் அப்போதைய நடுவரை விளக்கமாகும்.  $S_1$ -ல் கதிர்வானின் கட்சித்தூரம்  $x_1$  ஐ அளந்து  $\delta_1$  கணக்கிடலாம்.



கதிரவன் பணைத் தூதீத்தல்

( $\theta = x_1 + \delta_1$ ). அன்று கதிரவனும் விண்மீன்  $S'$ -ம் உச்சி கடக்கும் நேரங்களைப் பதிவு செய்து, அவ்விரு நேரங்களின் வேறுபாடு,  $x_1$  எனக் கொள்ளோம். அன்று, விண்மீன்  $S'$ -ன் வல ஏற்றத்திற்கும், கதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடு படத்தில் காட்டப் படி  $M_1 M'$ . எனவே  $M_1 M' = x_1$  எனப் பெறப்படுகிறது. கதிரவன் பணை மீது  $S$  என்ற புள்ளி  $\gamma S_1 = \infty S$  என்றிருக்குமாய்வு குறித்துக் கொள்ளோம். அப்போது  $S$ -ன் நடுவரை விலக்கம்  $SM$  என்பது  $\delta_1$ -க்குச் சமமாகும். (ஏனெனில்  $\triangle \gamma S_1 M_1 \cong \triangle \infty S M$ ). கதிரவன்  $S$ -ம் இருக்கும்பொழுது உச்சிகடத்தல் நிலையானிருக்கும் என்று கொள்ளமுடியாது.  $S$  என்ற நிலைக்குக் கதிரவன் வருவதற்கு முத்திய நண்பகலில்  $S_2$ -இலும், அடுத்த நண்பகலில்  $S_3$ -இலும் உச்சி கடப்பதாகக் கொள்ளோம்.  $S_2 M_2 = \delta_2$ ;  $S_3 M_3 = \delta_3$  என்பன முறையே அவ்விரு நாட்களில் கதிரவனின் நடுவரை விலக்கத்தைக் குறிக்கின்றன.  $\delta_1$  பெற்ற முறைப்படியே  $\delta_2$ -உம்  $\delta_3$ -உம் அவ்விரு நாட்களிலும் பெறப்படவேண்டும். அவ்விரு நாட்களிலும் கதிரவனும் விண்மீன்  $S'$ -உம் உச்சி கடக்கும் நேரங்களின் வேறுபாடுகள் முறையே  $x_2, x_3$  எனக் ( $x_1$  கணக்கிட்ட படி) கணக்கிடலாம். எனவே படத்தில்  $M_2 M' = x_2$  எனவும்  $M_3 M' = x_3$  எனவும் பெறப்படும்.

ஒரு தாளில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கத்தில் மாறுதல்  
 $= \delta_2 - \delta_1$

$S_2$ -விற்குத்து  $S$ -க்குச் செல்லும் வரை }  $\delta_2 - \delta_1$   
 விலக்கத்தில் மாறுதல்

எனவே நடுவரை விலக்கம் ( $\delta_2 - \delta_1$ ) மாறுதலுக்கு எடுத்துக் கொள்ளப்பட்ட நேரம்  $\frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_3 - \delta_2}$  தான். ... (A)

$$\left. \begin{array}{l} \text{ஒரு தாளில் கதிரவன் வல ஏற்றத்தில்} \\ \text{ஏற்பட்ட மாறுதல்} \end{array} \right\} = M_1 M_2 \\ = M_2 M' - M_1 M' \\ = x_2 - x_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{எனவே } \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_3 - \delta_2} \text{ தாளில் கதிரவன் வல} \\ \text{ஏற்றத்தில் ஏற்பட்ட மாறுதல்} \end{array} \right\} \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_3 - \delta_2} (x_2 - x_1)$$

அதாவது,

$$M_2 M = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\delta_3 - \delta_2} (x_2 - x_1)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore M_1 M &= M_2 M_2 + M_1 M \\
 &= M_1 M' - M_2 M' + M_2 M \\
 &= x_1 - x_2 + \frac{s_2 - s_1}{s_1 - s_2} (x_1 - x_2)
 \end{aligned}$$

$r$  = விகித மையப் புள்ளி 0.

$$\because \Delta \gamma S_1 M_1 = \Delta \subseteq SM$$

$$\gamma M_1 = M \subseteq$$

$\therefore M_1 M$  இன் மையப் புள்ளி 0 தான்.

எனவே  $M_1 O = \frac{1}{2} M_1 M$

$$= \frac{1}{2} \left\{ (x_1 - x_2) + \frac{s_2 - s_1}{s_1 - s_2} (x_1 - x_2) \right\}$$

முதல் தாள் பதினெட்டுவோது கதிரவனின் வல ஏற்றம் :

$$= \gamma M_1$$

$$= \gamma O - M_1 O$$

$$= 6^h - \frac{1}{2} \left\{ (x_1 - x_2) + \frac{s_2 - s_1}{s_1 - s_2} (x_1 - x_2) \right\} \text{ மணிகள்}$$

எனவே விகிதவிகித  $S'$ -ன் வல ஏற்றம்

$$= \gamma M'$$

$$= \gamma M_1 + M_1 M'$$

$$= \gamma O - M_1 O + M_1 M'$$

$$= 6^h - \frac{1}{2} \left\{ (x_1 - x_2) + \frac{s_2 - s_1}{s_1 - s_2} (x_1 - x_2) \right\} \text{ ம} + x_1 \text{ ம.}$$

மூன்றாவது இங்கும் இம் மதிப்பைப் பயன்படுத்தி மீள்வழித் கடிகாரத்தைத் திருத்திக் கொள்ளலாம்.

குறிப்பு : பள்ளம்மாட்ட முதலிலுள்ள அனுபவங்கள்

$$(1) \quad 10.5.8 (A) \text{ இல் } \frac{s_2 - s_1}{s_1 - s_2} \text{ என்ற கொள்ளப்படும் அளவுக்கு}$$

தாம் உச்சி தூரங்கள் பதிவு செய்தபடி,  $\frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_2}$  என்ற அளவைப் பயன்படுத்தலாம். அப்போது தங்கு அங்கிடத்தின் அளவிற்கு  $\phi$  இன் மதிப்பு தேவைப்படாது.

(2)  $s_1, s_2, s_3$  மூன்றும் ஏறக்குறைய சமமானவாக,  $x_1, x_2, x_3$  மூன்றும் ஏறக்குறைய சமமாகிருக்கும். ஆகவே,  $(x_1 - x_2)$  என்ற அளவிலும்  $(x_2 - x_3)$  என்ற அளவிலும் கதிரிக்கோட்டப் பிழையை

கதிரவன் பாதை குறித்தல்

விடைக்கிடைக்கும் பதிவு செய்து பெற்ற அளவுகளையே ஏற்றுக் கொள்ளலாம்.

(3) குறிப்பிட்ட விண்மீனின் சரியான வல ஏற்றம் நாம் கண்டு பிடிப்பதால், மீன்வழிக் கடினாத்திலுள்ள தனிப் பிறை, வேகம் அல்லது வேகக் குறைவுப் பிறை விதிதம் பாலும் கணிதமூலிடலாம்.

(4) கதிரவனும், விண்மீனும் உச்சி கடக்கும் நேரங்களின் மாறுபாடுகளையுடனே நாம் கணக்கிடுவதற்குமுதலாக, மீன் வழிக் கடினாத்திலுள்ள பிழைகள் ஒன்றுக்கொன்று சரிசெய்யப் போகும்.

எனவே, இம்முறை மற்றிரு முறைகளிலிட விருப்பப்படுகிறது. ஆனால் சோதனை ஏதேனும் ஒரு ஆறு மாத காலம் கொள்ளும். அதாவது கதிரவன் 7 விநியூத்து இக்கு வரும் அளவுபாட்டுக் காலமாகும்.

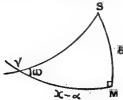
10.9:

எ.கா.1: கதிரவன் நடுவரை விடைக்கல் 8, 8' ஆக இருக்கும் பொழுது கதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் ஒரு விண்மீன் வல ஏற்றத் துக்கும் உள்ள வேறுபாடும் முறையே  $\alpha$ ,  $\alpha'$ . அப்போது விண் மீனின் வல ஏற்றம்

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{\sin \alpha \tan 8' - \sin \alpha' \tan 8}{\cos \alpha \tan 8' - \cos \alpha' \tan 8} \right\}$$

அல்லது இதன் மிகைதிரட்டிக் கோணம் என திவ்யு.

விண்மீனின் வல ஏற்றம்  $x$ -எனக் கொள்வ.



படம் 10.9 (1)

கதிரவனின் நடுவரை விடைக்கல் 8 ஆனால், அதன் வல ஏற்றம்  $x + \alpha$  அல்லது  $x + \alpha'$  ஆக இருக்கும்.

வல ஏற்றத்தை  $x - \alpha$  எனக் கொள்ளோம், அப்போது  
கோண முக்கோணம்  $\gamma$  SM-ல்

$$\sin(x - \alpha) \cot \beta = \cot w$$

அவ்வாறே

$$\sin(x - \alpha') \cot \beta' = \cot w$$

$$\therefore \frac{\sin(x - \alpha)}{\tan \beta} = \frac{\sin(x - \alpha')}{\tan \beta'}$$

$$\sin x \cos \alpha - \cos x \sin \alpha \tan \beta' = (\sin x \cos \alpha' - \cos x \sin \alpha') \tan \beta$$

$$\sin x (\cos \alpha \tan \beta' - \cos \alpha' \tan \beta) = \cos x (\sin \alpha \tan \beta' - \sin \alpha' \tan \beta)$$

$$\therefore \tan x = \frac{\sin \alpha \tan \beta' - \sin \alpha' \tan \beta}{\cos \alpha \tan \beta' - \cos \alpha' \tan \beta}$$

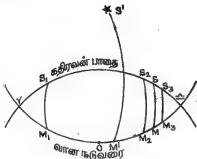
வல ஏற்றத்தை  $x + \alpha$  ஆக்கிக்கொண்டால் மத்தேரூர் மதிப்பு  
வரும்.

எ.கா. 2.

பின்வரும் அட்டவணியிலிருந்து மார்க்சு மாதம் 24ம் தேதி  
வன்று சுதிரவனின் வல ஏற்றத்தைக் கணிக்க. மற்றும் மார்க்சு  
24ம் தேதியன்றும் செப்டெம்பர் 19ம் தேதியன்றும் கவுகாரத்தின்  
வினாத்திருத்தங்கள் காண்க.

	மார்க்சு 24	செப்டெம்பர் 18	செப்டெம்பர் 19
நடுப்பகல் சுதிர வனின் நடுவரை விளக்கம்.	1° 28' 25"	1° 48' 40"	1° 28' 24"
சுதிரவன் உச்சி கடக்கும் நேரம்	0 ம 13 நி 48 வி	11 ம 18 நி 4 வி	11 ம 48 நி 29 வி
வினாயின் சிவியல் உச்சி கடக்கும் நேரம்	6 ம 42 நி 43 வி	8 ம 42 நி 29 வி	6 ம 42 நி 29 வி

படம் 10-9 (2) இல் S' என்பது வினாயின் சிவியல்லைக்  
குறிக்கட்டும். அதன் நடுவரை விளக்க வட்டத்தின் மாதம் M',  
Y ன் க்கு இடையே இருக்கும்; (ஏனெனில் சிவியல்வரின் வல ஏற்றம்



Wald 10.9 (9)

6 மணிக்கும் 7 மணிக்கும் இடைப்பட்டிருக்கிறது). காட்சிப் பதிவு செய்வதற்குப் தேவையான அதிகாரிகள் எடுவாரா விளக்கங்கள்

$\delta_1 = 1^\circ 39' 36''$  (width 94)

$\delta_{\text{H}} = 1^{\circ} 49' 40''$  (Geographical lat. 18)

$$\delta_1 = 1^{\circ} 38' 24'' \text{ (செப்டெம்பர் 19)}$$

இம்முற்று தேவிகளிலும் நடுப்பக்கம் கதிரவன் திரைகள்  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  எனவும்,  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  என்பவை முறையே அப்புறவிகளின் வழியே வரையப்படும் நடுவரை விலக்க வட்டங்களின் மாதிரி செனாவும் கொள்வோம்.

**OUT**

$$S_1 M_1 = \delta_1, S_2 M_2 = \delta_2, S_3 M_3 = \delta_3$$

⇒  $S = \gamma S$ , என்ற வகையில்  $S$  என்ற புள்ளியை எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஆப்போது,

$$S_1 M_1 = SM = \mathcal{J}_1$$

இம்முள்ளு நாட்களிலும் சுதிரவன் வல ஏற்றத்திற்கும் விண்  
மீன் Sன் வல ஏற்றத்திற்கும் உள்ள வேறுபாடுகள்

$$M_1 M' = 6_{12} 42.6 48.0 - 0_{12} 19.0 48.0 = 6_{12} 38.0 55.0$$

$M_1 M^j = 11_{\text{us}} 48_{\text{g}} 4 \text{ m} - 5_{\text{us}} 42_{\text{g}} 29 \text{ cm} = 5_{\text{us}} 06 85 \text{ cm}$ .

$$M_1, M_2 = 11^{\text{h}} 46^{\text{m}} 39^{\text{s}}.00 - 6^{\text{h}} 42^{\text{m}} 28^{\text{s}}.00 = 5^{\text{h}} 46^{\text{m}} 10^{\text{s}}.$$

சென்டெம்பர் 15ல் தேதி நண்பகலிருந்து அடுத்த நாள் நண்பகல் வரை ஏற்பட்ட நடுவண்ணிலக்க வேறுபாடு

$$\begin{aligned}
 &= \delta_2 - \delta_1 \\
 &= 1^\circ 48' 40'' - 1^\circ 28' 24'' \\
 &= 0^\circ 20' 16'' \\
 &= 1898''
 \end{aligned}$$

கதிரவன்  $S_1$  விருத்து  $S_2$ க்குச் செல்லுமளவிக் ஏற்படும் நடுவண்ணிலக்க வேறுபாடு

$$\begin{aligned}
 &= \delta_2 - \delta_1 \\
 &= 1^\circ 48' 40'' - 1^\circ 28' 26'' \\
 &= 0^\circ 21' 14'' \\
 &= 1878''
 \end{aligned}$$

எனவே கதிரவன்  $S_2$  விவிருத்து  $S_2$ க்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம்

$$= \frac{1878}{1898} \text{ நாள்}$$

ஒரு நாளில் கதிரவனின் ஊர ஏற்றத்தில் ஏற்படும் வேறுபாடு

$$\begin{aligned}
 &= M_2 M_3 \\
 &= M_2 M' - M_3 M' \\
 &= 5\text{ மீ } 4\text{ நி } 10\text{ வி} - 5\text{ மீ } 0\text{ நி } 35\text{ வி} \\
 &= 5\text{ மீ } 3\text{ நி } 35\text{ வி} \\
 &= 215\text{ வி.}
 \end{aligned}$$

எனவே  $\left(\frac{1878}{1898}\right)$  நாளில் ஏற்படும் கதிரவன் ஊர ஏற்ற வேறுபாடு

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1878}{1898} \cdot 215 \text{ வி} \\
 &= 199\text{ வி} \\
 &= 3\text{ நி } 16\text{ வி}
 \end{aligned}$$

எனவே

$$\begin{aligned}
 M_2 M &= 3\text{ நி } 16\text{ வி} \\
 M_1 M &= M_1 M_2 + M_2 M \\
 &= M_1 M' + M_2 M' + M_2 M \\
 &= 5\text{ மீ } 25\text{ நி } 55\text{ வி} + 5\text{ மீ } 0\text{ நி } 35\text{ வி} + 3\text{ நி } 16\text{ வி} \\
 &= 11\text{ மீ } 32\text{ நி } 46\text{ வி}
 \end{aligned}$$

கதிரவன் பாதை குறித்தல்

$\gamma$  இன் அளவப்படுகளில் O எனக்கொள்வோம்.

$$\begin{aligned} OM_1 &= \frac{1}{2} M_1 M \\ &= \frac{1}{2} (11\text{மீ } 32\text{நி } 48\text{நி}) \\ &= 5\text{மீ } 48\text{நி } 23\text{நி} \end{aligned}$$

மார்ச் 24-ல் கதிரவன் வல ஏற்றம்

$$\begin{aligned} &= \gamma M_1 \\ &= \gamma O - OM_1 \\ &= 6\text{மீ} - 5\text{மீ } 48\text{நி } 23\text{நி} \\ &= 0\text{மீ } 18\text{நி } 37\text{நி} \end{aligned}$$

சூரியன்கோடு வல ஏற்றம்

$$\begin{aligned} &= \gamma M' \\ &= \gamma M_1 + M_1 M' \\ &= 0\text{மீ } 18\text{நி } 37\text{நி} + 6\text{மீ } 32\text{நி } 55\text{நி} \\ &= 6\text{மீ } 42\text{நி } 32\text{நி} \end{aligned}$$

மார்ச் 24-ல் கதிரவத்தில் பிழை = சூரியன வல ஏற்றம் - பதிகு  
செய்வப்பட்ட கட்சி கடத்தல் நேரம்

$$\begin{aligned} &= 6\text{மீ } 42\text{நி } 32\text{நி} - 6\text{மீ } 42\text{நி } 48\text{நி} \\ &= -16\text{நி} \end{aligned}$$

செப்டம்பர் 19-ல் கதிரவத்தில் பிழை

$$\begin{aligned} &= 6\text{மீ } 42\text{நி } 32\text{நி} - 6\text{மீ } 42\text{நி } 29\text{நி} \\ &= 3\text{நி} \end{aligned}$$

எனவே மார்ச் 24-ல் 11 விநாடிகள் வேகமாகவும் செப்டெம்பர் 19-ல் 3 விநாடிகள் தாமதமாகவும் சென்றிருக்கிறது. அதாவது 175 நாட்களில் 14 விநாடிகள் தாமதமாகக் காலக்காட்டியிருப்பதால் கதிரவத்தின் தினசரி பிழை விவரம் =  $\frac{1}{175}$   
= 0.0056 வி.

## பயிற்சி 10

1. கதிரவன்  $\gamma$  கடத்து சில நாட்களுக்குப் பின் இரண்டு நாட்களில் அதன் வல ஏற்றம் முறையே  $(\alpha, \delta)$ ;  $(\alpha + \delta, \delta^2)$ . இப்பதிவான அளவுகள் கொண்ட  $\gamma$ ன் இடமறிய

$\cot \alpha = \cot \delta \tan \delta' \operatorname{cosec} x - \cot x$  என்ற சமன்பாடு பெறலாம் என நிறுவுக.

செப்டெம்பர் 22ம் தாள், 28ம் தாள் அதிரவன் உச்சி கடக்கும் பொழுது சேத்த பதிவுகள் பின்வருமாறு :

	உச்சி கடக்கும்பொழுது நடுவரை விவக்கம்
22ம் தாள்	17' 25" கடக்கு
28ம் தாள்	6' 21-58" தெற்கு

இவ்விரு உச்சி கடத்தலுக்கும் இடைப்பட்ட மீன் வழிதோல் 24ம. 8தி. 55-5வி. 28ம் தாள் அதிரவன் வலவற்றம் என்ன? இந்த மூன்றைக் கையாட முத்தடிக்கலி யறு இடக்குறிப்பதால் என்ன பிழைகள் ஏற்படுகின்றன?

3. அதிரவன் யறுக் கடத்த சில நாட்களுக்குப் பின்பு, விண்டீன் வீசு (vaga) உச்சி கடக்கும் நேரத்திற்கும் அதிரவன் உச்சி கடக்கும் நேரத்திற்கும் இடைப்பட்ட காலம் 17ம. 36தி. 25வி. அதிரவன் 2 கடத்த சில நாட்களுக்குப் பிறகு அதே மாதிரி பதிவு செய்யப்பட்ட இடைக்காலம் 7ம. 32தி. இது நாட்களிலும் அதிரவனின் நடுவரை விவக்கம் சமமாகிருந்தன. விவகனின் வலவற்றம் என்ன?

4. மீன் கொடுக்கப்படும் காட்சிப் பதிவுகளிலிருந்து மார்ச்சு 24ஆம் தேதி அதிரவனின் வலவற்றத்தையும் விண்டீனின் வலவற்றத்தையும் கணிக்க.

தேதி	அதிரவன் நடுவரை விவக்கம்	அதிரவன் உச்சி கடத்த ஓங்கும் ஒரு குறிப்பிட்ட விண்டீன் உச்சி கடத்த ஓங்கும் இடைப்பட்ட மீன்வழி நேரம்
மார்ச்சு 24	1° 28' 5.1"	6ம 1தி 34-45வி
செப்டெம்பர் 18	1° 49' 30.2"	5ம 37தி 32-37வி
செப்டெம்பர் 19	1° 26' 12.8"	5ம 31தி 3.3வி





## 11. சந்திரன் (THE MOON)

11-0 : மண்ணுலகில் வரவும் தமக்கும் சந்திரனுக்கும் மிகுந்த தொடர்புண்டு. தமக்கு வானவெளியில் இயற்கையிலேயே அமைந்த ஒரே ஒரு துணைக்கோள் (Satellite) சந்திரனே யாகும்.

11-1 : இதுவரை சந்திரனைப்பற்றிப் பல உண்மைகள் தமக்குத் தெரியும். ஆனால் சந்திரனைப்பற்றிய ஆராய்ச்சியில் (1960-1969) சில ஆண்டுகளாகவே, அமெரிக்காவும் ரஷ்யாவும் செய்திருக்கும் சாதனைகள் பலப்பல. இத்தப்பத்தான்கு காலத்திலேயே வெளி ஊர்திகள் (Spacecrafts) சந்திரனுக்கு மிக நெருங்கிச்சென்று பல படங்கள் பிடித்திருக்கின்றன. 1968ல் அமெரிக்க ரேஞ்சர் IX (U. S. Ranger IX), சந்திரனுக்கு அண்மையில் (288 கி. மீ. 108 கி. மீ., 20 கி. மீ.) சென்று, வியத்தகு படங்கள் கொண்டு வந்தது. ரஷ்யாவின் வெளி ஊர்திகள் லூனா III (Luna III), ஶான்ட் III (Zond III), இதுவரை நம் காட்சிக்கு அப்பாற்பட்டே இருந்துவந்த சந்திரனின் மறுபுறத்தை தமக்குப் படலாவாக வெளிப்படுத்தியிருக்கின்றன. சிறப்பாக, 1968ம் ஆண்டில் மனிதனால் இயக்கப்படாத ஒரு ரஷ்ய வின் வெளி ஊர்தி லூனா IX (Luna IX) சந்திரன் மேலேயே இறங்கி, சந்திரனுடைய தரையிலிருந்து புகைப்படங்கள் கொடுத்திருக்கின்றது. சந்திரன் தரை மிக மிகுதுவாக இருப்பதால், இவ்வூர்தி தரைக்குள் அழுத்திவிடுமோ என்று பயத்தனர். ஆனால் அது தரைமேலேயே நின்றது.

1969ம் ஆண்டில், இரண்டு அப்போக்களில் (Apollo XI and Apollo XII) சென்றஅமெரிக்கர்கள், சந்திரனில் அடிவெடுத்து வைத்துத் திரும்பினர். அவர்கள் கொண்டுவந்த சந்திரப்பாறைகள் விஞ்ஞானிகள் ஆராய்ச்சிக் கூடங்களில் பரிசோதிக்கப்பட்டு வருகின்றன. இவ்வாராய்ச்சிகளின் முடிவுகளை அறிவுடை மக்கள் எதிர்பார்த்தவண்ணம் இருக்கின்றனர். மேலும் பன்னாறா மனி

தன் சத்திரனுக்குச் சென்று திரும்பும் வாய்ப்புக்கள் மலையணம். சத்திரன் மேயேயே, ஆராய்ச்சிக் கூடங்கள் அமைக்கப்பட்டன. குடியும் குடித்தனமாவாக, மனிதர் சினர் அங்கு வாழலாம் என்ற கனவு அண்மையிலே கைகூடாவிட்டாலும், இத்தூற்றினுள் திரும்பும் காரணம் தவறாக மாறின் அது விபத்தாகு சேய்தியாகாது.

11-1-1: சத்திரனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உள்ள தெருங்கிய தொட்புக்கு முக்கிய காரணம், வாதெனின் அதுதான் தமக்கு மிக மிக அண்மையில், உள்ள வின்பொருளாகும். நமக்கும் சத்திரனுக்கும் இடைப்பட்டதூரம் ஏறத்தாழ, 8,84,000 கி. மீட்டர்கள் (2,40,000 மைல்). அதுவும் பூமியைப்போல் உருண்டை வடிவ மானது. அதன் அரைவிட்டம் ஏறத்தாழ 1780 கி. மீட்டர்கள் (1100 மைல்கள்). நிலத்தின்மீள் மண்டலப் பிள்ளனியில் சத்திரன் பூமியைச் சுற்றிவரும் நேரம் ஏறக்குறைய 27; நாட்களாகும் (27 நாட்கள் 7 மணி 43 நிமிடம் 11-5 செகண்டுகள்). கடிரவன் பொட்டி, அது பூமியைச் சுற்றிவரும் நேரம் ஏறக்குறைய 28; நாட்களாகும் (28 நாட்கள் 12 மணி 44 நிமிடம் 3-8 செகண்டுகள்). வான கோளத்தின்மேல் அதன் தோற்றப்பாதை ஏறக்குறைய கடிரவன் பாதையோடு இணைந்து இருக்கிறது என நாம் 8-9 (1) இல் ஏற்றுக்கொண்டோம். ஆனால் உண்மையில் சத்திரனின் வான கோளப்பாதை, கடிரவன் பாதைக்கு ஏறத்தாழ (சராசரி) 8' 9" சாய்த்திருக்கும், ஒரு வானகோளப் பெருவட்டமாகும். இச்சாய்வும் நிலத்தது அகில : ஓரானுடு காலத்தில் அச்சாய்வு 4'58" முதல் 5' 18" வரை மாறி வருகிறது. சத்திரன் பாதையும் கடிரவன் பாதையும் வெட்டும் இரு இடங்களும் இருகணுக்கள் (Nodes) எனப்படும்; ஒன்று ஏறகணு (Ascending node—இராகு) எனவும் மற்றொன்று (Descending node—கேது) எனவும் கூறப்படும். இக்கணுக்களுக்குகே, கடிரவனும் சத்திரனும் வரும்போது, முழுநிலவோ (பெரீனியர்) அல்லது அமாவாசையோ ஏற்படுமானால், ஒரு சத்திரகிரகணமோ, கடிரவன் கிரகணமோ ஏற்படத்தக்க சூழ்நிலை உருவாகிறது. இதுபற்றி விவரமாக மறைப்பிக்கள் அல்லது கிரகணங்கள் என்ற பகுதியில் பார்ப்போம்.

11-2 : சத்திரன் பூமியைச் சுற்றிவரும் இயக்கம், மிகச் சிக்கல்திறமற்றது. சத்திரன் பூமியைச் சுற்றி ஏறத்தாழ ஒரு வட்டப் பாதையில் செல்கிறதெனப் பொதுவாக நாம் கொண்டாலும், ஒரு படி துட்பயமாகப் பார்க்குமிடத்து, சத்திரனியக்கம் வெகுவாக் விதிக்கு உட்பட்டு இருக்கிறதெனக் கொள்வோம்.

1. மண்ணுலகத்தை ஒரு குவிமையப் புள்ளியாகக் கொண்டதன் வட்டப்பாதையில் சத்திரன் செல்கிறது. (குவிமையப் புறம்கு =  $\frac{1}{2}$  அல்லது 0-055).

2. மண்ணுவகத்தைச் சந்திரனோடு இணைக்கும் கோட்டின் பரப்பு வேகம் (areal velocity) ஒரு சீரானது.

3. சந்திரனிடம்போதை மண்ணுவக எவ்வளவு வழிவாகச் செல்லும் ஓர் தளத்தில் அமைத்திருக்கிறது; அத்தளம், கதிரவன் பாதைத் தளத்திற்குச் சராசரி  $5^{\circ} 8'$  சாம்பில் உள்ளது.

ஆனால் இவ்விதிகள் முற்றிலும் சரியெனக் கொள்ளமுடியாது; கதிரவன் சுட்புகள் காரணமாக, இயக்கப்பாதை, வேகம் முதலியன பரப்பில் மாறுதல்களுக்கு உட்படுகின்றன. அவை 'தடு மாற்றங்கள்' (Perturbations) எனப்படும். இத்தடு மாற்றங்கள் (அல்லது உயிர்வுகள்) வரவற்றையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால்தான், அதி துட்பாடாகவும் மிகச் சரிவாகவும் சந்திரனியக்கத்தைக் கவனிக்க முடியும்.

சந்திரன் நீண்டப்பாதைகள் குணமையப் பிறழ்வு  $\frac{1}{18}$  ஆகக் வரலாம், பூமிக்கு அண்மையப் புள்ளியும் சேவ்வையப் புள்ளியும் உள்ள இரங்கள்  $1 - \frac{1}{18} : 1 + \frac{1}{18}$  என்ற விகிதத்திலிருக்கும், அப்பள்ளிகளிலிருந்து சந்திரனின் கோணவிட்டங்கள்,

$$1 - \frac{1}{18} : 1 + \frac{1}{18}$$

என்ற விகிதத்திலிருக்கும்.

11-2-1: விண்வீன் மாதம் — திங்கள் — ஆண்டு — இவைகளுக்கிடப்பட்ட தொடர்புகள்: (Sidereal Month — Lunation — Year.)

விண்வீன் பின்னணியில் சந்திரன் மண்ணுவகைச் சுற்றி வரும் காலவிட்டம் ஒரு விண்வீன் மாதம் (S) எனப்படும், கதிரவனை யொட்டி, சந்திரன் மண்ணுவகை ஒரு சுற்றுச் சுற்றிவரும் காலவிட்டம் ஒரு திங்கள் அல்லது ஞாயிற்று வழி மாதம் (Lunation or Synodic period) எனப்படும் (L). கதிரவன், விண்வீன் பின்னணியில் மண்ணுவகைதை ஒரு சுற்று சுற்றிவரும் காலவிட்டம் ஒரு கதிரவன் ஆண்டு (Y) எனப்படும் [இது தொடர்ச்சியெழிய உண்மையில் மண்ணுவகைதான் கதிரவனைச் சுற்றி வருகிறதென நீக்கல் அறிவிக்கல்.] ஒரு நாளில் கதிரவன் தன் பாதையில் விண்வீன் பின்னணியில் பெற்றுள்ள தனிச்சேவ்வை வேகம்  $\frac{360^{\circ}}{Y}$ .

சத்திரன்

ஒரு நாளில் சத்திரன், விண்மீன் பின்னணியில் மண்ணுறையைக் கத்திவரும்போது பெற்றுள்ள தனித்தான வேகம்  $\frac{880^\circ}{S}$ .

எனவே கதிர்வரணவொட்டி, சத்திரனுது சார் வேகம் =  $\frac{880^\circ}{S} - \frac{880^\circ}{Y}$

ஆனால், கதிர்வரணவொட்டி, சத்திரனுது சார்வேகம்  $\frac{880}{L}$ .

$$\frac{880}{L} = \frac{880}{S} - \frac{880}{Y},$$

$$\therefore \frac{1}{L} = \frac{1}{S} - \frac{1}{Y}.$$

$L = 28.5$  நாட்கள் ;  $Y = 885.25$  நாட்கள் எனக் கொண்டால்,

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{L} + \frac{1}{Y}.$$

$$= \frac{1}{28.5} + \frac{1}{885.25}$$

$$= 27.80 \text{ நாட்கள் எனப் பெறப்படும்.}$$

எனவே, விண்மீன் பின்னணியில் சத்திரன் மண்ணுறையைக் கத்திவரும் காலவட்டம் = 27.80 நாட்கள். சரியான எண்ணிக்கை = 27 நாட்கள் 7 மணி 48 நி. 11.5 வி.

இக்கால வட்டத்தில், சத்திரன் விண்மீன் பின்னணியில், மண்ணுறையைக் ஒரு முழுச் சுற்றுக் கத்திவருகிறது.

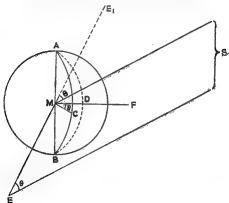
### 11.2.2: சத்திரனின் பிறைவகைகள் (Phases of the Moon)

அமாவாசைக்குப் பின்பு இரண்டு நாட்கள்கழித்துக் கதிர்வரணத்தைப்பின், மேல் வானத்தில் நாம் சத்திரனை ஒரு சிறு பிறை வடிவமாகப் பார்க்கிறோம். நாளுக்குநாள் இப்பிறை வளர்ந்து, பெர்ணியாவது கதிர்வரணத்தைவிடக் கிழவானில் முழுமதியம் எழுவதைப் பார்க்கிறோம். இது சத்திரனின் வளர்முகை காலம் (Waxing phase of the moon) எனப்படும். பெர்ணியிக்குப் பின்பு நாளுக்குநாள் சத்திரன் குறைத்து வருவதைப் பார்க்கிறோம். அமாவாசையன்று சத்திரன் நமக்குத் தெரிவதில்லை. இது சத்திரனின் தேவமுகை காலம் (Waning phase of the moon) எனப்படும். ஒரு அமாவாசைக்கும் அடுத்த அமாவாசைக்கும் (ஒரு பெர்ணியில்க்கும் அடுத்த பெர்ணியில்க்கும்) இடைவட்டப் கால வெளி  $L = 28.5$  நாட்கள். இந்த இடைவெளியில் (அமாவாசை முதல் அடுத்த அமாவாசையரை) சத்திரனின் ஒளிப்பாகம் வளர்ந்து முழு மதிய நிலைவெளி மறுபடி குறைத்து, ஒளிப்பாகம்

இவ்வாத நிலைக்கு வருகிறது. இந்த ஒளிப் பாகத்தை அகலது மிதையானவைக் கணக்கிடும் மூலையை இப்போது பார்க்கோம்.

சத்திரனுக்கு கயமான ஒளியில்லையெனவும், அது ஒர் இருண்ட உருண்டையெனவும், சுதிரவன் ஒளி அதன்மேல் படுவதால் அது ஒளி பெறுகிறது எனவும், அவ்வாறு கடல் வாங்கிய ஒளி கொண்டு அது மண்ணுவகத்திலிருந்து தன் ஒளிக் காட்சியை அளிக்கிறதெனவும் தாம் அறிவோம். ஒரு நிமிசத்தில் சத்திரனது வெகுவேறு அளவுள்ள பிறைகளை தாம் பார்க்கிறோம். அப்பிறையனைவு கணிக்கும் மூலையின்வருமாறு:

சத்திரன் ஸமயம்  $M$ ; சுதிரவன் ஸமயம்  $S$ ; மண்ணுவக ஸமயம்  $E$  எனப் பின்வரும் படத்தில் கொள்க (படம் 11-28).



படம் 11.28

$MS$  க்குச் செங்குத்தான தளத்தில்  $ACB$  என்ற சத்திரனின் பெரு வட்டம் உள்ளது.  $ME$  க்குச் செங்குத்தான தளத்தில்  $AFB$  என சத்திரனின் பெரு வட்டம் உள்ளது. சத்திரன் ஒளி பெறும் பகுதி  $S$  பக்கமுள்ள  $ACB$  என்ற அரைக்கோளம். மண்ணுவகத்திலிருந்து சத்திரன் காட்டும் பகுதி  $E$  பக்கமுள்ள  $AFB$  என்ற அரைக்கோளம்.

சத்திரன்

எனவே, மண்ணுலகம் காணும் சத்திரன் ஒளிப்பகுதி  $ACB$  க்கும்  $AFB$  க்கும் பொதுவாக, இரு விசு வளைவுகளுக்குட்பட்ட (விசு  $AF$ , விசு  $AB$ )  $ABFA$  என்ற கோளப்பிறை (Lune); இது ஒரு கிச்சிசில் பழக்கினை வடிவத்தில் இருக்கும்.

$AFB$  என்ற தளத்தில்  $ACB$  என்ற வட்டத்தின் குத்து வீச்சம் (orthogonal projection)  $ADB$  எனக் கொண்டால், மண்ணுலகில் உச்சோச்சுக்கு  $AFBDA$  என்ற பரப்புப் பகுதி ஒளிபெற்றிருப்பதாகத் தெரியும்.

ஒளி பெற்று தங்குக் காட்சியளிக்கும் சத்திரன் பரப்பிற்கும், சத்திரனின் மூழுமட்டப் பரப்பிற்கும் உள்ள விசிறம், சத்திரனின் பிறையளவு (polar) எனப்படும். இப்போது, படம் 11.2-2-இன்படி, தளக்கள்  $AFB$  க்கும்  $ACB$  க்கும் இடைப்பட்ட கோணம்  $\theta$  என்பது  $(= \angle FMC)$   $EM$ ன் நீட்டலுக்கும்  $MS$ க்கும் இடைப்பட்ட கோணம்  $= \angle EMS$ .

$\therefore ACB$  என்ற அரைவட்டம்,  $AFB$  என்ற தளத்தின்மேல் வீச்சுமடைபடியோது பெறப்படும் அரை நீள் வட்டம்  $ADB$ ன் பரப்பு,  $= \frac{1}{2} \pi r^2 \cos \theta$  ( $r$  என்பது சத்திரனது அரைவட்டம்).

ஈ. காட்சியளிக்கும் ஒளிப்பரப்பு  $AFBDA$  = அரைவட்ட  $AFB$ ன் பரப்பு - அரைநீள் வட்ட  $ADB$ ன் பரப்பு

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \pi r^2 \cos \theta.$$

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 (1 - \cos \theta).$$

மூன்று வரையறுக்கப்பட்டபடி,

$$\begin{aligned} \text{பிறையளவு} &= \frac{\pi r^2}{2} \times \frac{(1 - \cos \theta)}{\pi r^2} \\ &= \frac{1}{2} (1 - \cos \theta) \text{ எனப் பெறப்படும்.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{அதாவது பிறையளவு} &= \frac{1}{2} (1 - \cos \theta) \\ &= \frac{1}{2} (1 - \cos SME') \\ &= \frac{1}{2} [1 + \cos (\pi - SME')] \\ &= \frac{1}{2} [1 + \cos EMS]. \end{aligned}$$

$EMS$  என்பது,  $M$  என்ற புள்ளியில்  $ES$  தாங்கும் கோணம், அதாவது மண்ணுலக மையம்  $E$ -உம் சத்திரவன் மையம்  $S$  உம், சத்திரன் மையம்  $M$  இல் தாங்கும் கோணம்  $EMS$  ஆகும். இக்கோண தூரம் சத்திர மையத்திலிருந்து சத்திரவன்—மண்ணுலக

நீட்சி (ஆகவது திசை விலக்கம்) — [Elongation of the Earth's centre from the sun as seen from the Moon's centre] எனப் பெயரிடப்பட்டிருக்கிறது.  $ES$  என்ற திசைக்கும்,  $MS$  என்ற திசைக்கும் இடைப்பட்ட கோணம்  $10^\circ$ -க்கு மேற்படாது. எனவே,  $ES$ -ம்  $MS$ -ம் இரண்டோடுகூட என்றே கொள்ளலாம். மடம்  $11.2.2.1$  பார்க்க.



மடம், 11.2.2.1

(குறிப்பு: ஏறக்குறைய  $ES = 400 EM$ ; ஆகவது  $EM$ -ஐ 1 செ.மீ அளவில் குறித்தால்,  $ES = 4$  மீட்டராகும்.)

எனவே மடம் 11.2.2 இல்  $ES \parallel MS$  எனக் கொண்டால்,

$$\theta = \angle EMS = \angle MES.$$

### 11.2.3: நீட்சி (Elongation)

$EMS$  = சந்திர மையத்திலிருந்து சந்திரவன் - மண்ணுலக நீட்சி எனக் கூற்றோம். ஆய்வாறே  $SEM$  என்பது, மண்ணுலகிலிருந்து, சந்திரவன் - சந்திர நீட்சி எனக் கூறலாம். (Elongation of the moon's centre from the sun as seen from the Earth's centre).

இங்கு, சந்திரனைப் பொருத்தமட்டில்  $EMS = \theta =$  ஏறத்தாழ  $MES =$  மண்ணுலகிலிருந்து சந்திரவன் - சந்திர நீட்சியெனக் கொண்டால், வான கோளத்தின்மேல்  $MES$  என்பது வில்  $MS$ -க்குச் சமமாக, ஏறக்குறைய சந்திரவன் வின் தெட்டாங்கிற்றும், சந்திரனது வின் தெட்டாங்கிற்றும் உள்ள வேறுபாடு என அமைவும். (சந்திரவனும், சந்திரனும் சந்திரவன் பாதையிலேயே செல்கின்றன என்ற அடிப்படையில் இதைக் கொள்க).

எனவே,

$$\text{கொளவளவு} = \frac{1}{2} (1 - \cos \theta).$$

$$= \frac{1}{2} [1 - \cos (\text{சந்திரவன்} \rightarrow \text{சந்திரன் நீட்சி})].$$

$$= \frac{1}{2} [1 - \cos (\text{சந்திரவன் வின் தெட்டாங்கிற்றும் சந்திரன் வின் தெட்டாங்கிற்றும் உள்ள வேறுபாடு})].$$



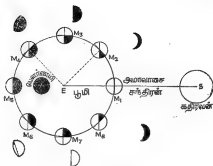
எனவே அமாவாசைக்கு  $x$  நாட்களுக்குப் பின்பு கதிரவன் விண் தொடங்கு  $o$  எனவும் சத்திரன் விண் தொடங்கு  $M$  எனவும் கொண்டால், ஏறத்தாழ பிறையளவு  $= \frac{1}{2} [1 - \cos (M - o)] = \frac{1}{2} [1 - \cos 12.2^\circ]$  எனக் கொள்ளலாம்.

மேலும்  $ACB$ ,  $AFB$  என்ற தளங்களுக்கும் பொதுவான  $AB$  என்ற விட்டம்,  $EMS$  என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்.  $A$ ,  $B$  என்பவை பிறைச் சத்திரவின் கொம்புகள் (horn of the moon) எனப்படும்; எனவே, கொம்புகளை இணைக்கும் சத்திர விட்டம் எப்போதும்  $EMS$  என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்; ஆகவே  $AB$  கதிரவன் பாதைக்குச் சந்தேரத்தொழு செங்குத்தாக விருக்கும். (கதிரவன் பாதையும் சத்திரன் பாதையும் ஒன்றே என்ற அடிப்படையில், அங்லது  $M$ ன் இடம் கதிரவன் பாதைக்கு மிக அருகாமையில் இருக்கிறதென்ற அடிப்படையில்). மேலும், ஒளி பெற்ற சத்திரன் பகுதி, கதிரவன் பக்கமே திரும்பி விருக்கும்.

11-2-4. வளர்சிதை-தேய்சிதை: 11-2-4 படத்தில் (பக்கம் 294) கதிரவனும் சத்திரனும் இணைவல் நிலையில் (தொட்டாங்கு வேறுபாடு பூச்சியம்)  $E$ ,  $M_1$ ,  $S$  முறையே மண்ணுலகம், சத்திரன், கதிரவன் எனக் கொள்க. அப்போது பூமிக்கு ஒரே பக்கத்தில் சத்திரனும் கதிரவனும் உள்ளன. கதிரவன் பக்க மிருக்கும் சத்திரனின் அரைக்கோளம், கதிரவனுது ஒளிபெறும்; பூமிின் பக்கமிருக்கும் சத்திரனின் அரைக்கோளம் ஒளி பெறு திருக்கும் காரணத்தால், சத்திரன் பூமிக்குத் தெரியவேதெரியாது. அது அமாவாசை நாளாகும். கதிரவனை நோக்க வைத்து, சத்திரன் ஏறத்தாழ தினசரி சார்வேகமான  $12^\circ 2'$  ள்தம் பூமிவைச் சுற்றி வரட்டும். சத்திரன் பாதையில், பின்வரும் பட்டியல்படி, பூமிமிவிருத்து, கதிரவன்-மண்ணுலக நீட்சி  $\pi$  இவிருத்து- $\pi$  வரை மாறுவதையும் அந்த நிலைகளில் பிறையளவுகள் மாறுவதையும் கவனிக்க. சத்திரன்  $M_1$  விருத்து  $M_2$  வரை வளர்சிதையும் (அமாவாசை முதல் பெளர்ணமி வரை)  $M_2$  விருத்து மறுபடியும்  $M_1$  வரை தேய்சிதையும் (பெளர்ணமி முதல் அமாவாசைவரை) இருப்பதைக் கவனிக்க.  $M_1$  விருத்து  $M_2$  வரை கதிரவனுக்கும் சத்திரனுக்கும் உள்ள விண் தொட்டாங்கு வேறுபாடு முதல்  $\pi$  வரை வளர்கிறது;  $M_2$  முதல், கதிரவனுக்கும் சத்திரனுக்கும் உள்ள விண் தொட்டாங்கு வேறுபாடு  $\pi$  முதல்  $2\pi$  வரை மேலும் வளர்கிறது.  $M_1$  ல் ஆரம்பித்து  $M_2$  க்கு மறுபடியும் வரும் வரையில், சத்திரன், கதிரவனை பொட்டி, ஒரு முழுச் சுற்று சுற்றுகிறது. இந்த இடைவெளிப் பொழுதே 'ஒரு திங்கை' எனப்படும். இது ஏறத்தாழ 29-6 நாட்களாகும். படம் 11-2-4 பார்க்க.

சந்திரன் இருக்கும் இடம்.	மடல் 11-2-8ல் $\theta = \text{EIMS}$ = ஏதாவது ஒரு MIES = ஏதாவது ஒரு சந்திரன் விண் தொடர்பு சந்திரன் விண் தொடர்பு மடல் 11-2-8ல் (பூமிக்கு இருந்து சந்திரன் -> சந்திரன் திசை)	மடல் 11-2-8ல் $\text{EIMS} = \pi - \theta = \theta_1$ சந்திரன் இருந்து சந்திரன் -> விண் தொடர்பு திசை.	விண் தொடர்பு = $\frac{(1 - \cos \theta)}{2} = \frac{1 + \cos(\pi - \theta)}{2}$ = $\frac{1 + \cos \text{EIMS}}{2}$
$M_1$	$0^\circ$	$\pi$	○ - அமைச்சர்
$M_2$	$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$	(விண் தொடர்பு) $\frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$	அமைச்சர் $\angle_1$
$M_3$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	அமைச்சர் $\frac{1}{2}$ அமைச்சர் சந்திரன்
$M_4$	$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$	(விண் தொடர்பு) $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}$	அமைச்சர் $> \frac{1}{2}$ விண் தொடர்பு (Gibbous Moon) -
$M_5$	$\pi$	○	அமைச்சர் விண் தொடர்பு - விண் தொடர்பு.

$M_4$	$\frac{8\pi}{7} \angle 77^\circ$	$\frac{8}{\theta_1} \angle 1^\circ$	$\theta_1$ மதிப்பு குறை ( $-$ ) $\frac{8}{\pi}$	அளவு $> \frac{1}{2}$ குமிழ் சத்திகள்
$M_1$	$\frac{8\pi}{7}$	$\frac{8}{\pi} \angle 1^\circ$	$\theta_1$ மதிப்பு குறை ( $-$ ) $\frac{8}{\pi}$	அளவு $\frac{1}{2}$ அளவுமீட்டர் சத்திகள்
$M_3$	$\frac{8\pi}{7} \angle 77^\circ$	$\frac{8}{\theta_1} \angle 1^\circ$	$\theta_1$ மதிப்பு குறை ( $-$ ) $\frac{8}{\pi}$	அளவு $> \frac{1}{2}$
$M_2$	$8\pi$	$\frac{8}{\theta_1} \angle 1^\circ$	$\theta_1$ மதிப்பு குறை ( $-$ ) $\frac{8}{\pi}$	அளவு $> \frac{1}{2}$



படம் 11-2-4

$M_1$ -லிருந்து  $M_2$  வரை ஏறத்தாழ  $\frac{30}{12.2} = 2.46$  நாட்கள்.

$M_2$ -லிருந்து  $M_3$  வரை „ 2.46 „

$M_3$ -லிருந்து  $M_4$  வரை „ 2.46 „

$M_4$ -லிருந்து  $M_5$  வரை „ 2.46 „

மொத்தம் 29-5 நாட்கள்

அமாவாசை முதல் பெரீணமிவரை 14-75 நாட்கள்.

பெரீணமி முதல் அமாவாசை வரை 14-75 நாட்கள்.

11-3 : சந்திரனில் வாழலிருக்கும் மக்கள் கானக்கூடிய காட்சிகள் :

சந்திரனுக்குச் சென்றுவர வாய்ப்புபெற்ற மனிதன் ஒருவன் சந்திரனில் சிந்து வாய் நங்கி, அங்குத் தேவர்களும் காட்சிகளைக் காணும் வகுவிருவனான வைத்துக்கொள்வோம். நமக்கு மண்ணுடை சந்திரில் இரவும் பகலும் எப்படி மாறிமாறி வருகிறதோ, அப்படியே அவனுக்கும் இரவும் பகலும் மாறிமாறி வரும். ஆனால் அவனுடைய இரவுக் காலம் ஏறக்குறைய நமது 14 நாட்களுக்குச்

சமயாவிருக்கும். ஏனெனில், பூமி தன்னைத்தானே ஒருமுறை சுற்றி வரும் காலம் 24 மணி நேரம் கொண்ட ஒரு நாளைக் கொண்டால், சத்திரன் தன்னைத் தானே ஒருமுறை சுற்றி வரும் காலம் ஒரு நிமிசம் ஆகும். அந்த 'சத்திரமண்டல' இரவுப் போற்றில், குளிர் மிகுதியாகியிருக்கும். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சுதிரவனுக்கு நேரக் கீழே இருக்கும் புள்ளியில் (சத்திரன் மையத் தையும், சுதிரவன் மையத்தையும் இணைக்கும் நேரக்கோடு சத்திரன் பரப்பை வெட்டுமிடம்; இந்தப்புள்ளி அந்த சமயத்திற்குரிய ஞாயிற்றுநேரக் கீழ்ப்புள்ளி—Sub solar point எனப்படும்), வெப்ப நிலை அப்போது ஏறக்குறைய  $101^{\circ}\text{C}$  அல்லது  $214^{\circ}\text{F}$  இருக்கும். கொதிக்கும் தண்ணீரின் வெப்பநிலையைவிட  $1^{\circ}\text{C}$  அதிகம் ஆனால், அதற்கப்பாற்பட்ட இடங்களில் வெப்பநிலை வேகமாகக் குறைந்து, சுதிரவன் படாத பகுதியிலுள்ள இடத்தில் மிகக் குளிர்ந்த தட்பநிலை இருக்கும். சத்திரக்கிரகணம் ஏற்படும்போது, சுதிரவன் வெப்பக் சுதிரகன், சத்திரன்மேல் விழாது தடுக்கப்படும் நிலையில், கிரகண ஆரம்பத்தில் வெப்பநிலை, ஞாயிற்று நேரக் கீழ்ப் புள்ளியில்  $88^{\circ}\text{C}$  ஆகியிருந்து, சத்திரன் ஞாய்வதும் மறைவும் போன்று— $78^{\circ}\text{C}$  அளவிற்குக் குறைந்து விடுகிறதெனில், சத்திரன் பரப்பின் மேல் தட்ப வெப்பநிலை குறுகிய காலத்திலேயே எவ்வளவு மிகப் பெரிய மாறுதல்கள் அடைகிறதென ஊகித்துப் பார்க்கலாம். குறுகிய காலத்தில் இவ்வளவு பெரிய மாறுதல்களுக்குக் காரணம், சத்திரன் தரையமைப்பைப் பொறுத்திருக்கவேண்டுமென நினைக்க இடமிருக்கிறது. இப்போது மண்ணுலகத்திற்குக் கொண்டு வரப் பட்ட சத்திரப் பாறைகளைப் பற்றிய ஆராய்ச்சிகள், தமக்கு மேலும் சத்திரன் தரையமைப்பைப் பற்றிய வினக்கங்களை தரக்கூடும்.

சத்திரமண்டலத்தின் சுப்பச் சக்தி, மண்ணுலக சுப்பச் சக்தி யைப் போல ஆதில் ஒரு பங்குதான் என இதுவரை கணிக்கப் பட்டிருக்கிறது. ஆகவே சத்திரன் தரைமேல் தடக்கும்போது, காலை அளந்த தவத்து தடக்கொடியாத நிலை ஏற்படுகிறது எனத் தெரிகிறது. தடக்கும் மனிதனின் எடை (Weight) ஆதில் ஒரு பங்காகக் குறைவாகும், தடக்க ஞாயலும் மனிதன், பறப்பது போன்ற உணர்ச்சியுடன் தடக்கின்றான். இந்த ஞாயலுக்கு ஆதாரம் கீழ்வருமாறு :

தமக்கும் ஒரு விண்மீனுக்கும் இடையே சத்திரன் வரும்போது, விண்மீன் தம் காட்சியினின்றும் இடைமறைக்கப்படுகிறது (Occultation of a Star). சத்திரனைச் சுற்றி ஒரு வளி மண்டலம் (கம்பைச் சுற்றியிருக்கும் வளிமண்டலம் போல (Earth's-atmosphere) இருக்குமானாலும், விண்மீன் ஒளி அவ்வளிமண்டலத்தில்

துழையும்போதும், அதை விட்டு வெளிவரும்போதும், சற்று மங்கலாகக் காட்சிவளிக்கவேண்டும்; இது நடப்பதில்லை. மேலும் சத்திர வளிமண்டலம் (Lunar atmosphere) வழியாக ஆய்வின் மீள் ஒளி பரப்பும்போது கோட்டமடைத்து, அதன் திசை சற்று மாற வேண்டும். (நமது வளிமண்டலத்தில் கோட்டம் K. lan z என நாம் பார்த்தோம்); அத்திசை மாற்றமும் ஏற்படுவதில்லை. இவ்விரண்டு நிஷக்கிரமமும்—ஒளிக்கோட்டம், மங்கல்—நடப்பதாகத் தெரிகவில்லை. எனவே மண்ணுலகைச் சுற்றியிருக்கும் அழுத்தமான ஒரு வளிமண்டலம் சத்திரனைச் சுற்றி அமைந்திருக்கவில்லைவெனத் தெரிகிறது. இந்த அடிப்படையில்தான் சத்திரமண்டல சுரப்புச் சக்தி, உலக சுரப்புச் சக்தியைப் போல, ஏறக்குறைய ஆறிலொரு பங்கு எனக் கணிப்பிடப்பட்டிருக்கிறது.

இப்போது சத்திரனில் சென்றிருக்கும் மனிதன் அங்குச் சில காலம் தங்கக்கூடிய வசதி, ஏற்படுத்திக் கொள்ளமுடியுமானால் சத்திரமண்டல வானத்தில் என்ன விதமான காட்சிகளைக் காண இயலும் எனப் பார்ப்போம். தம்முடைய 24 மணி நேரம் கொண்ட நாளைப்போல, தொடர்ந்து 14 நாட்கள் பகலும் (சுதிரவணத் தனது வானில் காணும் வாய்ப்பும்) அடுத்து, தொடர்ந்து 14 நாட்கள் இரவும் (சுதிரவணத் தனது வானில் காணமுடியாத வாய்ப்பும்) அவனுடைய பகல் இரவுநேரங்களாகும், [பகலில் தாங்கமுடியாத வெப்பமும், இரவில் தாங்கமுடியாத குளிரும் மாறிமாறி வரும். மற்றும் தனக்கு வேண்டிய உயிர் வாயும் (Oxygen) உணவும் பொருள்களும், தண்ணீரும் அவன் இவ்வுலகத்தில் இருந்துதான் கொண்டுபோகவேண்டும். இன்னும் விண்வெளி உடைகள் (Space suits) முதலியனவும் வேண்டும்].

சத்திரமண்டலப் பரப்பில் கடுமையான வேகத்தில் விண்சுதிகள் (Meteorites) மழைபோல இடைவிட்டு, இடைவிட்டுப் பொழிந்த வண்ணம் இருக்கும். சுதிரவணிலிருந்து ஆற்றல்மிக்க புற ஊதாக் கதிர்கள் (Ultra Violet rays) விழும். விண்வெளியிலிருந்து காலியுக் கதிர்கள் திசைப்பெயர்ப்பத் தாக்கும்.

11:3:1 : நாம் 'சத்திர ஒளி'யைப் (Moon shine) பார்ப்பது போல சத்திரனிலிருப்பவன் 'உலக ஒளி'வை (Earthshine) அவனது சத்திர 'இரவில்' பார்க்கலாம். நமது வானத்தில் நாம் மூல மதியத்தையும், மற்ற சத்திரப்பிறைகளையும் பார்ப்பது போல, சத்திரனிலுள்ள மனிதன் 'மூல உலகத்தையும்' (Full-Earth) 'உலகப் பிறைகளையும்' (Earth's Crescents) அவனுடைய இரவு நேரத்தில் காணமுடியும். நமக்கு அமரவானை (புதுச்

சத்திரம்) போலச் சத்திரனிலிருப்பவனுக்கும் புதுஉலகம் (New Earth) என்று ஒரு ஊமைருக்கும். இக்காட்சிகள் எவ்வெப்போது சத்திர 'மனிதனுக்குத்' தென்படுகின்றனவென்ப பார்ப்போம்.

மண்ணுலக மனிதன் அமாவாசை கொண்டாடும்போது சத்திரம்து இரவுப் பகுதியில் உன்னவன் தனது வானவெளியில் 'மூலு உலகம்' காண்பான். ஆம் 'மூலு உலகம்' தாம் பார்க்கும் சத்திரனைப்போல, ஏறக்குறைய 3-6 மடங்கு அரைவிட்டமூன்ற (18 மடங்கு பரப்புள்ள) ஒரு பெரிய ஒளியிசுத்த தங்கத்தாம்பாளம் போலக் காட்சியளிக்கும். சத்திரம் பரப்பின்மேல் "மூலு உலகம்" வெளிச்சம், தாம் பெண்ணாயியன்று பெறும் வெளிச்சத்தைப்போல 50 மடங்கு அதிகமாக இருக்கும். அந்த ஒளியில் ஒரு செங்கித்தாளை சாதாரணமாகப் படிக்கலாம்

11-3-1. சத்திரனிலிருந்து காணக்கூடிய மண்ணுலகப்பாகைகள் (Earth Crescents as seen from the Moon):

சத்திரனிலிருந்து மண்ணுலகத்தைப் பார்த்தால், மண்ணுலகப் பிறையளவு மதிப்பு

$$= \frac{1}{2} (1 + \cos MES) \quad (\text{மடம் 11-3-2})$$

$$= \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) \quad (\text{ஏறக்குறைய})$$

அதற்குரிய, அதாவது அத்தருணத்திற்குரிய சத்திரப் பிறையளவு  $= \frac{1}{2} (1 - \cos \theta)$

எனவே, 'θ' இன் எண்ண மதிப்புகளுக்குத், அதாவது, எந்த ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்திலும், சத்திரப் பிறையளவு + மண்ணுலகப் பிறையளவு = 1 எனப் பெறப்படும்.

எனவேதான், 11-3-1 இல் கூறினதுபோல, 'மூலு உலகமும்', 'அமாவாசையும்' ஒருங்கும்; 'புது உலகமும்' (New Earth), 'பெண்ணாயியும்' ஒருங்கும்.

11-3-2: சத்திரன்மேல் என்ன உண்டு? என்ன இல்லை?

17ஆம் நூற்றாண்டு வானியல் ஆறிஞர்கள் தங்கள் தொலை நோக்கிகளின் மூலம் கண்ட உண்மைகள் சிலவாவன;

சத்திரனில் வளிமண்டலமில்லை; காத்திரமில்லை; மழையில்லை. ஆகவே நீர் எனக்கொள்ளும்பொருள், சத்திரம்து பரப்பில் காணப்படாது.

இப்போது சத்திரனிலிருந்து கொண்டு வரப்பட்ட பாதையில் சுரம் உள்வாங்க என்பதுபற்றி நாம் அறிவாவிருக்கிறோம். பெரிய பெரிய கடல், ஏரி போன்ற சத்திரன் தரைப்பரப்புகளும், பலப்பல இடைச்சுக் கணக்கான சிறுசிறு குழிகளும், சில பெரிய பள்ளத் தாக்குகளும், பல சிறு குன்றுகளும் சத்திரன்மேல் உள்ளன. ஏறக்குறைய 80,000 பள்ளம் படு குழிகளுக்கு மேல் அங்கு இருக்கின்றன வென இதுவரை கணக்கிடப்பட்டிருக்கிறது. கடல் அடியது, ஏரி எனக் கூறப்படும் பள்ளங்களில் தண்ணீரில்லை; ஆகவே அவற்றைக் கடலென்றே ஏரியென்றே கூறுவது பொருத்தமாக் கூற்றாகும். சத்திரன் பரப்பின்மேலுள்ள மிகப் பெரிய 'டியற்கடல்' (Ocean of Storms, Oceanus Præcellarum). ஏறக் குறைய 80 இடைச்சுச் சதுரமைல் பரப்புடையது.

இவ்விதமான பரந்த மிகுதுவான தரைப் பகுதிகள், சத்திரனுக்கே தனிச் சிறப்பான உரிமையெனக் கருதப்படுகிறது. 80 மைல் அகலமுள்ள ஒரு பெரும் பள்ளத் தாக்கு,  $8 \times 10^8$  ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, ஒரு பெரும் எரிமீன் தாக்குதலால் ஏற்பட்டிருக்கலையென ஊகிக்கப்படுகிறது. இன்னும் சத்திரனைப் பற்றிப் பலபல வியத்தகு உண்மைகளை அறிவும் வுதியதோர் காலக் கட்டத்தில் நாம் வாழ்த்துவதற்குமே. சத்திரனைப்பற்றிய பல படங்கள் 'Planets; Carl Sagan, Leonard and Editors of Life' என்ற நூலில் பக்கம் 82 முதல் 107 வரை காண்க. இத்தூல் Life Science Library வரிசையில் ஒன்று. இதில் பக்கம் 102 இல், சத்திரன் மறுபுறம் (நாம் மண்ணிலிருந்து பார்க்கமுடியாத பகுதி) படவெடுத்துக் காட்டப்பட்டிருக்கிறது.

#### 11.4: மெட்டன் கால வட்டம் (Metonic Cycle)

கிரகெரி ஆண்டில் சராசரி 885.2425 நாட்கள்; ஒரு திங்களில் 29.53069 நாட்கள்; 19 ஆண்டுகள் = 6989.6075 நாட்கள்; 285 திங்கள்கள் = 6989.6852 நாட்கள்.

எனவே 19 ஆண்டுகளும் 285 திங்களும் சமம். (வேறுபாடு 0.0507 நாள் = 1 மணி 56 நிமிடங்கள்). சத்திரன் மிகையானவுடன் கதிரவன், சத்திரன், மண்ணுணைகள் ஒன்றின் இடங்களின்போகுத்திருக்கின்றன. எனவே, இங்ங் ஆராய்ச்சியென்றால், அங்கு இங்ங் மிகையானவு + என்றால், அங்கு இங்ங் பெளர்ணமி யென்றால், 19 ஆண்டுகள் கழித்து (ஏறக்குறைய 1 மணி 56 நிமிட வேறுபாட்டில்) ஆராய்ச்சியோ, மிகையானவு + உள்ள சத்திரனே



முதற்படி தீசலம். இது மெட்டன் காலவட்டம் எனப்படும். இக்கால வட்டம் மெட்டனுக்கு முன்பாகவே சிறக்கித்திய நாடு களில் வழங்கிவந்தது.

இக்கால வட்டம் மெட்டன் (Meton) ஐக்கெமன் (Euclimmon) என்பவர்களால் கவனிக்கப்பட்டது. மதச்சார்புடைய திருவிழா நாட்கள் பல, சத்திரம் சிறப்பளவைப்போட்டித் தீர்மானிக்கப் படுவதால், இக்கால வட்டம் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. எடுத்துக்காட்டாக, சுலுட் பண்டிகை (Easter Festival). மார்ச்சு 21க்கு பின்பு (சத்திரவம் 7 கடைக்கும் காலம்) தீசலம் பெளர்ணமிக்கு அடுத்த ஞாயிற்றுக்கிழமையன்று சுலுட் ஞாயிற்றுக்கிழமையாகும் (Easter Sunday). சுலுட் ஞாயிற்றுக்கிழமைக்கு இரண்டு நாள் முத்திய வெள்ளிக்கிழமை, நல்ல வெள்ளிக்கிழமையாகும் (Good Friday). பெளர்ணமி ஞாயிற்றுக்கிழமையாகவே வாய்த்துவிடின், அந்தக்கடுத்த ஞாயிற்றுக்கிழமை சுலுட் ஞாயிற்றுக்கிழமையாகும்.

1868-மார்ச்சு 21க்குப்பின் பெளர்ணமி ஏப்ரல் 2 ஆம் நாள், புதன்கிழமை. நல்ல வெள்ளிக்கிழமை ஏப்ரல் 4 ம் நாள், சுலுட் ஞாயிற்றுக்கிழமை ஏப்ரல் 5ம் நாள். 1870 மார்ச்சு 21க்குப் பின் பெளர்ணமி, மார்ச்சு 22ம் நாள்; அன்ற ஞாயிற்றுக்கிழமை; எனவே நல்லவெள்ளிக்கிழமை மார்ச்சு 27-ம் நாள், சுலுட் ஞாயிற்றுக்கிழமை மார்ச்சு 28ம்நாள்.

எனவே பண்டிகை தினங்களை முன்கூட்டியதில் பெளர்ணமி தினங்களை தெரிவதென்றும், பண்டைக் காலத்தில், பொது தீர்மானச் சின்னங்களின்மேல் 18ஆண்டு காலத்திற்குப் பெளர்ணமி தினங்களை யொன்றெழுத்துக்களால் பொறிக்கப்பட்டிருந்தனவாம். மெட்டன் என்ற கிரேக்க அறிஞர் கி. மு. முதலாம் ஆண்டு முதல் 18ஆண்டுகளுக்குப் பெளர்ணமி தினங்களை ஓர் ஆதன்கல் (Athena) ஆலயத்தில் பொறிக்க ஏற்பாடு செய்தனரென நாம் அறிகிறோம். மெட்டன் ஏற்பாடுசெய்த பொறிப்புக்களையொட்டிப் பிற்காலத்தவர், பெளர்ணமி தினங்களைப்பறித்து: வரலாற்றுசான்றோரும் தெரிய வருகிறது; எடுத்துக்காட்டு : கி.பி. 1-ஆவது ஆண்டுக்கு நாம் பெளர்ணமி தினங்களை கானவேண்டுமெனக் கொள்வோம்.  $(x+1)$  ஐ 18ஆம் வருத்து வரும் மீதி 7 என இருக்கட்டும்; 7 வது ஆண்டுக்காகப் பொறித்து வைக்கப்பட்டுள்ள பெளர்ணமி தினங்களை கி. பி. 1-ஆவது ஆண்டுக்கும் பொருத்தும்.

### 11-5 : சத்திரனின் ஆசைவுகள் (Lunar Librations)

சத்திரனியக்கம், சென்சர் விதிகளுக்குட்பட்டு, மண்ணுலகத்தைக் குவியைவாய் கொண்டு,  $\therefore$  குவியைவாய் பிறழ்வுடன் ஒரு நீள்வட்டத்தில், சமபரப்பு வேகத்துடன் இயங்குகிறது எனவும், அதன் பாதை கதிரவன் பாதைக்குச் சராசரி  $5^{\circ}8'$  சாய்வில் ஆனவகிறதெனவும் முன்னர் கூறியோம். ஆனால் பல ஆராய்ச்சிகளின் விளைவாக, இயல்புக்க விதிகன் ஆய்வளவு சிவ்வானதலை :

1. ஒரே நீள் வட்டத்தில் சத்திரன் சுழல்வதில்லை ;
2. ஒரே திசைகளில்கூட, நீள் வட்டத்தில் மாறுதல்கள் காணப்படுகின்றன.
3. ஒரே திசையில் குவியைவாய் பிறழ்விவேகமட மாறுதல்கள் காணப்படுகின்றன.

இம்மாறுதல்கள், சத்திரன் ஒரு புறம் மண்ணுலகத்தினால் ஈர்க்கப்படுவதாலும், மற்றோர் புறம் கதிரவனால் ஈர்க்கப்படுவதாலும், தூரங்கள் மாறுவதாலும் ஏற்படுவன. இவைவரையும் வான ஓர்-சுரப்புகழியின் பாதப்படுமாறதின், விரிவாக விளக்கப்படாது விடப்படுகிறது. (Barlow and Bryson : Elementary Mathematical Astronomy—pp 478-477 காண்க). இப்புகழிகளில் வேறு சில ஆசைவுகளைப்பற்றிப் பார்ப்போம் :

#### 11-5-1. கீழ் வேக ஆசைவு (Librations in Longitude)

சத்திரனைப் பற்றிய ஒரு முக்கியமான உண்மைவாதெனின் எப்போதும் தாம் சத்திரனின் ஒரு பாதப் பகுதியைப் பார்க்கிறோம். அதன் மற்றொரு பாதப் பகுதி நமது காட்சிக்கே தெரியாமல் ஒரு மறைத்த புதிராகவே இருக்கிறது. இந்த விதமான நிகழ்ச்சி எப்படி, ஏற்படுகின்றதென்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக் காட்டு விளக்கும்.

ஒரு பெரிய வட்டம் வரைத்து அதன் மையத்திலே ஒரு விளக்கு வைக்கவும். ஒருவன் அவ்விளக்கை நேராகப் பார்த்துக் கொண்டேயிருக்கும் வகையில், அவ்வட்ட வரையின் நடத்து வகுவானுடின், அவ்விளக்குப் பக்கம், அவன் முதுகுக் காட்சி ஏற்பட முடியாததல்லவா ? அவன்வட்ட வரையின் ஒரு புள்ளியின் நின்று விளக்கை நேர்முகமாகப் பார்த்துக் கொண்டு, காண்வட்டம் வந்தபிறகு அவன் தன்னைத்தானே  $90^{\circ}$  சுற்றிக்கொண்டிருப்பான். மூன்று வட்டம் வந்த பிறகு தன்னைத்தானே  $180^{\circ}$  சுற்றிச் கொண்டிருப்பான். இந்த சுற்றில், அவன் முன்புறம் விளக்குப் பக்கம்

எப்போதும் திரும்பிவிடுகிறதும்; எப்போதும் அவன் முதுகுப் புறம் விளங்கும் பக்கம் திரும்பிவிடுகின்றது.

இங்ஙனமே சத்திரன் மண்ணுலகத்தை ஒரு சுற்று சுற்றி வரும் விண் மீன் யாதத்தில் தன்னைத்தானே, தன்மைய அச்சுை சுற்றி, ஒரு முறை முழுவதும் சுழன்று வருகிறது. ஆகவேதான், சத்திரனின் ஒரு யாழிப் பகுதியே உலகின் காட்சிக்குக் கிடைக்கிறது. மறுபாதி எப்படியிருக்குமென்றும், அங்கு என்ன புதிர்கள் மறைத்திருக்கின்றனவென்றும், முன்சூறிய ரகசிய விண்வெளி ஊர்திகள் படம்பிடித்துக்காட்டும்வரை மனிதன் அறிந்தாவிடவில்லை.

ஆனாலும், சத்திரன் தன்னைத்தானே சுற்றி வரும் அச்சு, அதன் இயக்கப்பாதைத் தளத்திற்கு செங்குத்தாகச் இருத்து, சத்திரன் கோண வேகமும் ஒரு சீராக இருத்து, இயக்கப்பாதையும் சரிவான வட்டமாக அமைந்திருத்தால், சரிவாக ஒரே பாதி சத்திரகோணமே தம்பக்கம் காட்சியளிக்கும். ஆனால், சுற்று அச்சு, இயக்கப் பாதைத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இல்லாமல் ஒரு சிற்று  $10^{\circ}$  சாய்ந்திருக்கிறது; செருள் விதிப்படி சத்திரன் ஒரு நீள் வட்டத்தில் செல்வதால், பூமிக்கு அண்மை நிலையில் உட்களமோது (Perigee) கோணவேகம் மீட்பெரு மதிப்பும் பூமிக்குச் சேய்மை நிலையில் (Apogee) உட்களமோது, கோண வேகம் மீட்சிறு மதிப்பும் பெறுகிறது; மேலும் இயக்கம் சரிவான வட்டத்திலில்லை, நீள்வட்டமாக அமைகிறது.

மண்ணுலகத்திற்கு அண்மை நிலையில் சத்திரனின் இயக்க கோண வேகம் (Orbital Velocity) தன்னைத்தானே சுற்றும் வேகத்தையிட அதிகப்பட்டு, சேய்மை நிலையில் இயக்க கோண வேகம், தன்னைத்தானே சுற்றும் வேகத்தையிடக் குறைந்து போகிறது. ஆகவே மண்ணுலகத்திற்கு அண்மை நிலையில், சத்திரனின் (மேற்கிலிருந்து கிழக்காக இயக்குவதால்) மேற்குப் பக்கம் சிற்று அதிகமாகத் தெரிகிறது; ஆனால் அந்த அளவிற்கு அதன் கிழக்குப் பக்கம் தெரியாது (அதாவது எந்தக் குறிப்பிட்ட சமயத்திலும் ஒரு சரி யாதிமட்டுமே தான் தெரியும்). அங்ஙனமே சேய்மை நிலையில் சத்திரனின் கிழக்குப்பக்கம் சிற்று அதிகமாகத் தெரியும்; அந்த அளவிற்கு அதன் மேற்குப் பக்கம் தெரியாது. எனவே, ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் ஒரு பாதி சத்திர கோணம் காட்டுமே நமது காட்சிக்குக் கிட்டுமாயினும், ஒரு விண் மீன் யாத காலத்தில், மேற்குப் பக்கம் சொஞ்சும் அநிகளாகவும், கிழக்குப் பக்கம் சொஞ்சும் அநிகளாகவும் நமக்குக் காட்சிக்குத் தோன்றி மறைந்து விடும். இந்த அளவே சத்திரன் செட்டளங்கு அசைவு (Libration in Latitude) எனப்படும்.

### 11.5.2 : அகலங்கு அகசவு (Libration in Latitude)

மூன்றுநிலைப்படி, சந்திரன் தன்னைத்தானே சுற்றும் அச்சம், தன் இயங்கு தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இல்லாமல், செங்குத்துக்கு  $6.5^\circ$  சாய்ந்திருப்பதாகும். ஒரு சமவக்தில் அகலங்கின் ஒரு முனை மண்ணுலகம் பக்கமாகச் சாய்ந்தும், மற்றோர் சமவக்தில் மற்றொரு முனை மண்ணுலகம் பக்கமாகச் சாய்ந்தும் இருக்கும். அந்த சமவக்தளத்தில் அச்சின் ஒரு முனை வயல் சுற்றி  $6.5^\circ$  கோண அகலமிட்ட அளவுள்ள கோளப் பகுதி முதலிலும் (Spherical cap of radius  $6.5^\circ$ ) மற்றோர் முனைவயல் சுற்றி  $6.5^\circ$  கோண அகலமிட்ட அளவுள்ள கோளப் பகுதி யின்றளும் மாநிலாதி மண்ணுலகக் காட்சிக்குக் கிடைக்கிறது. இந்த அதிகப்படியான பரப்பு, அகலங்க இயக்க தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருந்தால் தெரியாது. இந்த அகசவு, அகலங்கு அகசவு எனப்படுக.

### 11.5.3. தினசரி அகசவு (Diurnal Libration)

காட்சியாளன் மண்ணுலக மையத்திலிருப்பின், மூலக்கூறிய அகசவுகளின் விளைவுகள், அவனுக்குத் தென்றும். ஆனால் மண்ணுலக மையக் காட்சி, சுற்பனைக் காட்சியெனவும் இருப்பினும் காண ஆராய்ச்சியில் அக் சுற்பனைக் காட்சியின் இன்றியமையாதமையத்தையும் தாம் 'புவிமையத் தோற்றப் பிழை' பென்ற பகுதியில் கண்டோம். எனவே மண்ணுலகத்தின் மேற்பரப்பில் உள்ள காட்சியாளன், உதவியாகும் சந்திரனின் மேற்குப் புறத்தில்,  $57'$  (சந்திரனின் புவிமையத் தோற்றப்பிழை) அதிகமாகவும், கிழக்குப் புறத்தில்  $57'$  குறைவாகவும் காண்பான்; அங்ஙனமே மறையும் சந்திரனின் மேற்குப் புறத்தில்  $57'$  குறைவாகவும், கிழக்குப் புறத்தில்  $57'$  அதிகமாகவும் காண்பான். இது புவிமையத் தோற்றப் பிழை அடிப்படையாக ஏற்படும் விளைவாகும். இதற்குத் தினசரி அகசவு எனப்பெயர்.

அகலங்கு அகசவு, செட்டங்கு அகசவு, தினசரி அகசவு இவைகளின் விளைவாக, ஏறக்குறைய சந்திரனின் 59 சதவீதக் காட்சி மொத்தமாக எப்படியாவது கிடைத்து விடுகிறது. ஆனால் ஒரு குறிப்பிட்ட சமவக்தில் 50 சதவீதம் மட்டுமே காட்சிக்குத் தெரியும் என்பதைக் கவனத்தில் கொள்ள.

### 11.6. சந்திரோதயத்தில் தாமதம்—துரீதம்

சந்திரன் இயக்கம் சிக்கல், திறந்தது எனவும், அச்சிக்கல் களுக்குக் காரணங்கள் என்னவெனவும் 11.2 இல் கண்டோம்.

## சத்திரன்

சத்திரன் தனது பாதையில் ஏறக்குறைய  $18^{\circ}11'$  வேகத்தில் திசை நகர்ந்து செல்வதால், அதன் நடுவரை விவக்கமும், வல ஏற்றமும் வேகமாக மாறுகின்றன. சத்திரவன் பாதையும் சத்திரன் பாதையும் வெட்டுமிடங்களின் ஆண்டவரில் சத்திரனின் நடுவரை விவக்க மாற்றம் ஏறத்தாழ திசை  $\sin 18^{\circ}11' \sin i = 0.3281 \sin i$  என்ற அளவிற்குக்கும் ( $i$ -சத்திரவன் பாதைக்கும் சத்திரன் பாதைக்கு மிடையிட்ட கோணம்).

மூலையில், சத்திரனின் நடுவரை விவக்கம் திசை மாற்றத்தின் விளைவுகளைப் பாடப்போம், வல ஏற்றம் மாறுபடாமல், சத்திரன் நடுவரை விவக்கம் மட்டும் மாறுபடும், தொடுவரைத்திக்கு மேல் சத்திரன் இருக்கும் காலஅளவு மாறுபடும்; ஆனால் உச்சி கடக்கும் சமயம் மாறுது; ஏனெனில் இம்மாறுபாடு வல ஏற்றத்தை மட்டுமே சார்ந்திருக்கிறது. நடுவரை விவக்கம் உயர்ந்தால், சத்திரன் தொடுவரைத்தின் மேலிருக்கும் காலம் அதிகமாகும்; குறைந்தால் அக்காலமும் குறையும் ( $\cos k = - \tan \phi \tan \delta$ ).

ஆனால் நடுவரை விவக்கம் மாறாமல் வல ஏற்றம் மட்டும் உயருவானால், சத்திரன் உதயமாலும் சமயம், உச்சி கடக்கும் சமயம், மறைமும் சமயம் மூன்றும் வல ஏற்றம் மாறும் அளவில் தாமதமாகும். இப்போது ஒரு நிமிஷத்தில் சத்திரனுடைய வல ஏற்றம் வளர்ந்து கொண்டே போகிறது; நடுவரை விவக்கம் மாறிமறி வளர்த்தும், குறைத்தும்வருகிறது. இவ்விரண்டு மாற்றங்கள் ஒருங்கே சத்திரனைப் பாதிக்கும்போது, ஏற்படும் விளைவுகள் என்னவென ஒருவாறு கூறலாம்.

சத்திரன் மேட மூதற்புள்ளியைக் கடக்கும்போது, (1) நடுவரை விவக்கம் வேகமாக உயர்கிறது; (2) வல ஏற்றமும் உயர்கிறது.

எனவே அந்த சமயத்தில் வல ஏற்ற வளர்ச்சி காரணமாக, உதயமாலும் நேரம், காலதாமதமாகும் நிலையில், நடுவரை விவக்க உயர்வு காரணமாக, இத்தாமதம் ஓரளவு சுடு செல்வப்பட்டுத் தாமத அளவு குறைகிறது; ஆனால் மறையும் சமயம் இது காரணம் களாலும் மிகவும் தாமதமடைகிறது.

சத்திரன் துணை மூதற்புள்ளியைக் கடக்கும்போது (1) நடுவரை விவக்கம் குறைகிறது; (2) ஆனால் வல ஏற்றம் உயர்ந்து கொண்டே போகிறது.

எனவே அந்த சமயத்தில் சத்திரன் உதயமாலும் நேரம் இது காரணங்களாலும், மிகவும் தாமதமடைகிறது; ஆனால் மறையும்.

தோத்திரேதப்படும் தாமதம் ஓரளவு சுடுசெய்யப்பட்டு, தாமத அளவு குறைகிறது.

ஒரு 'நிங்கன்' காலத்தில், சத்திரன்  $\gamma$ ,  $\alpha$  என்ற இரு புள்ளி அளையும், ஓரேர் மூன்றை கடக்கிறது. எனவே மேற் கூறிய நிபந்தனைகள் மாதமொருமுறை ஏற்படுகின்றன.

ஆகவே 'நிங்கன்' முழுவதும் தினத்தோறும், சத்திரன் உதிக்கும், மறைவும் தோங்குகளில் ஏற்படும் தாமதம் ஒரு சீரானதல்ல; ஆனால் சராசரியாக 50 நிமிடங்கள் எனக் கூறலாம். அதாவது இன்று கதிரவன் மேற்கில் மறைவும் சமயம், முழுச்சத்திரன் தேர் கிழக்கில் உதயமாகுமளின், நாளை, கதிரவன் மறைந்து ஏறக்குறைய 50 நிமிடங்கள் தாமதித்து, குறைச் சத்திரன் கிழக்கு வானில் உதயமாகும். இத்தாமதக் காலம் மாரும் தன்மையுடையது அப்பதை தாம் மறைத்துவிடக்கூடாது.

#### 11-6-1. அறுவடைச் சத்திரன் (Harvest Moon)

செப்டம்பர் 28ம் தேதிவாக்கில், இரையுதிர் காலச்சம இரவுப் புள்ளியைக் கதிரவன் கடக்கும் அளவில், முழுமதியம் ஏற்படின், இக்காலதாமதம் மீச்சிறு மதிப்பையேற்கிறதெனப் பின்வருமாறு புரிந்துகொள் :

நிறுவன்மூன்றை யிகச்சுருக்கமாகவே கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. முழுமதியம் ஏறக்குறைய,  $\gamma$  இல் உதயமாகும் எனில்,  $\alpha$  இல் கதிரவன் மறைவும். இது இரையுதிர் காலத்தில் ஏற்படுவதாகும். மாறாக முழுமதியம் ஏறக்குறைய  $\alpha$  இல் உதயமாகுமெனில்,  $\gamma$  இல் கதிரவன் மறைவும். இது இளவேனில் காலத்தில் ஏற்படுவதாகும்.



முழுமதியம்  $\gamma$  இல் உதயம்  
அடுத்தநாளுதயம் -  $m_1$  இல்

படம் 11-6 (i)



முழுமதியம்  $\alpha$  இல் உதயம்  
அடுத்தநாளுதயம் -  $m_2$  இல்

படம் 11-6 (ii)

படம் 11-6 (i) க், (ii) மாழப்படி வரைபடப்பட்டிருக்கின்றன.

படம் 11-6 (i) இலிருந்து காலத் தொடர்புடையது என்பதும்,

படம் 11-6 (ii) இனவேனிற் காலத்தொடர்புடையது என்பதும் படத்தில் விளக்கும். படம் 11-6 (i) க், முழுமதியம்  $Y$  இல் உதயம்; எனவே சத்திரவன் மறைவு இல்; இலிருந்து காலம் முழுமதியத்திற்கு அடுத்த நாள் சத்திரன் நிலை  $M_1$  ( $CL$  இன் மேல்  $M_1$ ;  $YM_1 = 18^\circ 11'$ ); சத்திரன் பாதை  $M_1$  மீ  $QR$ , உதய இடம்  $m_1$ ; எனவே உதய தாமதம் = நேரக் கோணம்  $m_1PM_1$ . படம் 11-6 (ii) இல், முழுமதியம்  $\Delta$  இல் உதயம்; எனவே சத்திரவன் மறைவு  $Y$  இல்; இனவேனிற் காலம். அடுத்த நாள் சத்திரன் நிலை  $M_2$  ( $CL$  இன் மேல்  $M_2$ ;  $\angle M_2 = 18^\circ 11'$ ); சத்திரன் பாதை  $M_2$  மீ  $m_2$   $QR$ ; உதய இடம்  $m_2$ ; எனவே உதய தாமதம் = நேரக் கோணம்  $m_2PM_2$ ,  $\angle m_1PM_1 < \angle m_2PM_2$  எனத் தெரிகிறது. ... (1)

(காரணம்: 11-6 (i), 11-6 (ii) படங்களில் சத்திரன் பாதை கணிக் காண்க). எனவே இலிருந்து காலப் பெரீணாமிக்கு அடுத்த நாள் சத்திரோதயத்தில் ஏற்படும் காலதாமதம் மிகக்குறைவானதும் இனவேனிற் காலத்தில் ஆத் தாமதம் அதிகமெனவும் தெரிகிறது. மேற்கூறிய இவற்றை விளக்கவும் இலிருந்து காலப் பெரீணாமிக்கு ஒரு தனிச்சிறப்பு வழங்கப்பட்டிருக்கிறது. மேலுட்டவர் ஆறுவடைக் காலத்தில் இந்த நிலச்சரி ஏற்படுவதால் அவர்கள் இப்பெரீணாமிக்கு (ஐப்பசி மாதப் பெரீணாமி), ஆறுவடைப் பெரீணாமி (harvest moon) எனப் பெயரிட்டிருக்கின்றனர். ஆறுவடைக் காலமாதலின், பகற்காலம் குறைவு; இரவுக்காலம் அதிகம், சத்திரவன் சாய்ந்த நிலை உடனேயே சத்திரோதயம் மிகக்குறைந்த காலதாமதத்தில் ஏற்பட்டு அவர்கள் ஆறுவடை செய்து களையுக்கும், வேலையைக் சத்திரவன் மறைந்த மீண்டும் தொடர்ந்து செய்ய; அச்சத்திரனெனிய உடனடியாகப் பயன்படுவதால், இந்தப் பெரீணாமிக்கு உழவர் சத்திரன் எனப் பெயர் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

### 11-6-2: வேடுவர் சத்திரன் (Hunter's Moon)

இதற்கு அடுத்த பெரீணாமி சமயத்திலும், இக்கால தாமதம் குறைவானவே இருக்கிறது; அதுவது சராசரித் தாமதம் 50 நிமிடங்களுக்குக் குறைவு. இதற்கு வேடுவர் சத்திரன் எனப் பெயர், ஏனெனின் இது மேலுட்டவர்களின் வேட்டைக்காலம்.

குறிப்பு: (1) உயர்த்த வட அகவாய்க்கிழுகின் இடங்களில், சத்திரவன் பாதைக்கும், தடுவரைக்கும் இடையே தொடுகோணம்

இருக்க வாய்ப்பிருக்கிறது. அந்த சமயங்களில் பென்சனரி γ இல் ஏற்படுவதும், சத்திரோதயத் தாமதம் மிகவும் குறைவும்.

(3) மண்ணுலக நடுவனரயின்மேலுள்ள இடங்களில் 'அறுவடைச் சத்திரன்' ஏற்பட வாய்ப்பில்லை.

(4) மண்ணுலகத்தில் நெல் அகலாங்கியுள்ள இடங்களுக்கு, பென்சனரி γ இல் அல்லது γ க்கு அருகில் நித்யம்போது 'அறுவடைச் சத்திரன்' நித்யம்.

11.7 பருவங்கள்தோறும் சத்திரனின் பண்பண்பு:

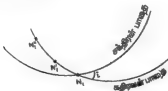
மாரிக் காலத்தில் கதிர்வன் வான நடுவனரக்குத் தெற்கேயும், கோடைக் காலத்தில் வடக்கேயும் இயங்குகிறது. ஒவ்வொரு பென்சனரியிலும் சத்திரன் கதிர்வனுக்கு நேரெதிரில் இடம் பெறும். எனவே மாரிக்காலப் பென்சனரியில் சத்திரன் வான நடுவனரக்கு வடக்கே தன் திசைநிப்பாதையில் செல்கிறது. ஆகவே மாரிக் காலப் பென்சனரியினில் சத்திரன் வானத்தில் உயர்ந்து செல்கிறது; நடுமாரிக்காலப் பென்சனரியில் சத்திரன் இன்னும் உயர்ந்து செல்கிறபடியால், அப்போது சத்திரன் தொடுவானத்திற்குமேல் அதிக நாழி உடையும்தனது உச்சி வடக்கும் கோண ஏற்றம் மீட்பெரு மதிப்பைப் பெற்றும், மிகப் பண்பண்பாகக் காட்சியளிக்கிறது. மாரிக்காலப் பென்சனரியின் மிகப் பொலிவாகியிருப்பதற் குரிய காரணங்கள் மேற் கூறியனவாகும். இதற்கு நேர்மாறான நிலை கோடைக்காலப் பென்சனரியிக்கு உருவாகின்றதை நாம் காண்கிறோம்.

மண்ணுலகில் வடக்கு வெப்ப மண்டலத்தில் (0° முதல் 36½° வரை வடக்கு அகலாங்கு) உள்ள இடங்களில், வானகோண நடுவனர வான உச்சிக்கு அருகாமையில் இருக்கிறது. எனவே, சத்திரன் திசைநிப் பாதையில் உச்சி வடக்கும்போது, வான உச்சிக்கு அருகில் உச்சி வடக்கிறது; ஆனால் அதிக அகலாங்கு உள்ள மண்ணுலகப் பகுதிகளில், வான உச்சிக்கு வெகு தொலைவில் சத்திரன் உச்சி வடக்கிறது. சத்திரன் திசைநிப்பாதை தொடுவானத்திற்கு அருகில் அமைகிறது; உச்சி வடக்கும்போது சத்திரனின் வான ஏற்றமும் மிகக் குறைவு; இந்தக் காரணங்களின் விளைவாக, மேல் நாடுகளில் சத்திர ஒளி மங்கலாகவும், இந்தியா போலக் குறைவான அகலாங்கில் அமைந்துள்ள நாடுகளில் சத்திர ஒளி மிகப் பொலிவாகவும், மிகப் பண்பண்பாகவும் இருப்பதை நாம் காணலாம்.



## 11-8: சத்திர கணுக்களின் கழற்சி:

சத்திரவன் பாதையும் சத்திரச் பாதையும்  $6^\circ$  ஒன்றுக்கொன்று சார்வுள்ளதென நாம் பார்க்கிறோம். அவை வெட்டுநிலக்கள் இரண்டும் கணுக்கள் எனப்படும். அவ்விரு கணுக்களும் நிரந்தர இடத்திலிருப்பதில்லை. அவை ஆண்டுதோறும்  $19^\circ 21'$  வலஞ் சுழிவாக, சத்திரவன் பாதையின்மேல் நகர்த்துகொண்டே இருக்கின்றன. இக் கழற்சிக் கால வட்டம் 6,788-4 நாட்கள் அல்லது ஏறக்குறைய 18-8 ஆண்டுகளாகும். அதாவது இப்போது ஒரு கணு  $N_1$  என்ற இடத்தில் இருந்தால், அடுத்த ஓராண்டு கழிந்து சத்திரவன் பாதையின் மேல்  $19^\circ 21'$  நகர்த்து  $N_1'$  என்ற இடத்திலும் அந்தக்கூட ஆண்டு  $N_1'$  என்ற இடத்திலும் இருக்கும். (படம் 11-8 காண்க)



படம் 11-8.

$$\text{இங்கு } N_1N_1' = 19^\circ 21' = N_1'N_1''$$

அப்போதே  $N_1$ க்கு நிரணவான  $N_2$  என்ற கணுவும் நகர்த்து கொண்டே செல்லும். சத்திரவன் பாதையில்  $N_1$ ல் உள்ள கணு, மறுபடியும்  $N_1$ க்கு வர  $\frac{360}{19.25} = 18.8$  ஆண்டுகள் எவ்வகைவகையாகும்.

## 11.8-1 சத்திரவன் வழிக்கணுக் காலவட்டம் (Synodic Period of the Nodes)

ஓராண்டில் சத்திரவன் நம் பாதையில் இடஞ்சுழிவாக 360° செல்கிறது. சத்திரச் கணுக்கள் ஆண்டுதோறும்  $19^\circ 21'$  வீதம் வலஞ்சுழிவாக நகர்த்து செல்கின்றன. எனவே, ஒரு கணுவிலிருந்து சத்திரவன் புறப்படுமாயின், ஒரு நாளில் அக்கணுவிலிருந்து சத்திரவன்

மூலம் எதிரும் தூரம்  $\left( \frac{380}{865-25} + \frac{10-85}{865-25} \right)^*$  ஆகும். எனவே  
கதிரவனும் அக்கணுவும் மறுபடியும் சந்திக்கும் காலவெளி  $S$   
நாட்கள் எனக் கொண்டால்,

$$\frac{380}{S} = \frac{380 + 10-85}{865-25}$$

$$\therefore S = \frac{865-25 \times 380}{875-85}$$

$$= 349-62 \text{ நாட்கள் (846 } \frac{1}{2} \text{ நாட்கள்)}$$

(ஏறக்குறைய)

இக்கால வட்டம் கதிரவன் (ஞாயிற்று) வழிக்கணுவைக் காலவட்டம்  
எனப்படும். இக்கால வட்டம் கதிரவன், சந்திரன் மிக அண்மையில்  
கணிக்கும்போது பயன்படும்.

### 11-9: சந்திரனும் கடல் அலைகளும்

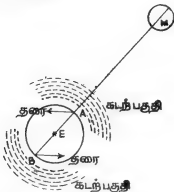
கடல் அலைகள் எப்படி சந்திரன், கதிரவன் சுற்று சக்திகளால்  
உருவாகின்றன வென்பது பற்றி அறிவ விரும்புவோர் வான நூல்  
களில் சுரீபுரப் பகுதியில் (Barlow and Bryan—Mathematical  
Astronomy) விவரமாக அணுகலாம். (பக்கம் 449 முதல் காண்க).  
இந்நூலில் மிகச் சிறப்பாக இவ் வலைகள் எப்படித் தோன்று  
கின்றனவென்று பார்ப்போம் :

உலகப் பரப்பின்மேலுள்ள கடல் நீர், சந்திரனின் சுரீபுர  
சக்தியால், அலைகளாக எழுகிறது. கதிரவன் சுரீபுர சக்திக்கும்  
இதில் பங்குண்டு.

உலகம் ஒரு சரியான கோளவடிவம் பெற்றதெனக் கொள்  
வோம். ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் சந்திரன் மையத்தையும்,  
உலக மையத்தையும் இணைக்கும் கோடு, உலகப் பரப்பை  $A$  என்ற  
புள்ளியில் வெட்டினால், அச்சமயத்தைப் பொருத்தமட்டில்  $A$   
என்பது நிலவு தேர்ப்புள்ளி (Sublunar point) எனப்படும்.  $A$  ஒரு  
கடற்பரப்பின்மேல் இருக்குமாயின், சந்திரனது சுரீபுர சக்தியின்  
காரணமாக, கடல் நீர்  $A$  இல் சந்தி வேகமாகக் குவிக்கிறது; மேலும்  
தண்ணீரத்தின் நிலத்தை சுரீபுரத்திலிடத் தண்ணீரை அதிமமாக  
அச்சக்தி சுரீபுரம்; எனவே அலைகள் எழுகின்றன. அதே  
சமயத்தில், நிலவு தேர்ப்புள்ளிக்கு தேர் எதிராக உலகின்மேல்  
உள்ள புள்ளி  $B$  இல் எடுத்துக்கொள்வோம். நக்கு மேலேயிருக்கும்

தண்ணீரையிட, B என்ற இடத்தில் உள்ள தரைப்பாகம், Mக்கு அருகில் உள்ள படியால் சத்திரன் சுரப்பிச் சக்தி B என்ற தரைப் பகுதியில் ஆதிவலையிடுகிறது. அங்கீகரிப்பிக்காரணமாக, Bஐச் சத்திர்புள்ள தண்ணீர், Bஐ நோக்கி ஓடி வந்து குவிக்கிறது. (படம் 11.8 காண்க)

இப்படி, A, B என்ற இடங்களில் கடம்தீர் ஓடிவந்து குவிதலால் அலைகள் ஏற்படுகின்றன\*



படம் 11-8

ஒரே நாளில், ஏற்படும் அலைகள் வெவ்வேறு உயரங்கள் பெற்றிருக்கும். மேலும் கதிரவன் சுரப்பிச் சக்தியும் சத்திரன் சுரப்பிச் சக்தியோடு சேருகிறது. கதிரவன் சத்திரனைவிடப் பெரிதாக இருப்பினும், அது வெகு தூரத்தில் இருப்பதால் அதற்கு இருக்கும் அலை எழும்பும் ஆற்றல் சத்திரன் ஆற்றலைப்போல் பி. பங்குதான். ஆனால் பென்ட்னரி, அமாவாசை தாட்சளிக்,

\* இது சிதறச்சி இல்லாது சத்திரன் விளக்கப்பட்டிருக்கிறதேபோல, பவபல கொக்கன் சிதறத்தது. மற்றம் விசுவாச விளக்கங்கள் எகிப தூக்களிக் காணவாம்.

கதிரவன் சக்தியும், சந்திரன் சக்தியும் ஒன்றுசேர்ந்து, ஆலைகள் உயரத்தையும் வேகத்தையும் பெருக்குகின்றன. ஆனால் அரை மதிமக் காலங்களில், சந்திரன் சக்தியும், கதிரவன் சக்தியும் மாறுபட்ட நிலைகளில் இருப்பதால், ஆக்ஷஸ்க்களில் ஆலைகள் அங்கங்கு உயரமும் வேகமும் பெறுவதில்லை. அமாவாசை, பெளர்ணமி காலங்களில் ஏற்படும் உயர்ந்த ஆலைகள் ஏறு ஆலைகள் (Spring Tides - வேலில் ஆலைகள்) எனவும், அரைமதிமக் காலங்களில் ஏற்படும் ஆலைகள் மட்ட ஆலைகள் (Neap Tides) எனவும் பெயர் பெறும். ஏறு ஆலைகள் உயரமும், மட்ட ஆலைகள் உயரமும்  $11 + 5 : 11 - 5 = 16 : 6 = 8 : 3$  என்ற விகிதத்திலிருக்கும்.

மற்றும் சந்திரன் பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு,  $\frac{1}{2}$  என்ற சற்று பெரிய மதிப்புடையதாகலின், சந்திரன் மண்ணுலக அண்மையில் இருக்கும்போது உயரமான ஆலைகளும், மண்ணுலகச் சேவ்வெழில் இருக்கும்போது மட்டமான ஆலைகளும் ஏற்படுகின்றன. எனவே, மண்ணுலக அண்மை நிலையில் பெளர்ணமி, அமாவாசை நிகழ்வுகளின், அப்போது ஆலைகள் மிக உயரமாக இருக்கும்.

ஆனால் ஆலைகள்பற்றிய சரியான வினக்கங்கள், நில அமைப்பு, கடலமைப்பு மூதலியவற்றையும் கணக்கில் எடுத்துப் பார்க்க வேண்டியவைவாகும்.

இப்பகுதியில் கூறப்பட்ட வினக்கம் சிக்கல்கள் நீக்கிக் கூறப் பட்டவைவாகும்.

### பயிற்சி 11

1. மூலமதியப் பிறைவளவு 1 எனக்கொண்டால், அமாவாசைக்கும் அரைமதிமத்திற்கும் நடுவே, பிறைவளவு ஏறக்குறைய  $\frac{1}{4}$  என நிறுவுக. (செப)

2. மடங்கல் வரைந்து, சந்திரன் நீட்சி மாறுதல்களையும், பிறைவளவு மாறுதல்களையும், அவற்றிற்கிடப்பட்ட தொடர்புகளையும் விளக்குக. (செப)

3. சந்திரனின் மீட்பெரு, மீட்சிநு கோணங்கட்டிகள் மூன்றாவே  $88^\circ : 28^\circ 5'$  ஆனால், சந்திரன் நீள்வட்டப் பாதையின் குவிமையப் பிறழ்வு கணிக்க. (செப)

4. மீள் கொடுக்கப்பட்ட பட்டியல்கள் கொண்டு அமாவாசை நேரத்தைக் கணிக்க :

	சத்திரவன் தெட்டாக்கு	சத்திரன் தெட்டாக்கு
(i) ஆம் 28, தண்பகல்	215° 4' 30"	212° 0' 0"
.. தகவிரவு	215° 34' 30"	218° 41' 15"
		(அக)

(ii) ஆம் 28,

தண்பகல்	125° 4' 33"	122° 0' 0"
.. தகவிரவு	125° 34' 30"	125° 41' 15"
		(செம்)

5. பின் கொடுக்கப்பட்ட பட்டியல் கொண்டு, பெளர்ணமி நேரத்தாகக் கணிக்க.

	சத்திரவன் தெட்டாக்கு	சத்திரன் தெட்டாக்கு
டிசம்பர் 31, தண்பகல்	279° 33' 30"	35° 0' 30"
.. தகவிரவு	280° 7' 0"	102° 1' 30"
		(செம்)

6. ஒரு நாள் இரவு 10 மணிக்குச் சத்திரோதயம்; அன்று சத்திரன் வயதென்ன? பிறையளவு என்ன? சத்திரனின் மேற்குப் புறம் ஒளிபெற்றிருந்ததா, அல்லது கிழக்குப் புறம் ஒளி பெற்றிருந்ததா?

7. ஒரு திக்களில் 29-5 நாட்கள்; ஒரு சத்திர தாளில், எத்தனை மணி நேரங்கள் சராசரியாக உட்காண?

8. பின்வழி மாதத்தில் 37½ நாட்கள். நேற்று சத்திரன் இரவு 8 மணிக்கு உதயமானால், இன்று எப்போது உதயமாகும்? நாளைக்கு எப்போது உதயமாகும்?

9. ஒரு நாள் சத்திரன் உச்சி கடக்கும்போது, பிறையளவு ½; மேற்குப் பக்கம் ஒளி பெற்றிருந்தது. அப்போது சத்திரன் வயதென்ன? கவுகரக் காலமென்ன? (செம்)

10. சத்திரவன் ஓரம்  $33 \times 10^4$  மைல்கள்; சத்திரன் ஓரம்  $24 \times 10^4$  மைல்கள். சத்திரன் பிறையளவு (i) ; (ii) ; இரண்டும் போது கோணம் ESM ன் மதிப்பைத் தோராயமாகக் கணக்கிடுக.

11. ஓரான்டிக் மரக்க மாதம் 7ம் தேதி அமாவாசை. அந்த ஆண்டில் ஆகஸ்டு மாதம் 7ஆம் தேதி சத்திரன் வயதென்ன? ஆகஸ்டு மாதப் பெளர்ணமி ஏறக்குறைய எத்த தாளில் வரும்?

12. சத்திரமும் மண்ணுலகமும் வட்டப் பாதையில் சீரான கோண வேகத்தில் செல்கின்றன என்ற அடிப்படையில், சத்திரன் மண்ணுலகைச் சுற்றும் கோண வேகம்  $\omega$ ; மண்ணுலகம் கதிரவனைச் சுற்றும் கோண வேகம்  $\omega'$ . கதிரவனிலிருந்து மண்ணுலகம் - சத்திரன் நீட்சியின் மீர்பெரு மதிப்பு  $l$ ; அடுத்தடுத்து இந்நீட்சி மீர்பெரு மதிப்புகள்பெறும் கால இடைவெளி  $\frac{\pi - 2\theta}{\omega - \omega'}$  அல்லது

$\frac{\pi + 2\theta}{\omega - \omega'}$  என நிறுவுக. (ச, வ, ன் என்பவை ஆரையானவாக இறுக்கின்றன.)

13. மண்ணுலகில், நான் முழுதும் 'மறையா மதியம்' நிழல்கூடிய இடம், குறைந்தது எந்த அகலாய்கில் இருக்க முடியும்? (81'24').

14. ஒரு திங்கள் 29-58 நாட்கள் கொண்டது. சத்திரனின் இயக்கப்பாதை ஒரு வட்டமெனக் கொண்டு, அதன் வயது 20'5 நாளாகும்போது அதன் மறையளவு என்ன எனக் காண்க. 60'வ. அகலங்கு உள்ள ஓரிடத்தில் அன்று சத்திரன் உச்சி கடக்கும் போது எந்த உருவத்தில் சத்திரனிருக்கும் என்று படம் வரைந்து காட்டுக.

15. அண்ணாமலை நகரில் ஒரு நான் சத்திரன் காலை மணிக்கு உதயமானதாகப் பதிவு செய்கப்பட்டது. அப்போது அதன் மறையளவு என்ன? தொடுவானம் வரைந்து, அதற்கு மேல் சத்திரனது இடக்குறிக்க. அடுத்த நான் அங்கு சத்திரன் எத்தனை மணிக்கு உதயமாகும்? (ஆக்)

## 12 (A). கெப்ளர் விதிகள் (KEPLER'S LAWS)

A

**12-0 :** முன்னுதரில் கோபர்னிக்கஸ் "கதிரவன் மையக் கொள்கை"வை வகுத்தாரெனவும், அவர் அடிக்கவட்டிலே தோன்றிய டைகோபிராஸ்தியும் அவர் மாணவரான கெப்ளரும், கதிரவனைச் சுற்றிக் கதிரவன் குடும்பக்கோள்கள் எந்த இயந்தக விதிகளுக்குட் பட்டு விண் வெளியில் இயங்கி வருகின்றன என்று அறிவித்தனர் என்றும் கூறினோம். இப்பகுதியில் அவ்விதிகள் பாவை யெனவும், அவற்றின் அடிப்படையில் வேறு பல வானியற்செய்திகளும் விளக்கம் பெறுகின்றன.

**12-1 :** விண்வெளியில் கதிரவனைச் சுற்றி இயங்கிவரும் பெருக்கோள்கள்(Major Planets) ஒன்பதாகும். அவை கதிரவனிடமிருந்துள்ள அண்மைசெய்வை மூன்றப்படி புதன், வெள்ளி மண்ணுலகம், செவ்வாய், வியாழன், சனி, உரோனஸ், நெப்டியூன், புரூட்டோ - இவைகளின் இயக்கம்பற்றி டைகோ பிராஸ்தியின் ஆராய்ச்சிக் குறிப்புக்களின் அடிப்படையில் அவரது மாணவர் ஜான் கெப்ளர் (John Kepler) வெளியிட்டுள்ள விதிகள் வருமாறு:

1. ஒவ்வொரு கோளும், கதிரவனை ஒரு குவியமாகக் கொண்ட (Focus) ஒரு நீக்கவட்டப்பாதையில் (Elliptic orbit) இயங்குகிறது. (Each planet moves in an elliptic orbit, the sun being at one focus of the ellipse)

2. ஒவ்வொரு கோளும் கதிரவனைச் சுற்றிலும் பாதையில் கதிரவனையும் அக்கோளையும் சேர்க்கும் தேர்க்கோடு சமதோள்களில் சமபரப்புக்களைக் கடக்கின்றது; அதாவது அவ்வினைக்

கோட்டின்  $xy$  வரிக் வேகம் (areal velocity) ஒரே  $சீரானது$ . (The radius vector joining the sun and a planet traces out equal areas in equal intervals of time; that is, the areal velocity of any planet in its orbit is constant.)

3. கோள்கள், சுதிரவனைச் சுற்றிவரும் கால-கட்டங்களின் (Periodic times), இருபடிவனாகும். ஆக்ஸோன்களின் சராசரி தூரங்களின் மூப்படிவனாகும் ஒரே நேர் விகிதத்தில் உள்ளன. (The squares of the periodic times of the planets are proportional to the cubes of their mean distances from the sun.)

கோள்களில் ஒன்றான மண்ணுலகத்தைப் பொறுத்தமட்டில் முதலிரண்டு விதிகளையும் நாம் சோதனை செய்து நிறுவுகூடும்; பின்னர்  $12.2.4$  இல் சோதனை முறை காண்க.

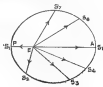
12.2: 'மண்ணுலகம்' என்ற பகுதியில் (2-5இல்) மண்ணுலகம் சுதிரவனைச் சுற்றிவரும் உண்மையான இயக்கத்தின் விளைவாக, சுதிரவன் மண்ணுலகை ஒரு குவியத்திற்கொண்டு, ஒரு நீள்வட்டப்பாதையில் மண்ணுலகைச் சுற்றி வருவது போன்ற ஒரு தோற்றக்காட்சி தமது ஆணுயவனாகும் என விளக்கப்பட்டது.

உண்மையான மண்ணுலக இயக்கப்பாதையும் சுதிரவன் தோற்ற இயக்கப்பாதையும் முறையே படம் 12-2 (i), (ii) இரண்டிலும் காட்டப்பட்டுக்கிடந்தன. அப்படங்களில்  $E$  மண்ணுலகையும்  $S$  சுதிரவனையும் குறிக்கிறது. உண்மையான இயக்கப்பாதையில்  $S$  குவிமைமயம்; தோற்றப்பாதையில்  $E$  குவிமைமயம்.



படம் 12-2 (i)

மண்ணுலகப் பாதை



படம் 12-2 (ii)

சுதிரவன் தோற்றப்பாதை

மண்ணுலகம் சுதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதையில் [12.2 (i)] ஒரு நிலையில், அதாவது  $P$  என்ற நிலையில், அது சுதிரவனுக்கு மிக அருகிலும், மத்தோச் நிலை  $A'$  இல் அதிக தூரத்திலும் உள்ளது. இங்



### கெப்ளர் விதிகள்

விநு திரைகளையும் மூலையே (கதிர்வளிவிருத்து) மண்ணுலகின் அண்மைநிலை (Perihelion) என்றும், மண்ணுலகின் சேய்மை நிலை (Aphelion) என்றும் குறிப்பிடுகிறோம்.

படம் (i)க்கு இணையானது படம் (ii). எனவே  $P', A'$  என்ற அண்மை, சேய்மை நிலைகளுக்கு இணையாக  $P, A$  என்ற இரு இடங்கள் தொற்றப் பாதையில் இருக்கின்றன. இங்கு நிலை  $A$ ஐ (மண்ணுலகிலிருந்து) கதிர்வளி அண்மை நிலை (Perigee) என்றும் அதிக டூரத்தில் உள்ள நிலை  $A$ ஐ கதிர்வளி சேய்மை நிலை (Apogee) என்றும் குறிப்பிடுகிறோம். இப்புள்ளிகள்  $P', A'$  இரண்டும்  $P, A$  இரண்டும் அப்பாதைகளின் கவிவக்கள் (apses or apsidal) என்று கூறப்படும். தேர்கோடு  $P'A'$  உம்  $PA$ உம் அப்பாதைகளின் கவிவக்கோடு (Apsidal line) என்றும், தன்ம  $P'A'$ உம்  $PA$ உம் கவிவ டூரம் எனவும் கூறப்படும்.

### 12.2.1: கதிர்வளி கோண அளவீட்டம்

மூன்று (4. 2.1இல்) கதிர்வளின் கோண அளவீட்டம்  $r$  என்னவென வரையறுத்தோம். அதன்படிவாக

$$r = \frac{r}{r_0} \text{ எனப்பெற்றேனும்.}$$

$r$  என்பது கதிர்வளின் ஆரம் (மாநிலி);  $r_0$  என்பது காட்சியான விடமிருந்து கதிர்வளி மையத்தின் மாறுதூரம். இதனால் கதிர்வளின் கோண அளவீட்டம்  $r$  உம் கதிர்வளினூரம்  $r_0$  உம் எதிர் விக்கத்தில் உள்ளனஎன்பது புலனாகிறது. கதிர்வளின் : மதிப்பைத் தினத்தோறும் தண்பகலில் டாலன்ட் தரீவியாபீட்டர் உதவி கொண்டு பதிவுசெய்துவந்தால் அதன் மதிப்பு ஜனவரி 3ஆம் தேதி மிக அதிகமாகவும், ஜூலை 3ஆம் தேதி மிகக்குறைவாகவும் இருக்கும். இதிலிருந்து கதிர்வளி ஜனவரி 3ஆம் தேதி மண்ணுலகிற்கு மிக அண்மை நிலையிலும், ஜூலை 3ஆம் தேதி மிகச் சேய்மை நிலையிலும் உள்ளது என்பது விளங்குகிறது.

### 12.2.2: கதிர்வளி அண்மைநிலையின் செட்டாங்கு (Longitude of Perigee)

கதிர்வளி அண்மைநிலையில் உள்ளபோது அதனுடைய வானநெட்டாங்கு தமக்கு வானியலில் தெரியவேண்டியதொரு பதிவுத் தொகையாகும். இதைப் பின்வருமாறு கணக்கிட்டு அறிவலாம்.

கூசம்பர் கடைசியில், ஏதேனும் ஒருநாள் தண்பகலில் கதிர்வளின் கோண அளவீட்டம் பதிவு செய்ய அப்போது



எனவே ஆண்மைநிலை தெட்டாங்கு,  $\frac{e_1 + e_2}{2}$  க்குச் சமமாகிறது.

எனவே  $e_1, e_2$  கணக்கிடமுடியுமாயின்,  $K$  ஐக் கணிக்கலாம்.

குறிப்பு:  $e_1, e_2$  கணக்கிடும் முறை

அய்விரு நாட்களில், கதிரவன் உச்சி கடக்குவதால், உச்சி தூரங்கள்  $Z_1, Z_2$  எனக் குறிக்கொண்டு அளக்கலாம். காட்சி விடத்தின் அகலங்கு  $\phi$  ஆனால்,  $\phi = Z + \delta$  என்ற வாய்பாடு கொண்டு, கதிரவன் தடுவரை விவக்கங்கள்  $\delta_1, \delta_2$  கணிக்கலாம். 3885.11 (v) (ii) இல் கண்டபடி,  $\delta_1, \delta_2$  க் குரிய கதிரவன் வான தெட்டாங்குகள்  $e_1, e_2$  இரண்டும் முறையே

$$\sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta_1}{\sin \omega} \right); \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta_2}{\sin \omega} \right) \text{ ஆகும்.}$$

$$\therefore K = \frac{1}{2} \left[ \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta_1}{\sin \omega} \right) + \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta_2}{\sin \omega} \right) \right]$$

எனவே இவ்வாறு கதிரவன் ஆண்மைநிலை கட்டுப்பதற்கு முன்பும் பின்பும் சமமான கோண ஆளாவிட்டிருக்கன இரு நாட்களைக் கொண்டு, ஆண்மைநிலை வான தெட்டாங்கு கணக்கிடலாம். ஆண்மைநிலை வான தெட்டாங்கு ஏறக்குறைய  $288^\circ$  எனக் கொள்ளலாம்.

12.2.3. மன்னாறுகு கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதையின் குவிமைப் பிதழ்வு காணல்

மன்னாறுகு கதிரவனைச் சுற்றிவரும் பாதை, கதிரவனின் நோற்றப் பாதைக்குச் சமமாதலின், இரு நீள்வட்டங்களின் குவிமைப் பிதழ்வுகளும் சமமாகிருக்கும். கதிரவன் ஆண்மை நிலையிலும் ( $P$ ) சேக்மை நிலையிலும் ( $A$ ) உள்ளபோது கதிரவனது கோண ஆளாவிட்டங்கள் முறையே  $s_1, s_2$  எனக் கொள்வோம். இவ்விரு நிலைகளிலும் மன்னாறுகிலிருந்து கதிரவனின் தூரம்  $d_1, d_2$  எனக் கொள்வோம். அப்போது,

$$s_1 \propto \frac{1}{d_1}, \quad s_2 \propto \frac{1}{d_2}$$

$$\therefore \frac{s_1}{s_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

நீள்வட்டத்தின் குவிமைப் பிதழ்வு  $e$  எனவும், மையம்  $c$  எனவும் கொள்வோம் (படம் 12-2-3 காண்க).

$$\begin{aligned} \text{அப்போது } d_1 &= EP \\ &= CP - CE \\ &= a - ae = a(1 - e) \end{aligned}$$



மடம் 12-2-8

$$\begin{aligned}d_2 &= EA \\&= EC + CA \\&= a + a \\&= a(1 + e)\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{r_1}{r_2} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$e = \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \text{ எனப் பெறலாம்,}$$

அளவுப்பதிவுபடி,

$$r_1 = 82^\circ 30'$$

$$r_2 = 81^\circ 32' \text{ எனக் கொண்டால்}$$

$$e = \frac{82^\circ 30' - 81^\circ 32'}{82^\circ 30' + 81^\circ 32'}$$

$$= \frac{1}{80} \text{ (தோராயமாக) எனப் பெறப்படும்.}$$

2.2.4. மண்ணுறகம் ஒரு கோளத்தின் அகதப் பொருத்தமட்டில் செவ்வின் முதல் இரண்டு விதிகள் சரியாவெனச் சோதிக்கும் முறை:

φ அகவர்க்கு பெற்ற ஓரிடத்தில் தினத்தோறும் கதிரவன் வேண்டி அளவுவிட்டம்  $\alpha$  எனவும், உச்சி கடக்கும்போது (நண்பகலில்) உச்சி தூரம்  $\alpha$  எனவும் பதிவு செய்யப்படுவதாகக் கொள்வோம். அப்போது  $\phi = \alpha + \delta$  என்ற வாய்பாட்டைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு நாளிலும் நடுப்பகலில்  $\delta$  இன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம். மேலும்  $\sin \delta = \sin \alpha \sin \phi$  என்ற தொடர்பைப் பயன்படுத்தி, கதிரவனின் நெட்டாங்கு  $\phi$  ஐயும் கணக்கிட்டு அவ்வளவுகளைப் பின்வருமாறு மட்டியலில் குறிக்க.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
பாதி	கதிரவம் மேகம் அல்லது விட்டம் $\phi$	நடுப்பக்கம் கதிரவம் நடுவழி விட்டம் $\delta = \phi - z$ —	(3) க குரூப கதிரவம் மேட்டம் $\phi$ $= \sin^{-1} \left( \frac{\sin \delta}{\sin \phi} \right)$	தினசரி மேட்டம் $\phi_1 - \phi_2 = \Delta \phi$	$\frac{\Delta \phi}{\phi^2}$	$\phi = 0 \rightarrow K$	$\frac{1 + \phi \cos \theta}{2}$

துவாரி 8ம் தேதி அளவில்,  $s$  இன் அளவு  $s$ , மீப்பெரு மதிப்பையும், துவாரி 8ம் தேதி அளவில்  $s$  இன் அளவு  $s$ , மீச்சிறு மதிப்பையும் ஏற்படும் வகை.  $s$ ன் மீப்பெரு, மீச்சிறு அளவுகளைக் கொண்டு மூன் 12-8-8 இல் கண்டபடி  $e = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2}$  என்ற  $e$  இன் மதிப்பைக் கணிக்க.  $s$ ன் அளவு மீப்பெரு மதிப்புப் பெறும்போது, கதிரவன் அண்மையிலிருக்குமாதலின், அன்று அண்மையிலே நெட்டாகக்  $K$  என்னவென திரக் (4) இலிருந்து அறிவலாம். (5) (6), (7), (8) திரக்களில் குறிப்பிட்டபடி உட்பல மதிப்புகளைக் கணித்துக் குறிக்க. திரக் (8)இல் உகன மதிப்புகளை ஏறத்தாழ ஒரு மாநிலமாக இருப்பதைக் கணவாம். அதன் காரணமாக,  $e$  என்ற குணமையப் பிறழ்வு பெற்ற ஒரு நீள் வட்டத்தின் கதிரவன் மண்ணுலகை ஒரு குணமையமாகக் கொண்டு சுற்றுவது (தோற்றம்) நிறுவப்படும்.

எப்படியெனில், கதிரவன் கோண அளவானிட்டளும் கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் இடைப்பட்ட தூரமும் எதிர்விசிறத்தின்

இருப்பதாக  $\left( s \propto \frac{1}{d} \right)$

$$\frac{1 + e \cos \theta}{s} \propto (1 + e \cos \theta) d \text{ என எழுதலாம்.}$$

ஆனால்,

$$\frac{1 + e \cos \theta}{s} \text{ ஒரு மாநிலமாகின், } (1 + e \cos \theta) d =$$

மற்றொரு மாநிலமும்.

$$\therefore 1 + e \cos \theta = \frac{1}{d} \text{ என எழுதலாம் (1-மாநில)}$$

$e < 1$  ஆகலால் இது ஒரு நீள் வட்டம் என நிறுவப்படுகிறது.  $d$ க்கும் பதிலாக,  $Polaris$  ஆயத்தொலை மூலையில் பவன்படுத்தப் படும்  $r$  னடு செந்தாக  $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$  என்ற நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு கிடைக்கும்.

$$\left[ e = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} < 1 \text{ எனில் } s_1 > s_2 \right]$$

அதாவது கதிரவனின் தோற்றப் பாதை மண்ணுலகைச் சுற்றிலும் ஒரு நீள்வட்டம், எனவும் மண்ணுலகை ஒரு குணவத்தின் அமைத்து உகனது எனவும் தெரிகிறது. எனவே மண்ணுலகின் இயக்கு வழி ஒரு நீள்வட்டம் எனவும் கதிரவன் ஒரு குணவத்தின் அமைத்து உகனது எனவும் பெறப்படும். எனவே செவ்வரின் நீள் வட்ட

இயக்க மூலம் விதி சரிவென நிறுவப்படுகிறது. மேலும்  $\frac{\Delta}{r^3} =$  என்ற நிரவியுள்ள மதிப்புக்களும் எத்தகைய ஒரு மாநிலவாயிறுப் பதைக் காணலாம்.

ஆதலது  $\Delta \propto r^3$

$$\therefore \Delta \propto \frac{1}{d^2} \left( \because r \propto \frac{1}{d} \right)$$

$\therefore \frac{1}{d^2} \propto \Delta$ , ஆதலது  $\frac{1}{r^3} \propto \Delta$  ஒரு மாநிலி என நிறுவப் படுகிறது. எனவே மண்ணுலகம் சுதிரவனைச் சுற்றி வரும்போது சுதிரவனையும் மண்ணுலகையும் சேர்க்கும் நேர்க்கோடு, சம நேரத்தில் சம பரப்பைக் கடக்கிறது எனப் பெறப்படுகிறது எனவே கெப்ளர் இரண்டாம் விதியின் பொருத்தம் மண்ணுலகைவளைட்டிய ஹட்டில் சரிவென நிறுவப்படுகிறது.  $\left( \text{பரப்பு வேகம்} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$

### 12.3. கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின் விளக்கம்

இரு கோள்களின் ஆளரப் பேரூக்கங்கள்  $a_1, a_2$  எனவும் ஆக் கோள்கள் சுதிரவனை ஒரு மூறை சுற்றி வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $T_1, T_2$  எனவும் கொள்வோம்.

மூன்றாவது விதி :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

மண்ணுலகம் தவிர, மற்றோர் கோளின் காலவட்டம் தாம் அறிந்தால், இவ்விதியின் உண்மையைச் சரிபார்க்க முடியும்.

#### 12.3.1 : இயக்கு பாதையில் முடுக்கப் பிரிவுகள் : (Component-accelerations in the orbital motion)

ஒரு தளத்தில்  $r = f(\theta)$  என்ற பேரளர் சமன்பாடு பெற்ற பாதையின்மேல் ஒரு பொருள் இயங்குமாறு, அதற்குள்ள முடுக்கம் (acceleration) ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு திசைகளில் பிரிக்கப்படலாம். ஆதிப்புள்ளி O (Pole) எனவும், ஒரு குறிப்பிட்ட சமயம் 't' இல், அப்பொருள் தனது பாதையில் P ( $r, \theta$ ) என்ற புள்ளியில் இருக்கிறதெனவும் கொள்க. அப்போது அதன் முடுக்கங்கள், OP என்ற திசையில்  $\frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$  எனவும்,

OPக்குச் செங்குத்தான திசையில்  $\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$  எனவும், மதிப்

புறப்பண்பென்ற இயக்கவியலில் (Dynamics) திறவுப் பட்டிருக்கிறது. OP என்ற திசையிலுள்ள முடுக்கம் ஆரார முடுக்கம் (Radial acceleration) எனவும், OPக்குச் செங்குத்தான திசையில் உள்ள முடுக்கம் குறுக்கு முடுக்கம் (Transverse acceleration) எனவும் கூறப்படுகிறது.

12.3.2. செவ்வரின் விதிகளிலிருந்து, பிஸ்ட்டன் கண்ட முடிவுகள் :

1. முதல் விதி வழியாக :

தன் பாதையில் இயங்கும் கோளின், சுதிரவரின் தன் பக்கம் தன்னை நோக்கி வரக்கிறது. ஆய்விதம் சர்க்குலம் விசை சுதிரவனுக்கும் கோளுக்குடும் உள்ள ஞாத்தின் இருபடிக்கு எதிர் விதித்ததில் உள்ளது.

2. இரண்டாம் விதி வழியாக :

தன் பாதையில் இயங்கும் கோளின் சர்க்குலம் விசை ஒன்றே ஒன்று ; அது, சுதிரவரின் நோக்கி, சுதிரவரினையும் அக்கோளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டுத் திசையில் உள்ளது.

3. மூன்றாம் விதி வழியாக :

சுதிரவரின் தன்னை நோக்கி அக்கோளையும் சர்க்குலம் விசையின் விதிதம் ஒரு யாதிரி (அது இருபடி எதிர் விதிதம்).

முதல் விதியின்படி, ஒரு கோளின் இயங்குபாதை சுதிரவரின் ஒரு குவிவத்தில் கொண்ட ஒரு நீள் வட்டம் எனக் கண்டோம். அத்நீள் வட்டத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \text{ எனக்கொள்வோம்.}$$

இரண்டாவது விதியின்படி, ஒரு கோள் சுதிரவரின் சுற்றி வரும்போது சுதிரவரினையும் கோளையும் இணைக்கும் நேர்கோடு, சம நேரங்களில் சம படிப்புகளைக் கடக்கிறது. படிப்பு வேகம்

$\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$  என்ற மதிப்புடையது. எனவே  $\frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$  ஒரு யாதிரி—

அதாவது,  $r^2 \frac{d\theta}{dt}$  ஒரு யாதிரி; அதனை  $h$  எனக்கொள்வோம். எனவே குறுக்கு முடுக்கம்,

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right)$$

$$= \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt} (h)$$

$$= 0 \text{ எனப் பெறப்படுகிறது.}$$

(1)



ஆகவே ஆரைக்குச் (radius vector) செங்குத்தான திசையில் கோளின் மீது ஏதும் விசை இல்லை என்ற முடிவு பெறப்படுகிறது.

ஆரைத் திசையில் உள்ள மூடுக்கம் =  $\frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2$  மட்டுமே

அக்கோண இயக்கச் செங்குத்து. இப்போது  $r = \frac{l}{1 + e \cos \theta}$  என்ற இயக்கு யாதையில் செங்குத்தும் கோளுக்கு ஆரை மூடுக கத்தைக் கணற்போம்.

$$\begin{aligned} \therefore \frac{dr}{dt} &= \frac{el \sin \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \frac{d\theta}{dt} \\ &= \frac{e \sin \theta}{l} r^2 \frac{d\theta}{dt} \left[ \because (1 + e \cos \theta)^2 = \frac{l^2}{r^2} \right] \\ &= \frac{eh}{l} \sin \theta \left( \because r^2 \frac{d\theta}{dt} = h \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{d^2r}{dt^2} &= \frac{eh}{l} \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \\ &= \frac{eh^2}{l^2} \cos \theta \left[ \because \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{r^2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ஆரைமூடுக்கம்} &= \frac{d^2r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \\ &= \frac{eh^2}{l^2} \cos \theta - \frac{r h^2}{r^3} \\ &= \frac{h^2}{l^2} \left[ e \cos \theta - \frac{l}{r} \right] \\ &= - \frac{h^2}{l^2} \\ &= - \frac{\mu}{r^2} \end{aligned} \quad \dots\dots (2)$$

இங்கு  $\frac{h^2}{l} = \mu$  ஒரு மாறிலி; ஏனெனில் ஒரு குறிப்பிட்ட

கோளப் பொருத்தமட்டில்,  $l$ -ம் கடம் மாறிலிக். ஆரை மூடுக்கம் ஒரு குறையதிற்பைப் பெறுவதால், அதன் திசை, கதிரவனிலிருந்து கோளை நோக்கி அகல்; ஆனால் கோளிலிருந்து கதிரவனை நோக்கிய திசையில் உள்ளதெனத் தெரிகிறது. அநாவது இயங்கும் கோள், நிலைத்த கதிரவனை நோக்கி, அக் கோட்டின் திசையில் ஈர்க்கப்படுகிறது.

மேலும் அம்முடுக்கம்  $= -\frac{1}{r}$ , ஆக இருப்பதும் தெரிகிறது. எனவே, திசுட்டின் மூலக் முடிவு பெறப்படுகிறது.

திசுட்டின் இரண்டாவது முடிவு 12-3-2 (1)ன் படி  $\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = 0$  என்ற முடிவிலிருந்து பெறப்படுகிறது.

அதாவது அக் கோடு இயக்கும் முடுக்கம் (விசை) ஒன்றே ஒன்று; அம்முடுக்கம் ஆனது கோட்டிலிருந்துமே கோலிலிருந்து வரிகளின் தொக்கிய திசைவிசைக்கிறது.

12-3-2-1 : செம்ஸர் ஒன்றும் விதிவழியாக திசுட்டின் ஒன்றும் முடிவு :

இரு கோள்கள் முறையே  $a_1, b_1; a_2, b_2$  என்ற அரைப் பேர்த், சிற்றச்சக்களையும் (semi-major and semi-minor axes)  $l_1, l_2$  என்ற அரைச் செங்கலைகளையும் (semi-latera recta)  $T_1, T_2$  என்ற தரவலட்டங்களையும் பெற்றுள்ளன எனக் கொள்வோம். செம்ஸர் இரண்டாம் விதிப்படி

$$T_1 = \frac{\pi a_1 b_1}{h_1/2} \left[ \because \frac{h_1}{2} = \text{பரப்ப வேகம்} \right] \\ = \frac{2\pi a_1 b_1}{h_1}$$

$$\text{அல்லாதே } T_1 = \frac{2\pi a_1 b_1}{h_1}$$

$$\therefore T_1^2 = \frac{4\pi^2 a_1^2 b_1^2}{h_1^2} = \frac{4\pi^2 a_1^2 l_1 a_1}{h_1^2} \left[ \because l_1 = \frac{b_1^2}{a_1} \right] \\ = \frac{4\pi a_1^3}{\mu_1} \quad (A) \left[ \because h_1^2 = l_1 \mu_1 \right]$$

$$\text{அல்லாதே } T_2^2 = \frac{4\pi a_2^3}{\mu_2} \quad (B)$$

செம்ஸர் ஒன்றும் விதிப்படி,

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3 \mu_2}{\mu_1 a_2^3} \left[ (A), (B) \text{ ன் படிக்காக} \right]$$

$$\therefore \mu_1 = \mu_2 = \text{ஒரு மாறிலி}$$

$\therefore$  ஆனா முடுக்கத்தில் நாம் பெற்ற  $\mu$  [12-3-2(2)] எல்லாக் கோள்களுக்கும் சமமதீட்டப்படலது. இதனையே திசுட்டின் மூன்றாவது முடிவு

12-3-2-2.  $a, b$  முறையே ஒரு கோளின் நீக்கப்பட்ட<sup>1</sup> அரைப்பேரகம், சிற்றகம் எனவும் அக் கோள், கதிரவன் ஒருமுறை சுற்றிவர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $T$  எனவும் கொள்வோம்.

$h$  என்பது பரப்பு வேகத்தில் இருமடங்கு என்பது நாம் முன் கொண்டதும்; அதாவது

$$h = \frac{2\pi ab}{T}$$

$l$  என்பது நீக்கப்பட்டத்தில் அரைச் செவ்வகம்.

$$= \frac{b^2}{a}; \text{ எனவே } \mu = \frac{h^2}{l}$$

$$= \frac{4\pi^2 a^3 b^3}{T^2} \times \frac{a}{b^3}$$

$$= \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$$

கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின்படி  $\frac{a^3}{T^2}$  ஒரு மாநிலியானதின்  $\mu = 4\pi^2 K$ . இது எல்லாக் கோள்களுக்கும் ஒரே மதிப்புடைய நென்ற நியூட்டன் ஸுருணை மூலம் 12-3-2-1 இல் பார்த்தோம். எனவே  $n$  பொருண்மையுள்ள ஒரு கோளாக் கதிரவன் பக்கம் வரக்கும் விசை  $\frac{m\mu}{r^2}$  எனப் பெறப்படும்.

12-3-2-3: கோளாக் கதிரவன் வட்டப் பாதைகளில்  $r$  என வேகத்தில் சுற்றுகின்றன என்ற அடிப்படையில் நியூட்டனின் பொது ஈர்ப்பு விதியிலிருந்து நாம் கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியைப் பெறலாம்.

நியூட்டன் பொது ஈர்ப்புவிதி: எந்த ஒரு பொருளும் மற்றொரு பொருளை ஈர்க்கும் விசையானது அவற்றின் பொருண்மைகளின் (masses) பெருக்குத் தொகைக்கு  $G$ ன் விசிறத்திலும் அவ்விரு பொருள்களுக்கும் இடைப்பட்ட தூரத்தில் இருபடிக்கு எதிர் விசிறத்திலும் இருக்கிறது.

$m_1, m_2$  என்பவை இரு பொருள்களின் பொருண்மை;  $r$  இரு பொருள்களுக்கு இடைப்பட்ட தூரம்;  $F$  ஈர்ப்பு விசை;  $G$  ஈர்ப்பு மாநிலி எனக் கொண்டால் நியூட்டன் பொது விதியின்படி

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$M$  கதிரவனின் பொருண்மை,  $m$  கோளின் பொருண்மை,  $r$  கதிரவனுக்கும் கோளிக்கும் இடைப்பட்டதூரம், எனக்

கொண்டால், இது விண்மொருக்களுக்கு இடைப்பட்ட விசை யானது  $G \frac{Mm}{r^2}$ , எனவே கதிர்வளின் சுட்டி விசையின் காரணமாக

கோணக் கதிர்வளத் தன் பக்கம் வலிக்கும் முடுக்கம்  $\frac{GM}{r^2}$ .

( $\therefore$  விசை = பொருண்மை  $\times$  முடுக்கம்)

சுற்றும் பாதை ஆரம் கொண்ட ஒரு வட்டப் பாதையொன்றும், சுற்றும் பாதையில் கோணக் வேகம்  $V$  எனவும் கொண்டால், அப்போது கோணத்தன் பக்கம் கதிர்வள வலிக்கும் விசை  $F = \frac{m V^2}{r}$  (இயக்க இயல் முடிவு); எனவே கதிர்வளத் தோக்கிக்

கோணக் முடுக்கம்  $\frac{V^2}{r}$  ஆகும். (வட்டப் பாதையில்)

$$\therefore \frac{V^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$$

$$V^2 = \frac{GM}{r}$$

கோண கதிர்வளத்  $T$  நாட்களில் ஒருமுறை வட்டப் பாதையில் சுற்றுகின்றது

$$T = \frac{2\pi r}{V}$$

$$\text{எனவே, } \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = V^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\therefore T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

இங்கு  $T^2 \propto r^3$  என கெப்ளரின் மூன்றாவது விதி பெறப்படுகிறது. (ஆனால் அடிப்படை, வட்டப் பாதை என கவனத்தில் கொள்ள).

12-3-2-4 : கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின் சரிவான அமைப்பு:

$M$ , கதிர்வளின் பொருண்மை,  $m$  கோணக் பொருண்மை,  $r$  கதிர்வளத்தும் கோணத்தும் இடைப்பட்ட தூரம் எனக் கொண்டால் இரண்டிற்கும் இடையில் உள்ள சுட்டி விசை  $G \frac{Mm}{r^2}$  ஆகும். எனவே கதிர்வளின் சுட்டிவிசைகோண, கதிர்வளத்

தோக்கிய திசையில் சுக்கப்படுக முடுக்கம்  $\frac{GM}{r^2}$ . அக்கோண கோணக் சுட்டிவிசை, கதிர்வள, கோணத் தோக்கிய திசையில்

சரீரகம்பமும் முடுக்கம்  $\frac{Gm}{r^2}$ . இவ்விரு விசைகளும் ஒரே நேரக் கோட்டில் நேரெதிர் திசைகளில் இருக்கின்றன. எனவே கோளின் சரீரமுடுக்கம் (Relative Acceleration)  $G \frac{(M+m)}{r^2}$  ஆகும்.

ஆனால் கோள் பெறும் விசையுள் முடுக்கம் (Resultant Acceleration)  $\frac{\mu}{r^2}$ . இங்கு  $\mu = \frac{h^2}{l}$ . இவ்விசை கதிரவனை நோக்கி இயங்கிக் கொண்டு இருக்கின்றது.

எனவே,

$$\frac{G(M+m)}{r^2} = \frac{\mu}{r^2}$$

$$\therefore G(M+m) = \mu = \frac{h^2}{l}$$

$$\therefore G(M+m)l = h^2$$

$a, b$  எல்பவை நீக்கப்பட்டதின் பேரில், சிற்றச்சில் பாத எனவும், T-கதிரவனை ஒரு முறை சுற்றிவர எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் எனவும் கொள்வோம்.

$$\text{அப்போது } l = \frac{b^2}{a}; h = \frac{2\pi ab}{T}$$

$$G(M+m) \frac{b^2}{a} = \frac{4\pi^2 a^3 b^2}{T^2}$$

$$\text{அதாவது } G(M+m) T^2 = 4\pi^2 a^3.$$

$m_1$  - பொருண்மையுள்ள மத்தொரு கோளின் எடுத்துக்கொண்டால் இத்தொடர்பு  $G(M+m_1) T_1^2 = 4\pi a_1^3$  எனப் பெறப்படும்.

$$\therefore \frac{M+m}{M+m_1} \cdot \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}.$$

இதுவே கெப்ளரின் மூன்றாவது விதியின் சரியான அமைப்பு ஆகும். ஆனால் கதிரவனின் பொருண்மையோடு கோள்களின் பொருண்மையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கும்போது கோள் பொருண்மையின் மீதுவிக் சிறியவைகளாதலின்  $(M+m)$ ம்,  $(M+m_1)$ ம் ஏறக்குறைய சமமாகும்.

$$\text{அப்போது } \frac{M+m}{M+m_1} \sim 1; \text{ எனவே } \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3} \text{ என்ற}$$

கெப்ளரின் மூன்றாவது விதி பொருத்துகிறது.

12.3.2.5 ஒரு கோளின் பொருண்மை காணும் முறை :

M-கதிர்வளின் பொருண்மை, m-தாம் பொருண்மை காண வேண்டிய கோளின் பொருண்மை;  $m_1$  என்பது கோள் m-ன் உப கோளின் பொருண்மை.  $a, a_1$  முறையே கோளிற்கும் கதிர் வளிற்கும், கோளிற்கும் உபகோளிற்கும் உள்ள தூரங்கள் எனக் கொள்க.  $T, T_1$  என்பன முறையே, கோள் கதிர்வளிையும், உப கோள் தன் தாய்க்கோளையும் ஒருமுறை சுற்றிவர எடுத்துக் கொள்ளும் நேரங்கள் எனக்கொள்வோம். அப்போது,

$$\frac{M+m}{m+m_1} \cdot \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3}$$

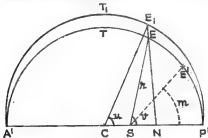
M-உடன் ஒப்பிடும்போது  $m, m_1$  இரண்டும் சிறியவைகளாதலின்

$$\frac{M}{m} \cdot \frac{T^2}{T_1^2} = \frac{a^3}{a_1^3} \text{ என்ற தோராயத் தொடர்புகொண்டு}$$

$$m = \frac{T^2 a_1^3}{T_1^2 a^3} M \text{ எனக் கணிக்கலாம்.}$$

குறிப்பு : உபகோள் இல்லாத கோளுக்கு இம்முறை பயன் படாதென ஆதிச. (புத்தனும், வெள்ளியும் உபகோள்கள் பெற்றவைகளில்).

12.4 : கொடுக்கப்பட்ட ஒரு சமயத்தில் மண்ணுலகின் நிலைம அதன் பாதையில் நினைவித்தல் :



படம் 12.4

படம் 12.4இல் P'TA' கதிர்வளி மண்ணுலகம் சுற்றிவரும் தன் வட்டப் பாதையில் ஒரு பாதி; P'A' ஆத்தின் வட்டத்தின்

பேரகம்;  $P'T_1A'$  என்பது பேரகை விட்டமாகக் கொண்ட அரை வட்டம். (நீள் வட்டத்தின் துணைவட்டம்—Auxiliary Circle)  $r$ .  $C$  நீள் வட்ட மையம்;  $S$ —கதிரவன் குவியத்தில் இருக்கும் நிலை;  $E$  என்ற புள்ளி மண்ணுலகின் நீள்வட்டப் பாதையில் அதன் நிலையை ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்தில் குறிக்கட்டும்;  $P'$  அண்மைப் புள்ளி;  $A'$  சேண்மைப் புள்ளி; மண்ணுலகம்  $P'$  இனிருந்து புறப்படுவதாகக் கொள்க; புறப்பட்டு ' $r$ ' தோல் கடந்தது  $E$ இல் இருக்கட்டும்;  $SE = r$  எனக் கொள்ளோம்;  $EN$  பேரகக்குச் செங்குத்தான கோடு; அதன் நீட்டல் துணை வட்டத்தை  $E_1$ இல் வெட்டட்டும்..

இங்கு  $\angle ESP' = \tau$  என்பது இயல்பு நெறிப் பிறழ்ச்சி (True-Anomaly) எனவும்,  $\angle E_1CP' = \mu$  என்பது மைய அகற்சி நெறிப் பிறழ்ச்சி (Eccentric Anomaly) எனவும் கூறப்படும் (இவற்றினை, இனி மூன்றாவே இயல்புப் பிறழ்ச்சியெனவும், மையப் பிறழ்ச்சி யெனவும் கூறுவோம்).

$SE$ ன் புறப்பு வேகமான  $\frac{1}{2}r^2 \frac{dv}{dt}$  ஒரு யாத்ரி (சாதாரணமாக நாம்  $\frac{dr}{dt}$  எனக் கொள்ளும்) கோண வேகம் இங்கு  $\frac{dv}{dt}$  எனக் கொள்ளப்பட்டிருக்கிறது;  $v$  ஒரு கோணம்;)

$r$  ஒரு யாத்ரியாத்ரின்  $\frac{dr}{dt}$ ம் ஒரு யாத்ரியாகும்; அதுவது இயல்புப் பிறழ்ச்சி  $r$ ரான வேகத்தில் மாறுவதில்லை.

இப்போது  $P'$  இனிருந்து  $E$  புறப்படுப்போது, மத்தொரு கற்பனைப் பொருள்  $E'$  மண்ணுலகத்தோடே  $P'$  இனிருந்து புறப்பட்டு,  $r$ ரான கோண வேகத்தில் [ $r$ ரான கோணவேகம்  $\frac{2\pi}{y}$ ] மண்ணுலகப் பாதையிலேயே, மண்ணுலகக் கால வட்டத் தில் ( $y$ ) செல்வதாகக் கற்பனை செய்துகொள்ளோம். எனவே  $E$ ,  $E'$  இரண்டும்  $P'$ இனிருந்து புறப்பட்டபின்னு இன்னத்து செவ்வா.

மூலகம்  $E$  முத்திக்கொள்ளும்;  $E'$  மீள்தொடரும். இரண்டும்  $A'$ இல் ஒருங்கணமாயும், மீள்  $E'$  முத்திக் கொள்ளும்.  $E$  மீள் தொடரும். மறுபடியும் இரண்டும்  $P'$ இல் ஒருங்கணமாயும்—(காரணம் எளிதில் புலப்படுகிறதாதலின் மீளின்க விளக்கப் படவில்லை.)

மண்ணுலகம் தன் பாதையில்  $E$ இல் இருக்கும் சமயம், கற்பனைப் பொருள் அதே பாதையில்  $E'$ இல் இருப்பதாகக் கொள்ளோம்.  $E'$ ன் கோணவேகம் மண்ணுலகின்  $r$ ரான கோணவேகமான  $\frac{2\pi}{y}$  க்குச்

சமமொன்கொண்டோம்.  $E'$ ஐ நீள்வட்டப் பாதைக் குவியமான உதரவாய்  $S$ ஐச் சேர்த்தால்  $E'SP = m$  என்பது சராசரிப் பிறழ்ச்சி (Mean Anomaly) எனப்படும்.

12.4.1 : பிறழ்ச்சிகளுக்கிடப்பட்ட தொடர்புகள்

நீள்வட்டத்தின் பாதைப் பேரகம்  $a$ , பாதைச்சிற்றகம்  $b$ , குவியவாய் பிறழவு  $e$  எனக்கொள்க. இவர்களுடைய வடிவ கணிதத்தில், வழக்கிலுள்ளபடி,  $E$ ஐ ஆவத் தொலைகள் ( $a \cos u$ ,  $b \sin u$ ); ஆதலாலு  $CN = a \cos u$ ;  $NE = b \sin u$ .

(4) இவையுப் பிறழ்ச்சி ( $v$ ) க்கும், வாய்ப் பிறழ்ச்சி ( $u$ ) க்கும், இடைப்பட்ட தொடர்பு:

$$\begin{aligned}\triangle SEN \text{ இல், } r \cos v &= SN \\ &= CN - CS \\ &= a \cos u - ae\end{aligned}\quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned}\text{மேலும் } r \sin v &= NE \\ &= b \sin u\end{aligned}\quad \dots(2)$$

(1), (2) ஐயும் இருபடிக்கு உயர்த்திக் கூட்டி,

$$\begin{aligned}r^2 &= a^2 \cos^2 u + a^2 e^2 - 2a^2 e \cos u + b^2 \sin^2 u \\ &= a^2 [\cos^2 u + e^2 - 2e \cos u + (1 - e^2) \sin^2 u] \\ &\quad \quad \quad (v^2 \quad b^2 = a^2 (1 - e^2)) \\ &= a^2 [1 + e^2 \cos^2 u - 2e \cos u] \\ &= a^2 (1 - e \cos u)^2 \\ \therefore r &= a(1 - e \cos u)\end{aligned}\quad \dots(3)$$

<1), (3) இனிகுத்து

$$\begin{aligned}r(1 + \cos v) &= a(1 - \cos u) + (a \cos u - ae) \\ &= a(1 - e)(1 + \cos u)\end{aligned}\quad \dots(4)$$

மேலும் (1), (3) இனிகுத்து

$$\begin{aligned}r(1 - \cos v) &= a(1 - e \cos u) - (a \cos u - ae) \\ &= a(1 + e)(1 - \cos u)\end{aligned}\quad \dots(5)$$

(4), (5) இனிகுத்து

$$\frac{1 - \cos v}{1 + \cos v} = \frac{(1 + e)(1 - \cos u)}{(1 - e)(1 + \cos u)}$$

$$\text{எனவே } \tan^2 \frac{v}{2} = \frac{1 + e}{1 - e} \tan^2 \frac{u}{2}$$



$$\therefore \tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{u}{2} \quad \dots(6)$$

இது கொண்டு, பின்னர் சார்பாக  $r$  இன் தனி மதிப்பைத் தேர்வுபாணாகக் காணப்படும்.

$e < 1$  ஆதலின்  $e = \sin \theta$  எனக் கொள்வோம்.

$$\begin{aligned} \frac{1+e}{1-e} &= \frac{1+\sin \theta}{1-\sin \theta} \\ &= \frac{1 + \frac{2t}{1+t^2}}{1 - \frac{2t}{1+t^2}} \left[ \text{இங்கு } t = \tan \frac{\theta}{2} \right] \\ &= \frac{(1+t)^2}{(1-t)^2} \end{aligned}$$

(6) இல் இதனை ஈடு செய்து,

$$\tan \frac{v}{2} = \frac{1+t}{1-t} \tan \frac{u}{2} \text{ எனப் பெறப்படும்.}$$

10.7, வரம்பு (1) ஐப் பயன்படுத்தி,

$$v = u + 2t \sin u + t^2 \sin 2u + \dots \quad \dots(7)$$

$e = \sin \theta$  என தரம் முதலில் கொள்ளப்படுவால்,

$$e = \sin \theta = \frac{2t}{1+t^2} \text{ என எழுதலாம்.}$$

$$\therefore t^2 - 2t + e = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore t &= \frac{1 \pm (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}}{e} \\ &= \frac{1 \pm (1 - \frac{1}{4} e^2 \dots)}{e} \\ &= \frac{e}{2} \text{ (தேர்வுபாணாக)}; (t < 1) \end{aligned}$$

$$\therefore (7) \text{ இலிருந்து, } v = u + e \sin u + \frac{e^2}{4} \sin 2u + \dots(8)$$

என்ற தொடரிட,  $v$ ,  $u$  இரண்டையும் இணைக்கிறது. இது ஒரு தேர்வுபாண மதிப்பீடு.

(B) கவனம் பிறழ்ச்சி ( $u$ ) க்கும், சார்பிப் பிறழ்ச்சி ( $v$ ) க்கும் இடைப்பட்ட தொடரிட:

மண்ணுலகம் சுதிரஸின் ஒருமுனை சுதிரவா எடுத்துக் கொள்ளும் வரையில்  $y$  (புரான்டு) எனக்கொள்ளோம். மண்ணுலகின் சராசரிக் கோண வேகம்  $n = \frac{2\pi}{y}$ .

ஒரு சுதிரஸின் பொருள்  $E'$  சராசரிக் கோண வேகத்தில் சுற்றி கிறதென எடுத்துக்கொண்டோம் (12-4). மண்ணுலகம்  $P'$  இயிருந்து தற்போது உட்கள திசை  $E$ க்கு வர எடுத்துக்கொள்ளும் நேரம்  $t$  ஆனால், அதே நேரத்தில்  $E'$  சுற்றும் கோணம்  $\pi = \frac{2\pi}{y} t$  ஆகும்.

இதுவே நாம் 12-4 இல் சுதிரவா  $n$  எனப்பட்ட சராசரிக் கிரகச்சு.

$$\therefore n = \frac{2\pi}{y} \quad \dots (8)$$

இந்த  $n$ இன் மதிப்பைக் கொண்டு,  $n$ -க்கும்  $y$ -க்கும் உட்கள தொடர்பைக் காண்போம்.

$$\text{மையப் கிரகச்சு } u = P'E_1$$

$$(8) \text{ இன்படி, சராசரிக் கிரகச்சு } n = \frac{2\pi}{y}$$

$y$  நேரத்தில் மண்ணுலகம் பயணம் புரம்பு  $= \pi$  அ. எனவே

$$t \text{ நேரத்தில் மண்ணுலகம் பயணம் புரம்பு } P'SE = \frac{\pi \text{ அ.}}{y} t$$

$$= \text{அ.} \frac{\pi}{y} [(8) \text{ ன் படி }].$$

$$\frac{\text{நிகண்டப்பகுதி } P'BS \text{ ன் புரம்பு}}{\text{நினைவாட்டப்பகுதி } P'SE \text{ ன் புரம்பு}} = \frac{b}{a}$$

$$\text{எனவே, } P'SE \text{ இன் புரம்பு} = \frac{b}{a} \times P'BS \text{ ன் புரம்பு}$$

$$= \frac{b}{a} [\text{புரம்பு } P'CE_1 - ஒக்கோணம் } CSE_1]$$

$$= \frac{b}{a} \left[ \left\{ a^2 u - \frac{1}{2} \pi v \right\} \cos \theta \right]$$

$$\therefore \text{புரம்பு } P'SE = \frac{ab}{2} (u - v \sin \theta)$$

$$\text{எனவே } \text{அ.} \frac{\pi}{y} = \frac{ab}{2} (u - v \sin \theta)$$

$$\therefore n = u - v \sin \theta$$

இச்சமன்பாடு கெப்ளரின் சமன்பாடு எனப்படும். இத் தொடர்பு கொண்டு  $r$  இன் தோராய மதிப்பை  $m$  இன் தொடர்பாகக் காண்போம்.

மூன்று  $m = r - e \sin u$  என திறக்கிறோம்.

$$\therefore u = m + e \sin u.$$

$$\therefore u = m \text{ (முதல் தோராயம்)}$$

$$\therefore u = m + e \sin m \text{ (இரண்டாம் தோராயம்)}$$

$$\therefore \text{மூன்றாம் தோராயமாக,}$$

$$\begin{aligned} r &= m + e \sin (m + e \sin m) \\ &= m + e [\sin m \cos (e \sin m) + \cos m \sin (e \sin m)] \\ &= m + e [\sin m + \cos m \cdot e \sin m] \\ &= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m \end{aligned} \quad \dots (11)$$

இது மூன்றாம் தோராயம்.

(C) இயல்புப் பிறழ்ச்சி ( $v$ )க்கும், சராசரிப் பிறழ்ச்சி ( $w$ )க்கும் உள்ள தொடர்பு :

(5) இன்படி,

$$v = w + e \sin w + \frac{e^2}{4} \sin 2w.$$

இங்கு (11) இல் கண்ட 'u' இன் மதிப்பை  $m$ டு செய்க.

$$\begin{aligned} \therefore v &= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m \\ &\quad + e \sin (m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m) \\ &\quad + \frac{e^2}{4} \sin 2 (m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m) \end{aligned}$$

$e^3$  ஐயும், மற்ற உயர்ந்த  $e$  இன்படிக்கிரமும் விலக்கினால்,

$$\begin{aligned} v &= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m \\ &\quad + e [\sin m \cos (e \sin m) \\ &\quad + \cos m \sin (e \sin m)] + \frac{e^2}{4} \sin 2m \\ &\quad \text{(தோராயமாக)} \\ &= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m \end{aligned}$$

$$+ e [\sin m + \cos m \cdot e \sin m] + \frac{e^2}{4} \sin 2m$$

$$= m + e \sin m + \frac{e^2}{2} \sin 2m + e \sin m$$

$$+ \frac{e^2}{2} \sin 2m + \frac{e^2}{4} \sin 2m.$$

$$= m + 2e \sin m + \frac{5}{4} e^2 \sin 2m \quad \dots (12')$$

$$\therefore r - m = 2e \sin m + \frac{5}{4} e^2 \sin 2m \quad (12'')$$

இது இயல்புப் பிறழ்ச்சிக்கும், சராசரிப் பிறழ்ச்சிக்கும் உள்ள வேறுபாடு. இது மையப்படுறை (குறை-Equation of Centre) எனப்படும். இது கொண்டு, 'm' இன் தனி மதிப்பை r இன் சராசராகக் காண்போம்.

$$r = m + 2e \sin m + \frac{5}{4} e^2 \sin 2m$$

$$\therefore m = r - 2e \sin m - \frac{5}{4} e^2 \sin 2m$$

$m = r$  (முதல் தோராயம்)

$$\therefore m = r - 2e \sin r \text{ (இரண்டாம் தோராயம்)}$$

$\therefore$  மூன்றாம் தோராயமாக

$$m = r - 2e \sin (r - 2e \sin r)$$

$$= \frac{1}{4} e^2 \sin 2r$$

$$\mu = r - 2e [\sin r \cos (2e \sin r) - \cos r \sin (2e \sin r)]$$

$$= \frac{5e^2}{4} \sin 2r$$

$$= r - 2e [\sin r - \cos r 2e \sin r] - \frac{1}{4} e^2 \sin 2r$$

$$= r - 2e \sin r + 2e^2 \sin 2r - \frac{1}{4} e^2 \sin 2r$$

$$\therefore m = r - 2e \sin r + \frac{3}{4} e^2 \sin 2r \quad \dots (13)$$

இதுவரை நாம்  $u$ ,  $v$ ,  $w$  என்பவற்றை இரேகைப் பெற்ற தொடர்புகள் :

சமன்பாடுகள்	தொடர்புகள்
$I \tan \frac{v}{2} = \frac{\sqrt{1+e}}{1-e} \tan \frac{u}{2}$ (6)	(i) $v = u + e \sin u + \frac{e^2}{4} \sin 2u$ (8) (ii) $w = u + e \sin u + \frac{e^2}{8} \sin 2u$ (11) (iii) $v = u + 2e \sin u + \frac{5e^2}{4} \sin 2u$ (12)
$II \quad w = u - e \sin u$ (10)	(iv) $w = v - 2e \sin v + \frac{3}{4} e^2 \sin 2v$ (13)

பயிற்சி 12 A

1. கதிரவன் மீட்பெரு, மீச்சிறு விட்டங்கள் மூன்றையே  $32^{\circ}31'$ ,  $31^{\circ}26'$ , மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையில் குவிமையப் பிறழ்வு காண்க. (செ)

2. மண்ணுலகம் தனது நீள்வட்டப் பாதையில் ஆன்மை, சேய்மை நிலையிலும், மூன்றையே  $v_1$ ,  $v_2$  என்ற நிலைகளிலுள்ள செங்கிறது. குவிமையப் பிறழ்வு  $e$  எனக்கொண்டால்  $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1+e}{1-e}$  என நிறுவுக.

3. மண்ணுலக நீள்வட்டப் பாதையில், மரபுப்படி இவையுள் பிறழ்ச்சி  $v$ ; குவிமையப் பிறழ்ச்சி  $u$ , சராசரிப் பிறழ்ச்சி  $w$  எனக் கொண்டு பின் வருவனவற்றை நிறுவுக.

$$(i) \quad v = u + \frac{e^2}{4} \sin 2u + e \sin u$$

$$(ii) \quad \tan \frac{v}{2} = \tan \left( -\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \cdot \tan \frac{u}{2} \quad (e = \sin \phi)$$

$$(iii) \quad \cos v = \frac{\cos u - e}{1 - e \cos u}$$

$$\sin v = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin u}{1 - e \cos u}$$

$$(iv) \quad u = m + \frac{r \sin m}{1 - e \cos m} - \frac{1}{2} \left( \frac{r \sin m}{1 + e \cos m} \right)^2$$

(தேராவமரக)

4. ஒரு கோளின் காலவட்டம்  $T$ ; பேரக்கப்பாதி  $a$ ; பேரக்கப் பாதியில் ஒரு சிறு அளவு  $\Delta a$ , மீதுதியானால் காலவட்டம்  $\frac{8 T \Delta a}{3a}$  அளவு மீதும் என நிறுவுக.

$$(T^3 = K a^3)$$

இரு பக்கங்களும் மடக்கைமெடுத்து, வகைதான்செழு காண்டால்,

$$3 \log T = \log K + 3 \log a$$

$$\therefore \frac{3}{T} \frac{dT}{da} = \frac{3}{a}$$

$$\therefore \Delta T = \frac{dT}{da} \Delta a \text{ என்ற வகையில்}$$

$$\Delta T = \frac{8}{a} \cdot \frac{T}{3} \Delta a \text{ எனப் பெறப்படும். } )$$

5. புளூட்டோவின் நீர்வட்டப்பாதையின் குவிமையப் பிறழ்ச்சி 0.25; அதன் காலவட்டம் 248 ஆண்டுகள், சேம்மை நிலையில், அது கதிரவனிலிருந்து உள்ள தூரம் ஏறக்குறைய 50 வானியல் அலகுகள் என நிறுவுக. (செ)

6. கதிரவன் பொருண்மை  $M$  எனக் கொண்டால், மண்ணுலகப் பொருண்மை  $\frac{1}{88 \times 10^4} M$ ; சனியின் பொருண்மை

$\frac{1}{8500} M$ . கதிரவனிலிருந்து மண்ணுலக தூரம், சனியின் தூரம் = 2 : 19. செப்ளரின் மூன்றாம் விதிவழியாகப் பெறப்படும் சனியின் காலவட்டம், அதன் சரியான காலவட்டத்தைவிட 1.5 நாள் வேறுபடுகிறதென நிறுவுக.

7. மண்ணுலக நீர்வட்டப் பாதையின் செவ்வகம்  $l_1$ ; அதே ஒரு கோளுடையது  $l_2$ . மண்ணுலகப் பரப்பு வேகம்; கோளின் பரப்பு வேகம் =  $\sqrt{l_1} : \sqrt{l_2}$  என நிறுவுக. (செ)

## II

## 12.5 : காலக்குற - நேரம் சமன்பாடு (Equation of Time)

மேட்டுதற்புள்ளியை ஆதாரமாகக்கொண்டு மீன்வழி நேரம் கணக்கிடப்படுகிறது. சூரியமாக மேட்டுதற்புள்ளியின் மேற்கு நேரக்கோணமே அத்தருணத்தில் மீன்வழி நேரமாகும். இந்நேரம் வானவியலில் பெரிதும் பயன்பட்டபோதிலும் தமது அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுவதில்லை. மேலும் மனிதனின் அன்றாட வாழ்க்கை (கதிரவன் ஓளிகொடுக்கும் நேரமான) பகல், (ஒளிவற்ற நேரமான) இரவுக்காலங்களின் அடிப்படையில்தான் ஆகமகிறது. ஆனால் மீன்வழி நேரம் கதிரவன் பகல் இரவுக் காலங்களோடு இணைந்து வராததால், அன்றாட வாழ்க்கைக்குப் பயன்படாது.

எடுத்துக்காட்டாக : ஆண்டு முழுவதும் தினசரி மீன்வழி நேரம் 10 மணிக்கு ஒரு கிலோரி தொடக்கி மீன்வழி நேரம் 18 மணிக்கு முடியவேண்டுமென வைத்துக்கொள்வோம். மீன்வழி நேரம் 10 மணிக்குக் கதிரவன் வல ஏற்றம், நேரக்கோணம், கதிரவன் பகல் இரவு நேரம், எப்படி ஓரண்டில் மாறிமாறி வரக்கூடுமென யினைவரும் பட்டியலில் கண்டு வாழ்க்கையை மீன்வழி நேரப்படி திட்டமிட முடியாதென அறிக.

மீன்வழி நேரம் 10 மணிக்குரிய கதிரவன் நேரம் :

நாள்	கதிரவன் வல ஏற்றம் (ஏறக்குறைய)	கதிரவன் வெளிட்டிய காலம்— நேரம்
மார்ச்சு 21	0°	இரவு 10 மணி
ஏப்ரல் 20	80°	இரவு 8 மணி
ஜூன் 22	80°	மாலை 4 மணி
செப்டம்பர் 22	180°	முற்பகல் 10 மணி
அக்டோபர் 22	210°	மாலை 8 மணி
டிசம்பர் 22	270°	விடியற்காலம் 4 மணி
ஜனவரி 21	300°	விடியற்காலம் 2 மணி

## 12.6 : வான சராசரி கதிரவன் (Astronomical Mean Sun)

இப்போது கதிரவன் வழிநேரம் பற்றிப் பார்ப்போம். உண்மையான கதிரவன் தோற்றவழி நேரம், (True or Apparent Solar Time), தோற்றக்கதிரவன் (True or Apparent Sun) வானிலேயுக்கும் இடத்தின் அடிப்படையில் கணக்கிட்டு நிர்ணயிக்கப்பட வேண்டும். ஆனால் கதிரவன் தற்போதையில் சீரான கோண வேகத்தில் இயங்காத காரணத்தாலும் கதிரவன் பாதை, நடுவரைக்கு  $28\frac{1}{2}^{\circ}$  வாய்த்திருப்பதாலும், கதிரவனின் வல ஏற்றம் சீரான வேகத்தில் மாறுவதில்லை. எனவே, ஒரு சீரான இயங்கும் ஷடாரம் தோற்றக்கதிரவன் வழிநேரத்தைக் காட்டமுடியாது. இத்தக சிக்கலை நீக்கி ஒரு சீரானமுறையில் காலம் காட்டும் ஷடாரம் கொண்டு, வாழ்க்கைத் தொழில்களை முறைப்பாக்க காலவரைப்படி அமைப்பதற்கு உதவும் வகையில் வானஇயல் நிபுணர்கள், வானசராசரி கதிரவன் (Astronomical Mean Sun) என்ற ஒரு கற்பனைக் கதிரவனை அமைத்து, அக்கற்பனைக் கதிரவனின் சீரான வல ஏற்ற மாற்றத்தின் அடிப்படையில் கதிரவன் வழிசராசரி நேரம் (Astronomical Mean Solar Time அல்லது சமூககால Mean Solar Time) வகுத்திருக்கின்றனர்.

தோற்றக் கதிரவனின் இயக்கக் காலவட்டமாகிய ஓராண்டில் இக்கற்பனைக் கதிரவன் வானநடுவரையின்மேல் சீரான கோண வேகத்தில் (அதாவது வல ஏற்ற மாற்றம் சீரான உடன் வகையில்) ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றுகிறது. தோற்றக்கதிரவன் சீரான வேகத்தில் வலஏற்றமாற்றம் பெற்றிருந்த காரணத்தால் இவ்விரு கதிரவன்களுக்கிடையே வலஏற்ற வேறுபாடு இருக்கத்தான் செய்யும்.

## 12.6.1 : இயக்க விடைக் கதிரவன் (Dynamical Mean Sun)

வான நடுவரையில் இயங்கும் கற்பனைக்கதிரவனுள்ள வான சராசரிக் கதிரவன் அல்லாமல் இயக்கவிடைக்கதிரவன் என்ற மற்ருரு கற்பனைக்கதிரவன் சீரான கோண வேகத்தோடு உண்மைக் கதிரவன் பாதையிலேயே இயங்குவதாக எடுத்துக்கொள்கிறோம். உண்மைக்கதிரவன் அண்மை நிலையிலும் சேய்மை நிலையிலும் உள்ள போது இயக்கவிடைக் கதிரவனும் அண்மை நிலையிலும் சேய்மை நிலையிலும் உள்ளது. மேலும் உண்மைக் கதிரவன் காலவட்டத்திலேயே இக்கற்பனைக் கதிரவனும் சரியாக ஒருமுறை சுற்றுகிறது. மேலும், வான சராசரிக் கதிரவனும் இயக்கவிடைக் கதிரவனும், ஒரேயே  $\gamma$  இல் புறப்படுகின்றனவெனக் கொள்ளப்படுகிறது. இவ்விரு கற்பனைக் கதிரவர்களும் (1)  $\gamma$  இலிருந்து ஒரேயேயிருந்து (2) ஒரே காலவட்டத்தில் (ஓராண்டுக் காலம்)  $560^{\circ}$  பயணம் செய்கின்றன. ஆனால் சராசரிக் கதிரவன் பாதை சீரான



கெய்ஸ் / மீதிசை

கோண வேகத்தின் வான நடுவழியில் அமைந்துள்ளது. இயக்கவிடைக் அதிர்வின் பாதை சீரான கோணவேகத்தில் உடன் மையமான அதிர்வின் (தோற்றக் அதிர்வின்) பாதையிலேயே அமைந்துள்ளது. எனவே வானநடுவழியில் இயக்கும் சராசரிக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம் ஒரு சீரானது; அதிர்வின் பாதைவிலேயே இயக்கும் இயக்கவிடைக் அதிர்வனின் வான நெட்டாங்கு மாத்ரம் ஒரே சீரானது. எனவே இவ்விரண்டும் 7மீனிகுத்து ஒழுக்கமே புறப்படுகின்றனவெனக் கொள்ளப்படுவதால் எந்த சமயத்திலும் இயக்கவிடைக் அதிர்வனின் நெட்டாங்குச் சராசரிக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம் சமயாதிருக்கும். (இது ஒரு முக்கியமான முடிவு. இதைத் தெளிவுபடப் புரிந்துகொள்ளுதல் இன்றியமையாதது.)

12-7: காலக் குறை—நிகழ்ச்சிச் சமன்பாடு (வழியைப்பற்றி)

ஒரு குறிப்பிட்ட நகுணத்தில் தோற்றக் அதிர்வின் வழி நேரத்திற்கும் வான சராசரிக் அதிர்வின் வழி நேரத்திற்கும் உடன் வேறுபாடு, அத்தகுணத்திற்குரிய காலக்குறை—நிகழ்ச்சிச் சமன்பாடாகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில் காலச் சமன்பாட்டை  $E$  எனக் குறிப்போம்.

அத்த சமயத்தில்,

1. தோற்றக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம்  $\alpha$  எனவும்,
2. தோற்றக் அதிர்வனின் நெட்டாங்கு  $\phi$  எனவும்,
3. இயக்கவிடைக் அதிர்வனின் நெட்டாங்கு  $l$  எனவும்,
4. சராசரிக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம்  $\alpha'$  எனவும்,
5. மீள்வழி நேரம்  $t$  எனவும் குறிப்போம்.

மூன்று...12-8-1...இல் கண்டபடி  $l = \alpha'$

$\therefore$  வலகுத்தொற்றப்படி, காலச்சமன்பாடு

$E =$  தோற்றக் அதிர்வின் வழிநேரம்—சராசரிக் அதிர்வின் வழி நேரம்

$=$  தோற்றக் அதிர்வனின் நேரக்கோணம் — சராசரிக் அதிர்வனின் நேரக்கோணம்

$=$  (மீள்வழி நேரம்—தோற்றக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம்)  
 $=$  (மீள் வழிநேரம்—சராசரிக் அதிர்வனின் வலகுத்தொற்றம்)

$= (t - \alpha) - (t - \alpha')$

$= \alpha' - \alpha$

$= l - \alpha$

$= (l - 0) - (0 - \alpha)$  ...(14)

$= E_1 + E_2$  என இரு கூறுகள்.

திரவன் இயற்கைப் பாதை ஒரு நீள் வட்டமாதலால், திரவனின் நெட்டாக்கு ஒரே சீராக மாறுவதிலும், எனவே இயக்க விடைத் திரவன் நெட்டாக்கு (1)க்கும் திரவனின் இயற்கை நெட்டாங் கிற்கும் (2) வேறுபாடு இருக்கும். இவ் வேறுபாடு  $1-2=E_1$  என்பது திரவன் அடிப்படையில் ஏற்படும் காலச் சமன்பாடு எனப்படும்.

திரவன் பாதை வளைதடுவதையுடன்  $\gamma$  கோணச் சாய்வி லிருப்பதால் திரவனின் நெட்டாங்கிற்கும் (3) வளைதடுத்திற்கும் (4) வேறுபாடு இருக்கும். இவ்வேறுபாடு  $3-4=E_2$  என்பது திரவன் பாதைச் சாய்வின் காரணமாக ஏற்படும் காலச் சமன் பாடாகும்.

ஒளியுதாம் 12-4, 12-4-1 முழுவதும் விளக்கிய பகுதிகளில்  $E$  என்ற மண்ணுலகம் திரவனைக் குவிமைமயம் கொண்டு ஒரு நீள் வட்டத்தில் சுற்றி வருவதால்,  $E$  என்ற ஒரு சுற்றினிப் பொருள், சீரான கோண வேகத்தில் அதே நீள்வட்டத்தில் திரவனைச் சுற்றி வருவானால் இயல்புப் பிறழ்ச்சி ( $r$ ), மையப் பிறழ்ச்சி ( $r$ ), சராசரிபிறழ்ச்சி ( $m$ ) என்ற ஒன்றிடைவேயும் உள்ள தொடர்புகளைக் கணித்தோம்.

மண்ணுலகம் திரவனைச் சுற்றிவரும் இயற்கைச் சம்பவம், திரவன் மண்ணுலகைச்சுற்றிவருவது போலத் தோற்றமளிக்கிற தென தாம் அறிவோம்.



படம் 12-7 (i)



படம் 12-7 (ii)

படம் 12-7 (i) திரவன் மண்ணுலகைச் சுற்றிவரும் பாதை; அதன் விவரமாக படம் 12-7 (ii) மண்ணுலகைக்கைத் திரவன் சுற்றிவரும் தோற்றப்பாதை.

இத்தத் தோற்றப்பாதையில் திரவனோடு  $P$  இலிருந்து புறப் படீடு,  $E$  இன் சீரான கோணவேகத்தோடு செல்லும்  $S'$  என்ற

ஒரு சுத்பயோப் பொருளைப் பொருத்திக் காண்க. இத்தக் சுத்பயோப் பொருள்  $S'$  என்பது இயக்க விடைக் சுதிரவன் என்பது தெளிவு.

∴ இப்போது, படம் 12-7 (i)க்குரிய  $m, n$  என்ற பிறழ்ச்சிகளைப் படம், 12-7 (ii)இல் பொருத்திக் காண்க.

$$\left. \begin{aligned} m &= \overline{E\hat{S}P} = \overline{PE\hat{S}'} \\ n &= \overline{E\hat{S}'P} = \overline{PE\hat{S}} \end{aligned} \right\} \therefore \begin{array}{ccc} 12\cdot7 \text{ (i)} & & 12\cdot7 \text{ (ii)} \\ \overline{SP} & \equiv & \overline{PE} \\ \overline{ES} & \equiv & \overline{ES'} \\ \overline{ES} & \equiv & \overline{ES} \end{array}$$

படம் 12-7 (ii)இல்  $\gamma$ , ஐது இடக்குறிக்க. இப்போது மூன்று முடிவுகளை மொட்டி  $E = E_1 + E_2$  என்ற காலச் சமன்பாட்டின் இது பகுதிகளைத் தனித்தனியே கணிப்போம்.

12-7-1 :  $E_1$ இன் மதிப்பு காண்க:  $E_1 = (I - e) - 12\cdot7 \text{ (14)}$  காண்க

ஒரு குறிப்பிட்ட சமயத்தில், சுதிரவன் இயக்க விடைக் சுதிரவன் இரண்டும் மூன்றாவே படம், 12-7 (ii)இல்,  $S, S'$  என்ற புள்ளிகளில் இருக்கட்டும். (இத்தரீயைக் படம் (i)இல்  $E, E'$ க்கு இணைத்த திரைகளைக் கவனத்தில் வைக்கவும்.)

$$\gamma \overline{E'P} \dagger = k \text{ (அண்மைநிலை மெட்டாக்கு)}$$

$$\gamma \overline{ES'} \dagger = l \text{ (இயக்க விடைக் சுதிரவன் மெட்டாக்கு)}$$

$$\gamma \overline{ES} \dagger = o \text{ (உண்மைதோற்றக் சுதிரவன் மெட்டாக்கு)}$$

சற்று முன்பு 12-7இல்,  $\overline{PE\hat{S}} = n$  இயல்புப் பிறழ்ச்சியெனவும்  $\overline{PE\hat{S}'}_0 = m$  என்ற சராசரிய் பிறழ்ச்சி எனவும் கண்டோம்.

$$\begin{aligned} \text{எனவே படம் 12-7 (ii) இல் } o &= \gamma \overline{ES} = \gamma \overline{E'P} + \overline{PE\hat{S}} \\ &= K + n \end{aligned} \quad \dots(15)$$

$$\begin{aligned} \text{மேலும் } (I - \gamma \overline{ES'}) &= \gamma \overline{E'P} + \overline{PE\hat{S}'} \\ &= K + m \end{aligned} \quad \dots(16)$$

$$\therefore I - o = m - n$$

மேலும் ..... 12-4-1 (C) (12) இன்படி.

$$r = m + 2e \sin m + \frac{1}{2} e^2 \sin 2m + \dots$$

-அதாவது  $r = m + 2e \sin m$  (தோராயமாக)

$$\therefore m - r = -2e \sin m$$

$$= -2e \sin (I - K) \quad [(16)\text{ன்படி}]$$

$$\text{எனவே } I - o = -2e \sin (I - K) \quad \dots(17)$$

$$\therefore E_1 = -2e \sin (I - K) \quad \dots(17')$$

12.7.2:  $E_1$  ன் மதிப்புத் காணல்

$$E_1 = (\phi - \alpha) \quad [12.7 (14) \text{ காண்க}]$$

தமக்கு 2.9.8.1 (v) (10) இன்படி  $\cos \psi = \tan \alpha \cot \phi$  எனத் தெரியும்.

$$\therefore \tan \alpha = \tan \phi \cos \psi$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - \tan^2 \frac{\omega}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\omega}{2}} \tan \phi \\ &= \frac{1 - t}{1 + t} \tan \phi \quad \left[ t = \tan^2 \frac{\omega}{2} \right] \end{aligned}$$

$\therefore 10.7$  இல் காட்ட வாய்பாடு (8) இன்படி

$$\alpha = \phi - t \sin 2\phi + \frac{t^2}{2} \sin 4\phi \quad (\text{தொடர்வமாக})$$

$$\text{எனவே } \alpha = \phi - \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \quad (\text{தொடர்வமாக})$$

$$\begin{aligned} \phi - \alpha &= \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \\ &= \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi [1 + 2\phi \sin (I-K)] \\ &\quad [(17) \text{ இன் படியாக}] \\ &= \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \quad (\text{தொடர்வமாக}) \end{aligned}$$

$$\text{எனவே } E_1 = \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \quad \dots (18)$$

$\phi = \frac{1}{60}$  எனவும்,  $\omega = 28^\circ 27'$  என எடுத்துக்கொண்டால்

$$\begin{aligned} (I - \phi) = E_1 &= -2\phi \sin (I-K) \text{ ஆரவளங்கள் (17) இன்படி} \\ &= -\frac{12}{30\pi} \sin (I-K) \text{ மணிகள்} \\ &= -0.084678 \times 18751 \sin (I-K) \text{ வினாடிகள்} \\ &= -78.87 \sin (I-K) \quad \dots (19) \end{aligned}$$

$$(\phi - \alpha) = E_2 = \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \text{ ஆரவளங்கள்}$$

$$= \frac{12}{\pi} \tan^2 \frac{\omega}{2} \sin 2\phi \text{ மணிகள்}$$

$$= 18751 \times 0.4087 \times \sin 2l \text{ வினாடிகள்} \\ 9\text{நி. } 57 \sin 2l \quad \dots (20)$$

எனவே மொத்தமாக காலக்குறை-நிறைச் சமன்பாடு

$$E = E_1 + E_2 \\ = -7\text{நி. } 57 \sin (l-K) + 9\text{நி. } 57 \sin 2l \quad \dots (21)$$

$$= -480.2 \text{ வி} \sin (l-K) + 592.8 \text{ வி} \sin 2l \quad \dots (22)$$

12.7.3.1: காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு ஓரண்டில் நான்கு முறை பூச்சியமாகிறது :

காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு

$E = -7.57 \sin (l-k) + 9.57 \sin 2l$  என நாமறிவோம். இங்கு  $K$  என்பது கதிரவன் ஆன்மைநிலை நெட்டாங்கிலைக் குறிக் கிறது;  $K$ ன் மதிப்பு  $258^\circ$ ; எனவே  $E$  இன் மதிப்பு,  $l$  இன் சார்புடைய ஒரு மதிப்பாகும்.  $l$  என்ற வானிலடக் கதிரவனின் நெட்டாங்கு ஓரண்டில்  $0^\circ$  முதல்  $360^\circ$  வரை மாறுகிறது. எனவே  $E$  என்பது  $l$  என்ற ஒரு மாறியின் சார்பு ஆகலது சார்புடன் (function of  $l$ ).

$$E(l) = -7.57 \sin (l - 258^\circ) + 9.57 \sin 2l.$$

$f(x) = 0$  என்ற சமன்பாட்டில்  $x = a, b$  என்ற மதிப்புகளை ஏற்றும்போது  $f(x)$  குறை, கூட்டு மதிப்புகளை ஏற்றுமானால்  $x = a, b$  என்ற மதிப்புகளுக்கு இடையில் ஏதாவது ஒரு மதிப்பிற்கு  $f(x)$  ன் மதிப்பு குறைந்தது ஒரு முறையேனும் பூச்சியமாகும் என நாமறிவோம். அம்முறைப்படியே  $E(0)$ ,  $E(45)$ ,  $E(90)$ ,  $E(180)$ ,  $E(360^\circ)$  ன் மதிப்புகளைக் கண்டு  $E(l)$  ன் மதிப்பு, ஆண்டில் நான்கு முறை பூச்சியமாகிறதென நிறுவுவோம்.

$$E(0) = -7.57 \sin (-258^\circ) + 9.57 \sin 0 \\ = 7.57 \sin 258^\circ \\ = \text{குறைமதிப்பு}$$

$$E(45) = -7.57 \sin (45^\circ - 258^\circ) + 9.57 \sin 90^\circ \\ = -7.57 \sin (-213^\circ) + 9.57 \\ = 7.57 \sin 213^\circ + 9.57 \\ = \text{கூட்டு மதிப்பு.}$$

$$\begin{aligned}
 E(90) &= -7.67 \sin(90^\circ - 253^\circ) + 9.87 \sin 180^\circ \\
 &= -7.67 \sin(-163^\circ) \\
 &= +7.67 \sin 163^\circ \\
 &= \text{குறை மதிப்பு.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(180) &= -7.67 \sin(180^\circ - 253^\circ) + 9.87 \sin 260^\circ \\
 &= -7.67 \sin(-103^\circ) \\
 &= 7.67 \sin 103^\circ \\
 &= \text{கூட்டு மதிப்பு.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(260) &= -7.67 \sin(260^\circ - 253^\circ) + 9.87 \sin 730^\circ \\
 &= -7.67 \sin 7^\circ \\
 &= \text{குறை மதிப்பு.}
 \end{aligned}$$

எனவே  $I$  ஒரு முறை,  $0^\circ \rightarrow 48^\circ$  க்கு இடைமிக் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்றும்போதும்,  $m$ றுபடி ஒரு முறை  $45^\circ \rightarrow 90^\circ$  க்கு இடைமிக் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்றும்போதும்,  $m$ றுபடி ஒரு முறை  $90^\circ \rightarrow 180^\circ$  க்கு இடைமிக் ஏதாவதொரு மதிப்பேற்றும் போதும், மற்றுமே  $m$  முறை, தாண்டாவதாக  $180^\circ \rightarrow 360^\circ$  க்கு இடைமிக் ஏதாவது ஒரு மதிப்பேற்றும் போதும்,  $E$ ன் மதிப்பு ( $I$  இன் சார்பாக) தான்கு முறை பூச்சிய மதிப்பேற்றும் என நிறுவப்படுகிறது.

12.7.3-2: இரண்டாம் முறை

$$E = E_1 + E_2$$

$$E_1 = -7.67 \sin(I - k)$$

$E_1 = 9.87 \sin 2I$  என நாமறிவோம். எனவே  $E_1, E_2$  இன் தனி ஆங்கு மட்டு (absolute) மதிப்புகள் முறையே 7.67, 9.87 ஆகாவது  $E_1$ ன் மட்டுமதிப்பு  $E_1$ -ன் மட்டு மதிப்பைவிடப் பெரிது.

எனவே  $E_1$  தனது மீப்பெகுமதிப்பான  $+9.87$  நி. என்ற மதிப்பு பெறும்போதும்,  $E_2$  தனது மீச்சிறுமதிப்பான  $-9.87$  நி. என்ற மதிப்பிப்பெறும் போதும் ( $E_1$  இன் மதிப்பு என்னவாகும)

$(E_1 + E_2)$ ன் கூட்டுத் தொகை முறையே + மதிப்பையும், -மதிப்பையும் பெறும்.

$E_1$ ன் மதிப்புக்கள்

$l = 45^\circ$ :  $E = + 9.87$  நி; ஏறக்குறைய மே 5ஆம் தேதி,  $(D_1)$

$l = 135^\circ$ :  $E = - 9.87$  நி; ஏறக்குறைய ஆகஸ்டு 6ம் தேதி  $(D_1)$

$l = 225^\circ$ :  $E = + 9.87$  நி; ஏறக்குறைய நவம்பர் 7ம் தேதி  $(D_2)$

$l = 315^\circ$ :  $E = - 9.87$  நி; ஏறக்குறைய பிப்ரவரி 6ம் தேதி  $(D_2)$

எனவே  $D_1, D_2, D_3, D_4$  எனக் குறிப்பிட்ட நாள்களில்  $E = (E_1 + E_2)$  இன் மதிப்புக்கள் முறையே + ; - ; + ; - ; ஆகவிரும்பும்.  $D_1$  என்ற தேதியிலிருந்து ஓராண்டு காலம் எடுத்துக் கொண்டால், மேயாதம் முதல் ஆகஸ்டு வரை ஏதாவது ஒரு சமயம்  $E$ ன் மதிப்பு பூச்சியமாகும். இவ்வாறாக, இரண்டாவது, ஆகஸ்டு 6 முதல் நவம்பர் 7வரை ஒரு முறையும், மூன்றாவது, நவம்பர் 7 முதல் பிப்ரவரி 6வரை ஒரு முறையும், நான்காவது பிப்ரவரி 6 முதல் மேயாதம் 6வரை ஒரு முறையும் பூச்சியமாகும். எனவே ஓராண்டு காலவட்டத்தில்  $E$ ன் மதிப்பு நான்கு முறை பூச்சியமாகும். இம்முடிவு எந்த ஓராண்டு இடைவெளிக்கும் பொருத்துமெனக் கண்டுகொள்க.

12.7.3.3 : மூன்றாம் முறை

காமர் சமன்பாட்டின் வரைப்படம். (Graph of the equation of Time).

நடுக்க ஆளவுச் சட்டத்தில்  $X$ -அச்சில் ஓராண்டில் உள்ள நாட்களையும்  $Y$ -அச்சில்  $E_1, E_2, E$  இன் மதிப்புகளைத் தனித்தனியே இடங்குறித்து வரைப்படம் வரையலாம்.  $E$ ன் மதிப்பு  $l$  இன் மதிப்பைச் சார்ந்துள்ளபடியால்,  $l$ -க்கு  $0^\circ$  யிலிருந்து  $360^\circ$  வரை மதிப்புகள் கொடுக்கவும்.  $l$  இன் மதிப்பைச் சார்ந்து  $E_1, E_2, E$  இன் தனித்தனி மதிப்புகள் கிடைக்கும்.

$$E_1 = - 9.87 \sin (l - k)$$

$$E_2 = 9.87 \sin 2l$$

$$K = 388^\circ$$

I-க்கு வரதிக்வேதப் மதிப்புக்கள் கொடுக்க ஆம்மதிப்புக்களுக்கு ஒத்த  $E_1, E_2$  இன் மதிப்புக்கள் பெறலாம்.

12-7-8-8 என்ற எண்ணுடைய மட்டியலில் ஜனவரி முதல் தேதி, ஒன்றாம் தேதி, பின்னர் தொடர்ந்து ஒவ்வொரு மாதம் தேதி 8, மார்ச் 21, ஜூன் 22, செப்டெம்பர் 23, டிசெம்பர் 22, தேதி களுக்குரிய,

(i) இலக்கணிடக் கதிர்வன் தெட்டாங்கு;

(ii) உரிய  $E_1$  இன் மதிப்புக்கள்;

(iii) உரிய  $E_2$  இன் மதிப்புக்கள்;

(iv)  $E = (E_1 + E_2)$  இன் மதிப்புக்கள்;

கணித்துக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

பின்னர் படம் 12-7-8-8 (i) இல்  $E_1$  இன் வரைபடம் (மெல்லிய வரைவோடு);  $E_2$  இன் வரைபடம் (தடித்த வரைவோடு) இரண்டும் வரைத்து காட்டப்பட்டு இருக்கின்றன.

பின்னர் படம் 12-7-8-8 (ii) இல்  $(E_1 + E_2)$  என்ற மதிப்புடைய  $E$  இன் வரைபடம் (புள்ளி வரைவோடு) கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது.

12-7-8-8 (ii) உடன் வரைபடத்தில்  $E$  இன் மதிப்பு பூச்சியமாகும். இடங்கள் ( $E$  இன் வரைபடம்  $X$  அச்சு வெட்டு மிடங்கள்)  $A, B, C, D$  எனக் காட்டப்பட்டு இருக்கின்றன.

அவ்விடங்களுக்குரிய தேதிகளில்  $E$  இன் மதிப்பு பூச்சியமாகிறது. எனவே ஓராண்டு காலத்தில் தான் ஒரு முறை,  $E$  எனப் படும் காலக் குறை—திறைச் சமையாடு பூச்சியமாகிறது என அறிவப்படுகிறது.  $E$  இன் மதிப்பு பூச்சியமாகும் தேதிகள், ஏறத்தாழ (1) ஏப்ரல் 16 (2) ஜூன் 14 (3) செப்டெம்பர் 2 (4) டிசெம்பர் 22 எனப் படத்தில் ஒருவாறு இடம் குறிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காண்க.

$E$  இன் மதிப்பு ஓராண்டு காலத்தில்—14-25 தி. முதல் 16-25 தியிடம் வரை ஏறத்தாழவுகள் பெறுகிறது.



# பட்டியல் 12.7.3.3

$$E = E_1 + E_2$$

$$= -7.67 \sin (l - k) \text{ நி} + 0.57 \sin 2l \text{ நி.}$$

$E_1$ க்குத் தனிவரைபடம்;  $E_2$ க்குத் தனி வரைபடம் :

$$E = E_1 + E_2 \text{ என்பதற்குத் தனி வரைபடம் இங்கேயப்ப்ட்டிருக்கின்றன.}$$

சோதனை சா.ந.	1-1	3-2	3-3	21-3	3-4	3-5	1-6	22-6	3-7	3-8	3-9	3-10	3-11	3-12	3-13
l-2 சோதனை செட்டிற்கு மேல் செட்டி அளவை	280°	213°	343°	0°/	13,	43°	73°	90°	103°	133°	163°	193°	223°	253°	280°
$E_1 = -7.67 \sin (k-l)$ செட்டிகள்	0.4	0	-3.8	-6.6	-7.5	-7.7	-6.6	-3.8	-1.7	0	3.8	6.6	7.5	7.7	6.6
$E_2 = 0.57 \sin 2l$ செட்டிகள்	-3.4	-4.3	-9.9	-5.5	0	4.3	9.8	3.5	0	-4.3	-9.8	-3.5	0	4.3	9.9
$E = E_1 + E_2$ செட்டிகள்	-3	-4.3	-13.7	-12.1	-7.5	-3.4	3.2	1.7	-1.7	-4.3	-6	3.1	7.5	12	16.5

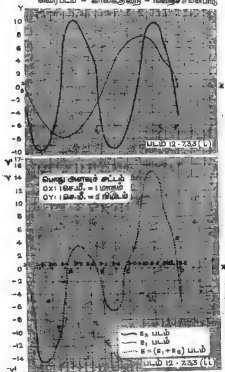
முதல் வரிசை - இயக்க வினைக்கதிரைகள் செட்டிடங்கத்திரிய சோதனை நடை - தேதிக்கும் மாதங்களும்

1 - 1, 8-1, 8-8, ... என 22-12 வரை கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. மாத முதல்

எழுத்துக்களும் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன.

இரண்டாம் வரிசை - இயக்க வினைக்கதிரைகள் செட்டிடங்க (சோதனைகள்).

வரைபடம் - தாமசுத் துறை - மிகுந்த சமீபம்



அத்தாக்கு நாட்களிலும் காலக் குறை-திறைச் சமன்பாடு பூச்சியமாகும். மேலும்  $E=14.25$  தி என்ற மீச் சிறு மதிப்பையும்  $16.25$  தி என்ற மீப்பெரு மதிப்பையும் பெறும் காலத்தைத் நோராவமாகக் கணக்கிடலாம்.

குறிப்பு : காலக் குறை-திறைச் சமன்பாடு இரு வரணங்களால் ஏற்படுகிறது.

$$E = E_1 + E_2$$

$$= (1-e) + (e-d) \text{ என்று பெறப்பட்டது.}$$

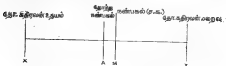
$$E_1 = (1-e)$$

கதிரவன் பாதை ஒரு சரியான வட்டமாக இருந்தால்  $e=0$  ஆகும். அப்போது,  $1=e$  எனப் பெறப்படும். எனவே  $E_1=0$  ஆகும்.

கதிரவன் பாதை வான நடுவையோடு ஒன்றுமாயின்  $m=0$  ஆகும். அப்போது  $e=d$  எனப் பெறப்படும். எனவே  $E_2=0$  ஆகும். எனவே  $E$ இல் காணப்படும் இரு பகுதிகளில்  $E_1$  என்பது, கதிரவன் பாதையில் சீரான கோணவேகம் பெறுமளியுட்பதின் விரிவு;  $E_2$  என்பது, கதிரவன் பாதை நடுவையுக்கு  $m$  அளவு சாய்வு பெற்றிருப்பதின் விரிவு.

$$12.7.4 : \text{கார்டோரே அளவு—மாஸ் நேர்அளவு} = 2E$$

கார்டோரே அளவு என்பது நோற்றக் கதிரவன் உதயத்திற்கும், ச.க. நண்பகலுக்கும் உள்ள கால இடைவெளி என்றும் மாஸ் நேர அளவு என்பது ச.க. நண்பகலுக்கும் நோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள கால இடைவெளி என்றும் வரையறுக்கப் படுகின்றன. நோற்ற நண்பகல் என்பது நோற்றக் கதிரவன் உதயத்திற்கும் நோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள மைய நேரமாகும். எனவே நோற்றக் கதிரவன் உதயத்திலிருந்து நோற்ற நண்பகலுக்குள்ள நேரம், நோற்ற நண்பகலிலிருந்து நோற்றக் கதிரவன் மறைவுக்குள்ள நேரத்திற்குச் சமம்.



$X, A, M, Y$  என்ற புள்ளிகள் முறையே நோற்றக் கதிரவன் உதயம், நோற்ற நண்பகல், ச.க. நண்பகல், நோற்றக் கதிரவன் மறைவுகளாகக் குறிக்கட்டும். இப்போது  $XA = MY$

$XM$ —காலை நேர அளவு.

$MY$ —மாலை நேர அளவு.

$$\begin{aligned} \text{காலை நேர அளவு—மாலை நேர அளவு} &= XM - MY \\ &= (XA + AM) - (AY - AM) \\ &= AM + AM \\ &= 2AM \\ &= 2E \end{aligned}$$

மேலே திறவப்பட்டுள்ள வாய்பாட்டில் ஒரு நாட்பொழுதில் ஏற்படும் கடிரவனின் நடுவரை நிலக்கம் சிந்தெனக் கொண்டு அச்சிது மாறுதல் ஏற்றுக்கொள்ளாமல், விடப்பட்டது. அச்சிது நடுவரை நிலக்க மாறுதலையும் ஏற்றுக்கொண்டால் நேரநக் கடிரவன் உதயத்திற்கும், நேரந நண்பகலுக்கும் உள்ள டி நேரம், நேரந நண்பகலுக்கும் நேரநக் கடிரவன் மறைவுக்கும் உள்ள நேரத்திலிருந்து சிந்து மாறுபடும். கடிரவன் உதிக்கும்போது  $h$  நேரக்கோணம் எனவும்  $\delta$  அப்போதைய நடுவரை நிலக்கம் எனவும் கொள்வோம். கடிரவன் மறையும்போது நடுவரை நிலக்கம்  $\delta + 4^\circ$  ( $\Delta$  மிகச் சிறியது) எனக் கொள்வோம். உதய நேரத்தில்  $\cos h = -\tan \phi \tan \delta$  என நாம்றிவோம். வகை துண்டொழு பரிந்தெழுதினால்,

$$-\sin h \Delta h = -\tan \phi \sec^2 \delta \Delta \delta.$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta h &= \frac{\tan \phi \sec^2 \delta \Delta \delta}{\sin h} \\ &= \frac{\tan \phi \sec^2 \delta \Delta \delta}{\sqrt{1 - \tan^2 \phi \tan^2 \delta}} \\ &= \frac{\sin \phi \sec \delta \Delta \delta}{\sqrt{\cos^2 \phi \sin^2 \delta}} \end{aligned}$$

மாரித் திரும்ப நிலையிலிருந்து கோடைத்திரும்ப நிலைவரை  $\Delta \delta$  சிந்துசிந்தாக வளர்த்து செல்வதால் அந்தக் கால இடைவெளியில் நேரந நண்பகலிலிருந்து நேரநக் கடிரவன் மறைவுவரையுள்ள நேரம், நேரநக் கடிரவன் உதயத்திலிருந்து நேரந நண்பகல் வரையுள்ள நேரத்தைவிட அதிகமாகும். இவ்வளிக்கப்பட்டவாள் நேரம்  $\Delta h/15$  மணிகள். மீதியுள்ள அளவையாண்டு காலத்தில் நேரந நண்பகலிலிருந்து நேரநக் கடிரவன் மறைவு வரையுள்ள நேரம் நேரநக் கடிரவன் உதயத்திலிருந்து நேரந நண்பகல் வரையுள்ள நேரத்தைவிடக் குறைவாகும்.

## 12.8 : பருவங்கள் (Seasons)

வாழியவற்றிற்குள் ஆண்டுகள் நான்கு பருவங்களாகப் பிரித்து இருக்கின்றன. அவையாவன : இளவேனில் காலம் (பருவம்); கோடைக் காலம்; இலையுதிர் காலம்; குளிர்காலம். படம் 12.8இல் சுட்டியுள்ள நீள்வட்டம், மண்ணுலகை சுற்றி வரும் கதிரவனின் தோற்றப்பாதையைக் குறிக்கட்டும். மண்ணுலகு E, நீள்வட்டத்தின் ஒரு குவியத்தில் அமைந்துள்ளது. மாரிக் S<sub>1</sub>, செப்டம்பர் 28 ஆகிய தேதிகளில் கதிரவன் ழுறையே EY, E = என்ற திசைகளில் அமைந்திருக்கும். YB = என்ற கோட்டிக்கு சம இரவுப் புள்ளிக்கோடு எனப் பெயர். E வழியாக YE = க்குச் செங்குத்தாக S<sub>1</sub>ES<sub>1</sub> என்ற கோடு வராக. ஆக்கோட்டிக்குக்



படம் 12.8

கதிரவன் திருப்பதிலுக் கோடு எனப்பெயர். கதிரவன் S<sub>1</sub>க்கு ஜூன் 22த் தேதியும் S<sub>2</sub>க்கு டிசம்பர் 22த் தேதியும் வந்தடைகிறது. மண்ணுலக வடகோணப் பாதியில் உள்னவர்களுக்கு இளவேனில் காலமானது, கதிரவன் Yஇருந்து S<sub>1</sub> வரும்வரையும், வேனில் காலமானது கதிரவன் S<sub>1</sub>இருந்து B1 வரும் வரையும், இலையுதிர் காலமானது கதிரவன் B1இருந்து S<sub>2</sub> வரும் வரையும்; மாரிக் காலமானது கதிரவன் S<sub>2</sub>இருந்து Y வரும்வரையும் நீடிக்கும். எனவே ஒவ்வொரு பருவமும் எவ்வளவு காலம் நீடிக்கிறதெனக் கணிக்கலாம். கெப்ளரின் இரண்டாவது விதிப்படி, பரப்பு வேகம் சீரானதாகவின், நான்கு பருவங்களும் அத்தான்கு பரப்பும் பகுதி அளக்கு விதி சமத்திலிருக்கும்.

எனவே,

$$\frac{\text{இளவேனில் பரப்பு } YES_1}{\text{கோடை பரப்பு } S_1ES_2} = \frac{\text{இலையுதிர் பரப்பு } S_2ES_2}{\text{குளிர் பரப்பு } S_2EY} \\ = \frac{Y}{\text{நீள்வட்டத்தின் பரப்பு.}}$$

இக்கு  $y$  என்பது நான்கு பருவங்களின் கூட்டு காலத்தைக் குறிக்கும் ஓராண்டு காலம். மேற்கண்ட சமன்பாட்டிலிருந்து கோண்டக் காலம் நீண்ட காலமென்றும் குளிர் காலம் குறைந்த காலமென்றும் பெறப்படுகிறது. மேலும் இலையுதிர் காலத்தைவிட இளவேனிற் காலம் நீண்டது என்றும் பெறப்படுகிறது.

12.8.1. பருவங்களின் கால அளவுகளைக் கணிக்கும் வாய்பாடு

தேர்தல் சுதிரவனின் நெட்டாங்குகள்  $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$

ஆக இருக்கும்போது இயக்கவிடைக் சுதிரவனின் நெட்டாங்குகள் ஈறையே  $l_0, l_1, l_2, l_3, l_4$  எனக் கொள்வோம். அப்போது, இளவேனிற் காலம், வேனிர்காலம், இலையுதிர் காலம், குளிர்காலம் இவற்றின் நீடிப்புகள் ஈறையே மீள்வரும் காலங்களாகும்: இயக்கவிடைக் சுதிரவன்  $l$  எனக் கொண் வேகத்தில், அதாவது,  $\frac{2\pi}{T}$  வேக வேகத்தில்

1.  $l_1 - l_0$  பயணம் செல்பும தேரம் (இ.வே).

2.  $l_2 - l_1$  .. .. (வே)

3.  $l_3 - l_2$  .. .. (இலை)

4.  $l_4 - l_3$  .. .. (குளிர்)

5. இளவேனிற் காலம் நீடிப்பது,

$$\frac{(l_1 - l_0) T}{2\pi} \text{ நாட்கள் ;}$$

$$\text{வேனிற் காலம்} \quad \frac{(l_2 - l_1) T}{2\pi} \text{ நாட்கள் ;}$$

$$\text{இலையுதிர் காலம்} \quad \frac{(l_3 - l_2) T}{2\pi} \text{ நாட்கள் ;}$$

$$\text{குளிர் காலம்} \quad \frac{(l_4 - l_3) T}{2\pi} \text{ நாட்கள்.}$$

ஆனால்  $l - a = -2c \sin(l - k)$  என நாம்றிவோம்.

$\therefore l = a - 2c \sin(a - k)$  எனத் தேரையமராகக் கொள்ளலாம்.

$a = 0$  ஆகும்போது  $l = l_0$

எனவே  $a = 0$  இல்,  $l_0 = -2c \sin(0 - k)$   
 $= 2c \sin k.$

$$a = \frac{\pi}{2} \text{ இல், } = l_1; \therefore l_1 = \frac{\pi}{2} - 2c \sin\left(\frac{\pi}{2} - k\right)$$

$$= \frac{\pi}{2} - 2c \cos k.$$

$$a = \pi \text{ இல், } l = l_1; \therefore I_1 = \pi - 2c \sin(\pi - k) \\ = \pi - 2c \sin k.$$

$$a = \frac{3\pi}{2} \text{ இல், } l = l_2; \therefore I_2 = \frac{3\pi}{2} - 2c \sin\left(\frac{3\pi}{2} - k\right) \\ = \frac{3\pi}{2} + 2c \cos k.$$

$$a = 2\pi \text{ இல், } l = l_3; \therefore I_3 = 2\pi - 2c \sin(2\pi - k) \\ = 2\pi + 2c \sin k.$$

$$\therefore \text{இனவேலிற் கால அளவு} = \frac{l_1 - l_2}{2\pi} \gamma. \\ = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - 2c (\cos k + \sin k) \right] \\ \text{நாட்கள்.}$$

$$\text{கோடைகால அளவு} = \frac{l_2 - l_1}{2\pi} \gamma. \\ = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - 2c (\sin k - \cos k) \right] \\ \text{நாட்கள்.}$$

$$\text{இலைபுதிர்கால அளவு} = \frac{l_3 - l_2}{2\pi} \gamma \\ = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + 2c (\cos k + \sin k) \right] \\ \text{நாட்கள்.}$$

$$\text{குளிர்கால அளவு} = \frac{l_3 - l_1}{2\pi} \gamma \\ = \frac{\gamma}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + 2c (\sin k - \cos k) \right] \\ \text{நாட்கள்.}$$

அண்மையதிலேயின் நெட்டாக்கு  $k = 255^\circ$ ,  $c = .01674$   
 $\gamma = 895.2422$  நாட்கள் எனக்கொண்டு பருவகாலங்களின்  
 நாட்களாகக் கணக்கிட்டால் இனவேலிற் காலம் 82 நாட்கள் 20.2  
 மணிகள்; கோடைகாலம் 39 நாட்கள் 14.4 மணிகள்; இலைபுதிர்  
 காலம் 89 நாட்கள் 18.7 மணிகள்; குளிர் காலம் 89 நாட்கள் 0.5  
 மணிகள் எனப்பெறுவதும்.

குறிப்பு: மண்ணுலக வடகோணப் பரதிரிசு பருவங்கள்  
 இனவேலிற் காலம், கோடைகாலம், இலைபுதிர் காலம், குளிர்

காலவாழிக்கும்போது, மண்ணுலக தென்கோளப் பாதிரிக் அப்பருவங்கள் முதலிய இடையூறிக் காலம், குளிர் காலம், இளவேளிர்காலம் கோடை காலவாழிக்கும்.

12-8-1 : வெப்ப அளவு

மண்ணுலகில் பருவங்களுக்கோறும் வெப்பநிலை மாறி வருவது நமது அனுபவம்.

ஒரு நாட்பொழுதில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்திலே உட்கா வெப்ப அளவு மூன்று காரணங்களால் பாதிக்கப்படும்.

1. கதிரவன் அகிலத்தின் அன்று தொடுவானத்திற்கு மேல் இருக்கும் மொத்த தூரம் ;

2. கதிரவன் அகிலத்தின் அன்று பெறும் மீட்பெரு ஏற்றக் கோணம் ;

3. அன்று கதிரவனுக்கும் மண்ணுலகிற்கும் உட்கா தூரம்.

முதல் காரணப்படி ஒரு நாள் கதிரவன் தொடுவானத்திற்கு மேல் நீண்ட காலம் இருக்குமாதலால், அன்று வெப்பம் அதிகமாக இருக்க வாய்ப்புண்டு.

மூன்றாவது காரணப்படி, கதிரவன் மண்ணுலகிற்கு அண்மையில் இருக்குமாதலால் அன்று வெப்பம் அதிகமாக இருக்க வாய்ப்புண்டு. இரண்டாவது காரணப்படி, கதிரவனின் உச்சி வட்ட ஏற்றக் கோணம் அதிகமாகும் பகுதிகளில் கதிரவனின் கதிர்கள் செங்குத்தாக விழும். அப்போது அதிக வெப்பமிருக்கும். கதிரவனின் உச்சி கடக்கும்போதுள்ள ஏற்றக்கோணம் குறைவாக இருக்கும் பகுதிகளில் கதிரவனின் கதிர்கள் செங்குத்தாக விழுவதில்லை. அத்தகைய இடங்களில் ஒளிக் கதிர்கள் பரவலாக விழ ஏதுவாவதுமில்லாமல் அச்சமவத்தின் வெப்ப ஒளிக் கதிர்கள் மண்ணுலகிற்கு மேலுள்ள வளிமண்டலத்தில் அதிக தூரம் செல்வதாலும் அம்மண்டலத்தின் கசிப்புச் சக்தியாலும் வெப்பம் குறைந்து விடுகிறது. இத்தகைய காரணங்களினால் கதிரவன் உச்சி வட்ட ஏற்றக் கோணம் குறைந்துள்ள பகுதிகளில் வெப்பம் குறைந்து விடுகிறது.

மண்ணுலக வடகோளப் பாதிரிக் எந்த ஒரு இடத்திலும் கோடைகாலத்தில் இரவைவிட பகற்பொழுது அதிகமாகவும், குளிர்காலத்தில் பகற்பொழுதைவிட இரவு தோம் அதிகமாகவும் இருக்கும். அகலங்குட்பெற்ற ஓட்டத்தில் கதிரவனின் அக்ஷையலை ஏற்றம் 6 ஆகும், கதிரவன் அன்று உச்சி கடக்கும்போது அதன் ஏற்றக் கோணம், 90—6+6 ஆகும். கோடை காலத்தில்



6-ன் மதிப்பு கூட்டுத் தொகையாகவும், குளிர்காலத்தில் 6-ன் மதிப்பு குறை மதிப்பாகவும் இருப்பதனால் கோடைநில் கதிரவன் உச்சி கடக்கும்போது ஏற்றக் கோணம் அதிகமாகவும் குளிர்காலத்தில் அக்கோணம் குறைவாகவும் இருக்க வாய்ப்பேற்படுகிறது. ஆனால் கோடைநில் கதிரவன் குளிர்காலத்தில் இருப்பதைவிட மண்ணுலகிலிருந்து அதிகமான தூரத்தில் இருப்பதால் அந்தக் காரணத்தால் வெப்பம் கோடை காலத்தில் குறைவாகவும் குளிர்காலத்தில் அதிகமாகவும் இருக்க வாய்ப்பு ஏற்படுகிறது. ஆனால் மூலவிரண்டு காரணங்களினால் கோடைநில் அதிகவெப்பம் ஏற்படுவதில்லை. மூலசுவது காரணத்தால் ஏற்படும் வெப்பக் குறைவினால் கோடையில் வெப்பக் குறைவாகத் தோன்றுவதில்லை. இவ்வாறாக, கோடைநில் அதிக வெப்பத்தைப் பெறவும் குளிர்காலத்தில் குறைந்த வெப்பத்தைப் பெறவும் மண்ணுலக வட பாதையில் உள்ள பகுதிகளுக்கு வாய்ப்புக்கள் உண்டு.

மண்ணுலக தென் பாதையில் உள்ள பகுதிகளுக்கு மேற்கூறப் பட்ட இரு காரணங்களால் கோடைநில் வெப்பம் அதிகமேற்படுகிறது. மற்றும் இப்பகுதிகளில் கோடைநில் கதிரவன் பூமிக் கு அருகிலும் குளிர்காலத்தில் பூமியைவிட்டு தூரத்திலும் இருப்பதால் மண்ணுலக வடகோளப் பாதையில் கோடை காலத்தைவிடத் தென் கோளப் பாதையில் கோடை காலம் அதிகம் வெப்பம்பெற வாய்ப்புள்ளது. ஆனால் தென்கோளப் பாதை நீர் நிறைந்த பகுதியாதலால் நீரும் நிறைந்த வடகோளப் பாதையைப்போல் வெப்பமாக வதில்லை.

12°8'2 மண்ணுலகின் வடபாதையில் சிறப்பாக 1.4 மீதவெப்ப மண்டலத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட வட அகலங்கு ( $\phi < \phi < 80 - \phi$ ) பெற்ற இடத்தில் ஓராண்டு காலத்தில், பருவ நிலைகள் மாறும்போது தட்ப வெப்ப நிலைகளில் ஏற்படும் மாறுதல்களைப்பற்றிக் சற்று விவரம் ஆராய்வோம்.

கதிரவன்  $\gamma$  புள்ளியைக் கடப்பதிலிருந்து வேளித்திருப்பப் புள்ளியைக் கடக்கும்வரை (மார்ச்சு 21 முதல் ஜூன் 22 வரை) இவ்வேளித் காலம். அம்முன்று மாத இடைவெளியில் கதிரவனது தடுவரை விசக்கம்  $0^\circ$  முதல்  $23\frac{1}{2}^\circ (=)$  வரை வளர்கிறது.

ஜூன் 22 முதல் செப்டம்பர் 23 வரை வேளித்காலம்; அம்முன்று மாத இடைவெளியில் கதிரவனது தடுவரை விசக்கம்  $23\frac{1}{2}^\circ$  முதல்  $0^\circ$  வரை குறைந்துவருகிறது.

எடுத்துக் காட்டாக, ஏப்ரல் முதல் தேதி, அதாவது கதிரவன்  $\gamma$ வைத் தாண்டி. சில நாட்களுக்குப்பிறகு - ஒரு நாள் கதிரவனது

நடுவரை விலக்கம்  $\delta$  ஆக இருக்குமானால், செட்டம்பர் 22க்குச் சில நாட்கள் முன்பு, அதாவது ஒரு நாள் அதன் நடுவரையிலக்கம் அதே  $\delta$  ஆக இருக்கும்.

இங்ஙனாக, கதிரவனது நடுவரை விலக்கங்கள் சமமாக இருக்கும் வகையில் இளவேனிற்காலத்தில் உட்கள நாட்களையும், வேனிற் காலத்தில் உட்கள நாட்களையும், இரட்டை, திரட்டைவாக இணக்கமுடிவும்; அப்படி இணக்கப்பட்ட கிரகு நாட்களில் கதிரவன் நடுவரை விலக்கங்கள் சமமாக, கதிரவன் திசைநிப்பாதைகள் ஒன்றையாகும் (ஒருக்கிவிடுக்கும்). அப்படி இரட்டை, திரட்டைவாகப் பாடுபடுத்தப்பட்ட நாட்களில், கதிரவன் தொடுவானத்திற்குமேல் உட்கள கால இடைவெளிகள் சமயாபிடுக்கும். ( $\cos \delta = -\tan \phi \tan \delta$  : தொடுவானத்திற்குமேலிருக்கும் நேரம்,

$$\text{அதாவது பகற்பொழுது} = \frac{24}{15} \text{ மணிநேர்.})$$

இதிலிருந்து நாம் வெகுவாக,

‘இளவேனிற் காலத்திலும், வேனிற் காலத்திலும் உட்கள சராசரி வெப்பநிலைகள் (Mean Temperatures) சமமாக இருக்கலாம்’

என்ற முடிவுக்குவா இடமிருக்கிறது. அதாவது, இளவேனிற் காலமும், கோடை காலமும் சமவெப்பமுடையவைவென்றே முடிவு கட்டலாம். ஆனால் அது உண்மை நிலைக்குப் புறம்பானது. ஏனெனில்;

இளவேனிற்காலம் ஆரம்பிக்கு முன் குளிர்காலம். குளிர்காலத்தில் குளிர்ந்த பூமி, அடுத்து இளவேனிற்காலத்தில் சிந்து சிந்தாகச் சூடுபிடிக்க ஆரம்பிக்கிறது; கதிரவன் ஏற்றக் கோணமும் வளர் வளர் ( $90 - \phi$  முதல்  $90 - \phi + y$  வரை) வெப்பம் அதிகமாகிக்கொண்டே போகிறது. ஜூன் 22ம் தேதி, பீர்பெரு பகல் காலம் பெத்திருப்பதற்குமுன் கதிரவன் ஏற்றக் கோணம் ( $\phi$  சி கடக்கும்போது) பீர்பெரு மதிப்பான  $90 - \phi + y$  மதிப்பைப் பெறுகிறது. எனவே, அன்றதான் நாம் கொண்ட மண்ணுலகப் பகுதியில், பகலில் கதிரவனிடமிருந்து பெறும் வெப்பத்திற்கும், இரவில் நான் இழக்கும் வெப்பத்திற்கும் உட்கள வேறுபாடு பீர்பெரு அளவு உட்களதாகும். அதன் காரணமாக, அன்றதான் பீர்பெரு வெப்ப நாள் (hottest day) என்ற கூறியிட முடியாது. இதற்குப் பின்பும்கூட ஆய்விடம், பகலில் பெறும் வெப்பம், இரவில் இழக்கும் வெப்பத்தைவிட மிகுதியாகவே இருக்கும், எனவே, ஜூன் 22ம் தேதிக்குப் பின்பும்கூட மண்ணுலகில்

வெட்பம் அதிகரிக்கும். ஏனெனில் பகற்பொழுதில் பெறும் வெட்பமும் இரவுப் பொழுதில் இழக்கும் வெட்பமும் சமனாதும் வரை, அங்வெட்பம் மிகுந்திருப்பது இருந்துகொண்டே விடுக்கும். இந்தச் சமநிலை ஏதக்குறைய ஆகலுடனும் மாதம் ஆரம்பமாகும் சமயம், மின்னீர்தான் வெட்பம் குறைய ஆரம்பிக்கும். எனவே இளவேனிற்காலத்தைவிட வேனிற்காலத்தில் வெட்பம் அதிகம்; ஜூன் 22ம் தாளன்று பகற் பொழுது மீட்பெரு நீட்சி பெற்றிருப்பினும், மீட்பெரு வெட்பதான் அதன் மின்னரே ஏதக்குறைய ஆகலுடனும் முதல் வாரத்தில்தான் வரும் என்பது புலனுதிறது.

மீட்பெரு வெட்பதானுக்குப் பின்பு, அங்கிடத்தில் வெட்பம் இழப்பு, வெட்பம் பெறுவதைவிட மிகும். இருப்பினும், பூமி, தான் பெறும் வெட்பத்தைத் தன்னகத்தே சேமித்து வைக்கக்கூடிய இயல்பு பெற்றிருப்பதால், பகற்காலம் தொடர்ந்து வெட்பமாவேவயிருக்கும். இரவுபுதிர்காலம்வரை, இவ் வெட்பநிலை நீடிக்கும். இரவுபுதிர்காலம் ஆரம்பமானபிறகு, பகற்பொழுது குறைத்து, இரப்பொழுது மிகுதியாகும்; கதிரவன் தினசரிப் பாதை, வான நடுவரைக்குக் கீழே தாழ்த்துகொண்டே போகும்.

டிசெம்பர் 22ம் தாள், மீச்சிறு பகற்பொழுதும் மீட்பெரு இரப்பொழுதும் பெற்றதென நமக்குத் தெரியும். அன்று, வெட்பக்கதிர் வீச்சல் (Radiation) காரணமாக இரவில் ஏற்படும் வெட்பம் இழப்பு அதிகம்; மேலும் பகலில் பெறும் வெட்பம் அளவும் குறைவு. இருப்பினும் டிசெம்பர் 22ம் தாள், மிகக் குளிர்ந்த தாள் என்று கூறுவதற்கில்லை.

ஏனெனில்,

டிசெம்பர் 22ம் தானுக்குப் பின்பும், மேலும் ஏதக்குறைய 40 நாட்கள் வரை, வெட்பக் கதிர்வீச்சல் காரணமாக, பூமி இழக்கும் வெட்பம், பூமி பெறும் வெட்பத்தைவிட அதிகம். இரண்டும் சமநிலை யடைவது ஏதக்குறைய பிப்ரவரி முதல் வாரத்தில்தான். அப்போது தான் மிகக் குளிர்ந்த தாள் (coldest day) ஏற்படும். பிப்ரவரி மாதம் தான் மிகக் குளிர்ந்த காலம், இந்த நிலை நவீழ் மாதங்கள் வர, மாகிவில் ஏற்படுவதால் தான் 'தைமன் மாகியும் வைவகத்துறங்கு' என ஆன்ரேய் சொற்பாடமைத்தது.

எனவே இரவுபுதிர் காலத்தைவிட குளிர்காலத்தில்தான் குளிர் அதிகம்; மேலும் டிசெம்பர் 22ம் தாள் மீச்சிறு பகற்பொழுதுடைய தாயினும், அது மீட்பெரு குளிர்ந்த தாளாகாது; அதன் பின்னரே தான் மீட்பெரு குளிர் தாள் வரும்.

இதற்கு தேரெதிர்மாதிரி, மண்ணுலகத் தென் பாதியில் (Southern Hemisphere) உள்னகைகளுக்கு, மீப்புவரிமுதல் வரத்தில் தான் மீப்பெரு வெப்பமுண்டவ காலமும், ஆகண்டு முதல் வரத்தில் தான் மீப்பெரு குளிக்காலமும் திவவுமென்பதைக் காண்க.

12-8-8 வெப்ப மண்டலங்களில், அதாவது வடகரோணகக்கும் பகரே, கைக்கும் இடைப்பட்ட மண்ணுலகப் பகுதிகளில்,  $(0 < \phi (N.S.) < 36)$  பகல் இரவுப் பொழுதுகளில் பெரிய வேறுபாடுகள் இல்லை; அதிரவன் ஏற்றக்கோணத்தில் பெரியவேறுபாடுகள் இல்லை. ஆண்டு முழுவதுமே, அதிரவன் மேலுச்சி ( $r$ )க்கு அருகாமையிலே உச்சி வடக்கும், ஆகவே பருவங்கள் காரணமாக, தட்ப வெப்ப நிலைகளில் பெரிதும் மாற்றங்கள் ஏற்படுவதில்லை. ஆனாலும், தெற்கு வடக்கு வெப்ப மண்டலங்களில் ஆண்டு முழுவதுமே, வெப்பநிலை சற்றுக் கூடுதலாகவே இருக்கும். குளிர் காலத்தில் இரவில் குளிர் சற்று மிகுதியாக இருப்பினும், பகல் சற்று வெப்பமாகவேயிருக்கும். இவ்வேளித் காலத்தைவிட வேளிர்காலம் மிகுதியான வெப்பமாவதும், இவ்வேளிர்காலத்தைவிட குளிக்காலம் மிகுதியான குளிக்காலமும் இருக்கும்.

மண்ணுலகில் குளிர் மண்டலங்களில் ( $N.S. \phi > 66^{\circ}$ ) ஆண்டு முழுவதுமே அதிரவன் திசையில் பாதை, தொடுவானம் பக்கமாகவே மிகுதியாகச் சாய்ந்திருப்பதால், தன்பகலில்கூட, அதிரவன் மீதத் தாழ்த்தேயிருக்கும். நிலைத்த பகற்காலங்களில்கூட அதிரவன் வெப்பம் அதிகமிராது; ஆனால் நிலைத்த இரவுக் காலங்களில் குளிர் மிகமிக அதிகமாகயிருக்கும்.

### குறிப்பு

என்வரும் சொற்றொடரிக் குறுக்கங்கள் (Abbreviation of terms and expressions) இத்தூதலில் வெகுலாகப் பயன்படுத்தப்படும்:

சொற்றொடர்	குறுக்கம்
மீள்வழி நேரம் (Sidereal Time)	மீ. வ. நேரம்
தோற்றக் அதிரவன் வழி நேரம் (Apparent Solar Time)	தோ. சு. நேரம்
சராசரிக் அதிரவன் வழி நேரம் (Mean Solar Time)	ச. சு. நேரம்
கிரீனிக் மீள்வழி நேரம் (Greenwich Sidereal Time)	கி. மீ. வ. நேரம்

சொற்றொடர்	குறியீடு
கிரீனிக் நேரத்தக் கதிரவன் வழி நேரம் (Greenwich Apparent Solar Time)	கி. நேர. க. நேரம்
கிரீனிக் சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம் (Greenwich Mean Solar Time ஆங்கிலம் Greenwich Mean Time (G.M.T.))	கி. ச. க. நேரம்
நேரத்தக் கதிரவன் (Apparent or Real Sun)	நேர. க.
இயக்க விடைக் கதிரவன் (Dynamical Mean Sun)	இ. இ. க.
சராசரிக் கதிரவன் (Astronomical Mean Sun ஆங்கிலம் Mean Sun)	ச. க.
மீன் வழி (Sidereal)	மீ. வ.
இந்திய நியம நேரம் (Indian Standard Time)	இ. நி. நேரம்
காலக் குறை-நிறைச் சமன்பாடு (Equation of Time)	E
கிழக்கு; மேற்கு; வடக்கு; தெற்கு	முறையே கி. மே. வ. தெ.

## பயிற்சி 12 ந

(1) மீன்வழி நேரம், நேரத்தக்கதிரவன் நேரம், சராசரி நேரம் இம்மூன்றும் என்னவென வரையறுத்துக் கூறுக.

அவை ஒவ்வொன்றும் ஏன் நேரவரம்படுகின்றன என்பதை விளக்குக.

(2)  $\Delta\alpha = \Delta\alpha \cos \lambda \sec^2 \delta$  என்பதை நிறுவுக. இது கொண்டு  $L$ இன் ஒரு பகுதியான  $E_1$ இல் ஏற்படும் மாறுதல்களை விளக்குக. எப்போது  $E_1$  தன்னு மீப்பெரு, மீச்சிறு மதிப்புகளைப் பெறுகிறது?

(3)  $E = E_1 + E_2$  என்ற காலக்குறை-நிறைச் சமன்பாட்டில்  $E_1$  இன் மீப்பெரு மதிப்பு  $\frac{24e}{\pi}$  மணிவெனவும்,  $E_2$ இன் மீப்பெரு

மதிப்பு  $\frac{12}{\pi} \tan^2 \frac{\omega}{2}$  மணி எனவும் திறவுக.  $E_1$  தளது மீப்பெரு  
மதிப்பேற்றும்போது  $\sin \phi = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sec \left( \frac{\omega}{2} \right)$  என  
திறவுக.

(4) மரபுப்படி  $\alpha, \phi$  எடுத்துக்கொண்டால்,

$$\frac{\sin(\phi - \alpha)}{\sin(\phi + \alpha)} = \tan^2 \frac{\omega}{2} \text{ என திறவுக.}$$

$$\left[ \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} = \frac{1}{\cos \omega} \text{ என தங்குத தெரியும்.}$$

$$\begin{aligned} \text{எனவே } \frac{\tan \phi - \tan \alpha}{\tan \phi + \tan \alpha} &= \frac{\sin(\phi - \alpha)}{\sin(\phi + \alpha)} \\ &= \frac{1 - \cos \omega}{1 + \cos \omega} = \tan^2 \frac{\omega}{2} \end{aligned}$$

(5) மண்ணுலகப் பாதை ஒரு சரிவான வட்டமாக இருக்கு  
மாணும்,

காலக்குறை-நிறைச் சமன்பாடு =

$$\frac{720}{\pi} \tan^{-1} \left[ \frac{(1 - \cos \omega) \tan \phi}{(1 + \cos \omega) \tan^2 \phi} \right] \text{ என திறவுக.}$$

$$\left[ \phi = 0 \text{ எனவே } E_1 = 0; E_2 = \phi - \alpha \right]$$

$$\therefore E = 0 + (\phi - \alpha) = (\phi - \alpha) \text{ மட்டுமே,}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan E &= \tan(\phi - \alpha) = \frac{\tan \phi - \tan \alpha}{1 + \tan \phi \tan \alpha} \\ &= \frac{\tan \phi \left( 1 - \frac{\tan \alpha}{\tan \phi} \right)}{1 + \tan \phi \tan \alpha \cos \omega} \\ &= \frac{\tan \phi (1 - \cos \omega)}{1 + \tan^2 \phi \cos \omega} \end{aligned}$$

(6)  $E_1$  இன் மதிப்பு தன் மீப்பெரு ஆகலது மீச்சிறு மதிப்பை  
ஏதாவதுவகையினால்  $\tan \phi = \sqrt{\sec \omega}$ ;  $\tan \alpha = \sqrt{\cos \omega}$  என  
திறவுக.

$$\left[ E_2 = \frac{\tan \phi (1 - \cos \omega)}{1 + \cos \omega \tan^2 \phi}, (\text{கணக்கு நேர் மடிபாடு}) \right]$$

$$\frac{dE_z}{dz} = \frac{(1 - \cos \alpha) \sec^2 \alpha (1 + \cos \alpha \tan^2 \alpha) 2 - \tan \alpha (1 - \cos \alpha) \cos \alpha \tan \alpha \sec^2 \alpha}{(1 + \cos \alpha \tan^2 \alpha)^2}$$

$$\frac{dE_z}{dz} = 0 \text{ ஆகும்போது}$$

$$1 + \cos \alpha \tan^2 \alpha = 2 \tan^2 \alpha \cos \alpha$$

$$\therefore \tan^2 \alpha \cos \alpha = 1$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\sec \alpha}$$

$$\text{அப்போது } \tan \alpha = \tan \alpha \cos \alpha$$

$$= \sqrt{\cos \alpha} \quad ]$$

(7) கதிரவன் உதயம் மறைவு முறையே 5 மீ 37 நி; 18 மீ 24 நி. ஆன்று நண்பகலில்  $E$  இன் மதிப்பென்ன. (செ)

(8) கதிரவன் உதயம் 5 மணி 59 நி; ஆன்று  $E = 4$  நி 9 வி. கதிரவன் சாய்தல் எப்போது? (செ)

(9) கிரீனிக்கில், ச. க. நேரங்கள்  $t, t'$  ஆக இருந்தபோது, நேர. கதிரவனின் நேரக்கோணங்கள் (பாகையளவில்) முறையே  $\mu, \mu'$ . அதற்கு முந்திய ச. க. நண்பகலில்  $E = \frac{h'}{15(t-t')}$  ச. க. மணிக்காலமென திறவுக. (செ)

(10) கதிரவன்  $\gamma$  இல் இருந்தபோது  $E$  ன் மதிப்பு—7 நி. 29 வி. வேளித்திருப்பப் புள்ளியில்  $E$  ன் மதிப்பு—1 நி. 37 வி. மண்ணுலக வடக்கு மண்டலத்தில் இளவேனிற்சமயம் 98 நாள் 19-2 மணி மீறுக்குமென திறவுக. (செ)

(11) கதிரவன் உதயம் 5 மீ. 4 நி. 10 வி; சாய்வு 19 மீ 50 வி. உதய முதல் சாய்வுவரை,  $E$  ன் மதிப்பு மாறுதிருத்ததென்ற அடிப்படையில் அதன் மதிப்பென்ன? (செ)

(12) ஒரு நாள் கதிரவன் நாளிக்கோல், ச. க. காலம் காட்டும் காலத்தைவிட 10 நிமிடம் அதிகமாகக் காட்டிற்று. ஆன்று  $E$  ன் மதிப்பென்ன? காலை நேரமெவ்வளவு? மாலை நேரமெவ்வளவு? (செ)

(13) ஓரண்டில் வேளிற்சமயம், இளவேனிற் காலத்தைவிட 9 நாட்கள் அதிகம்; இலைபுதிற் காலத்தைவிட 8 நாட்கள் அதிகம். அப்போது மண்ணுலக நீளவட்டப் பாதையின் குவிமையப்

பிறழ்வு காண்க; கதிர்வன் ஆன்மநிலையில் நெட்டாகவு காண்க.

(14) இரவேனிந்தாவத்தில் ஆரம்பித்து, தான்கு பருவங்களின் தீவுப்புக் காலங்கள் மூன்றையே

$$(1) A-B \sin\left(\frac{\pi}{4} + k\right); (2) A+B \cos\left(\frac{\pi}{4} + k\right)$$

$$(3) A+B \sin\left(\frac{\pi}{4} + k\right); (4) A-B \cos\left(\frac{\pi}{4} + k\right)$$

எனத் தோராய மதிப்பும் பெற்றவை என நிறுவுக.

$A$  = காலாண்டு;  $k$  = கதிர்வன் ஆன்ம நிலை நெட்டாகவு;  $B$ ;  $4A = 64/21\pi$  எனத் சமன்மட்டிக்கொப்ப  $B$  ஒரு மாநிலி பெனக் கொண்க.

(15) மன்னுலகத் தென்பாதினில், பருவங்களின் கால தீவுப்புக்களைக் கணித்தும் பார்க்க.

C

## காலக் கணிப்பு முறை—பஞ்சாங்கம்

(The Calendar)

12.9. கதிர்வன் மன்னுலகை 1 முதலகத்திலா எடுத்துக்கொள்ளும் தோற்றக்காலமே ஓராண்டு என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஆதலான கதிர்வன் தன் பாதையில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்திலிருந்து புறம் பட்டு மறுபடியும் அத்த இடத்தை வந்தடைப எடுத்துக்கொள்ளும் காலமே ஓராண்டு காலம் எனப்படுகிறது. அத்தக் குறிப்பிட்ட இடம், அகண்ட வெளியில் ஒரு நிலத்த இடமாகவு, 'ஆண்டுக் காலம்' ஒரு மாநிலியாகும். அக்குறிப்பிட்ட இடம் அகண்ட வெளியில் மாறும் தன்மை பெறின், தாம் அய்வான கூறுமுடியாது. ஒன்று வகையான ஆண்டுகள் பின்புறமாறு வரையறுக்கப் படுகின்றன.

### 1. பின்னிழி ஆண்டு (Sidereal Year)

கதிர்வன் விண்மீன்கள் பின்னணியில் நிலத்த ஓர் இடத்திலிருந்து புறம்பட்டு மீண்டும் அய்விடத்தை வந்தடைப எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் ஒரு பின்னிழி ஆண்டாகும். இதன் கால அளவு சராசரி 365.2568880 ச. கதிர்வன் தாட்களாகும்.

### 2. பருவஆண்டு (Tropical Year)

கதிர்வன் மேட முதற்புகளில் Y-லிருந்து புறம்பட்டு மீண்டும் Y-ஐ வந்தடைப எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் ஒரு பருவ ஆண்டு எனப்படுகிறது. இவ்வாண்டிற்கும் பின்னிழி ஆண்டிற்கும் ஒரு சிற



வேறுபாடு உண்டு இச்சிறு வேறுபாடு ஏற்படக் காரணம் மேட மூத்தபுள்ளி 7 ஆண்டு ஒன்றுக்கு சராசரி 50' 48" யின் நோக்கி நகர்வதேயாம். (பகுதி 6 காண்க). இதன் காரணமாக இவ் வண்டியின் கால அளவு சராசரி 365-242182 ச. கதிரவன் நாட்களாகும்.

### 3. அண்மை நிலையாண்டு (The Anomalistic Year)

கதிரவன் அண்மை நிலையிருந்து புறப்பட்டு மீண்டும் அங் வன்மை நிலையை வந்தடைவ எடுத்துக்கொள்ளும் காலம் ஓர் அண்மை நிலையாண்டாகும். இதையே கதிரவன் நன் பாதையில் அடுத்தடுத்து அண்மை நிலைகளைக் கடக்கும் காலம் எனவும் ஐதர்பீடலாம். அண்மை நிலையுள்ளி ஒரு நிலைத் புள்ளியாய் ஆவனவல் ஓர் இயக்கு புள்ளியாய் ஆண்டிற்குச் சராசரி 11"-25" முன்னேற்றமடைவதாக இவ்வாண்டு மீள்வழி ஆண்டடைக்கிற்று அதிகமாக இருக்கின்றது. இதன் கால அளவு சராசரி 365-259641 ச. கதிரவன் நாட்களாகும். இந்த வரையறைப்படி, பின்வரும் விதித சமம் சரியாகும்.

$$\frac{\text{மீள்வழியாண்டு}}{360^\circ} = \frac{\text{பருவ ஆண்டு}}{360^\circ - 50' - 28''} = \frac{\text{அண்மை நிலையாண்டு}}{360^\circ + 11' - 25''}.$$

இவ்வாறு வகையான ஆண்டுகள் மட்டுமன்றி, ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட தீர்வாக ஆண்டு (Civil Year) வழக்கிற்குக்கிறது. ஆனால் இந்த வகையான தீர்வாக ஆண்டு, பருவ ஆண்டின் அடிப்படையில்தான் திறுவப்பட்டிருக்கிறது.

12:8:1: மனிதனுக்கு இயற்கையாக அமைந்த கால அளவைகள், நோற்றக் கதிரவன் நான், திசுக்கட்காலம், பருவ ஆண்டு என்பவை. நோற்றக் கதிரவன் நானுக்குப் பதிலாக, சராசரிக் கதிரவன் நான் என ஒரு நான் திறுவப்பட்டு வழக்கிழக்காத நாம் அறிவோம், திசுக்கட்காலமும், பருவ ஆண்டும் ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் உடைவனவயல்லை. எனவே, ஒரு முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட தீர்வாக ஆண்டு திறுவப்பட்டது.

ஆனால் முழு எண்ணிக்கை நாட்கள் கொண்ட தீர்வாக ஆண்டும், பருவ ஆண்டும் ஏதத்தாழ சமயாக்கிற்குக் வேண்டிய தேவைவும் ஏற்படுகிறது. பண்டைய காலக் கணிப்பு முறைகள் இதற்கெட்ப அமைப்பல்ல. அக்கணிப்புக்கள் பல, பன்னிரண்டு திசுக்கட்கள் பெற்ற சத்திரன் வழியாண்டுக்காகவே இருத்தன. இவ்விதப் பஞ்சாங்கங்கள் இன்றும் முஸ்லிம்கள் வழக்கி லுள்ளன. ஆனால் அவ்வழியிலே, பருவங்கள் மாறிமாறி வருகின்றன; மேலும் அவ்வாண்டுக் 354-5 நாட்களேயிருத்தன. ரோமன் கணிப்புக்களும் இவ்விதமான குறைகளைப் பெற்றிருத்தன.

ஆனால், பழுவங்களை, 'பழுவங்களைக்க' கொள்ளவேண்டி, தன்னிச்சையாகப் பஞ்சாங்கங்களில் நாட்கள், மாதங்கள் திணிக்கப் பட்டு, பஞ்சாங்கங்கள் சிதறடிக்கப்பட்டன.

இங்விதமான சிதறடிக்கல் காலக் கணிப்பில் ஏற்பட்டதால், ஜூலியஸ் சீஸர் (Julius Caesar) சோனிஜெனஸ் (Sonnens) என்ற ஒரு வானியல் அறிஞரின் உதவியொன்று காலக் கணிப்பு முறைவழி சீர்திருத்த முயன்றார். ஆம் முயற்சியின் விளைவே இன்று நாம் தெட்டாண்டு எனக்கூறும் ஜீப் ஆண்டின் தோற்றம்.

ஜூலியன் காலக் கணிப்பு எனக் கூறப்படும் இச் சீர்திருத்தத்தில், 885 நாட்கள் கொண்ட மூன்று ஆண்டுகளுக்கும் பின் 886 நாட்கள் கொண்ட ஒரு தெட்டாண்டு உருவாகிற்று. ஆண்டினைக் குறிக்கும் எண், நான்கின் மடங்கானால், அநாவது நான்கால் பீதியின்றி வகுபடுமானால், அங்வாண்டு தெட்டாண்டாக ஏற்றுக் கொள்ளப்பட்டது.

இக்காலக் கணிப்பு முறை கி.மு 45ஆம் ஆண்டில் தடை முறைக்கு வந்தது. உடனடியாக ஆண்டாரம்ப காலமும் மாற்றம் பெற்றது. அதற்கு முன்னர் மார்க் மாதம் ஆரம்பமான ஆண்டு, ஜனவரி மாதம் முதல் தேதி ஆரம்பமாகிற்று. (கி.மு 45ம் ஆண்டு மாசித் திருப்ப திஸைக்கு அடுத்த அமாவாசையன்று, இங்வாண்டு ஆரம்பமாகிற்று. இதன்பொருட்டு அதற்கு முன் ஆண்டு மிகவும் நீட்டப்பட்டு, குழப்பம் விளைத்ததால், அங்வாண்டு 'குழப்ப ஆண்டு' (Year of Confusion) எனவே பெயர் பெற்றது).

12-3-2. ஜூலியன் ஆண்டுக்குத் திருத்தங்கள்—கிரகி காலக் கணிப்பு முறை—கிரகித் தோற்றம்:

ஜூலியன் காலக் கணிப்புப்படி, தான்கு பழுவ ஆண்டுகளைவிட 44நிமிடம் 55-58 செகண்டுகள் அதிகம். அங்வாறாக 400 நிர்வாக ஆண்டுகள், 400 பழுவ ஆண்டுகளைவிட 8 நாட்கள் 8 மணிகள் 53, நிமிடங்கள் 80 செகண்டுகள் அதிகமாக இருக்கின்றன. இங்வாறாகப் படியான காலம் (3ம் 3ம் 53த் 80வி) சரியாக முறையிற் நீக்கப் பட்டு திருத்தப்படாவிட்டால் நீண்டகால இடைவெளியில் பழுவ ஆண்டின் ஆரம்பமும் பழுவகால ஆரம்பமும் ஒத்துக் காதுமூண் பட்டுப் போகும். எனவே, அதனை சுடு செல்லும்பொருட்டு கி. சி. 1582இல் போப் கிரகி XIII என்பவர் ஜூலியன் காலக் கணிப்பிற்கு ஒரு திருத்தம் கொண்டுவந்தார். ஜூலியன் காலக் கணிப்புப்படி 100ஆல் வகுபடும் ஒவ்வொரு ஆண்டும் 4ஆல் வகுபடுவதன் 2000; 1400; 800, ... என்ற ஆண்டுகள் எல்லாம் தெட்டாண்டாகும். ஆனால் கிரகி கொண்டு வந்த

திருத்தப்படி 100ஆம் வருஷமும் எல்லா ஆண்டுகளும் நெட்டாண்டுகள் ஆகாது; ஆனால் நூற்றாண்டைக் குறிக்கும் எண்ணும் 4-ஆம் வருஷட்டாக மட்டுமே ஆகவாண்டு நெட்டாண்டாகக் கொள்ளப்படும். எடுத்துக்காட்டாக கி. பி. 1800, 2000, 2100, 2200, 2400, .....ஆண்டுகளில் கி. பி. 2000ம் கி. பி. 2400 மட்டுமே நெட்டாண்டுகளாகும்; மற்ற ஆண்டுகள் 4-ஆம் மீதி மீதி விவர வருஷட்ட போதிலும் நெட்டாண்டுகள் ஆகாது. இவ்வாறு அமைக்கப்பட்ட காலக் கணிப்பு முறை கிரகரீயின் காலக் கணிப்பு முறை என்று உறப்படுகிறது. இத்திருத்தம் கிரகரீத் திருத்தம் (Gregory's Correction) எனப்படும். இக்கணிப்பு முறையே இப்போது வழக்கத்திலிருந்து வருகிறது. இக்கணிப்பு முறையும் சரியானது என்று நாம் ஏற்றுக் கொண்டுவிடமுடியாது. ஏனெனில் 4000 பருவ ஆண்டுகளை விட 1 நாள் 4 மணிகள் 55 நிமிடங்கள் அதிகமாக இருக்கின்றன. காலப் போக்கில் இதற்கும் திருத்தம் அமைத்து அதையும் வழக்கில் ஏற்றுக்கொள்ளவேண்டி இருக்கும்.

### 12-9-3 : பெசீலியன் ஆண்டு (Besselian Year)

ஜெர்மனிய வானியலறிஞர் பெஸல் என்பவரால் இம்முறை கணிக்கப்பட்டது. இதைக் கதிர்வானின் வான நெட்டாங்கு 280° ஆக இருக்கும்போது இவ்வாண்டு ஆரம்பிக்கிறது. இத்துவக்கம் சந்திரைக் குறைய திர்வாக ஆண்டின் ஆரம்பத்தோடு இணைத்து விடுகிறது. இவ்வாண்டின் கால அளவும் பருவ ஆண்டின் கால அளவும் ஒன்றாகும்.

### 12-9-4. ஜூலியன் நாள் (தேதி) (Julian Date)

வானியல் கணிப்புகளில், பலவிதமாக நாட்கணக்கெடுக்கும் முறைகளைச் சீர்படுத்தி அமைப்பதற்காக ஜூலியன் நாள் என்ற அமைப்பு உருவாக்கப்பட்டது.

முதல்முதலாக கி. பி. 1582ஆம் ஆண்டில் இந்த முறையை எடுத்தோதியவர் ஸ்காலிகர் (Scaliger) என்ற வானியல் அறிஞர். ஜூலியன் கால வட்டத்தில் ஆண்டிற்கு 365½ நாட்கள் கொண்ட 7650 ஜூலியன் ஆண்டுகள் உள்ளன; ஆரம்பத் தேதி கி. மு. 4718ம் ஆண்டு ஜனவரி முதல் தேதி.

மாறுபட்ட பஞ்சாங்கத்தில், எந்த ஆண்டிலும் ஜனவரி முதல் தேதிக்குச் சரியான ஜூலியன் நாள் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. ஜூலியன் நாள் (திர்வாக நாள் தன்னிரவு 12 மணிக் கு ஆரம்பமாகிறது போல் அல்லாமல்) நண்பகலில் ஆரம்பமாகிறது.

கி.பி. 1950—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	ஜூலியன் நாள்	2,438,559
.. 1951—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	..	2,48 48
.. 1952—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	..	2,484,4
.. 1953—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	..	2 484,879
.. 1959—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	..	2,440,225
.. 1970—ஜனவரி 1 தட்பவகை :	..	2,440,558

ஜூலியன் நாட்களை 7 ஆல் வகுக்க வரத்தின் கிழமை கிடைக்கும். 7 ஆல் சரிவாக வகுப்படுமானால், திங்கட் கிழமை; மீதி 1 வகுமானால் செவ்வாய்க் கிழமை; ... மீதி 6 வகுமானால் ஞாயிற்றுக் கிழமை. 1959ம் ஆண்டு ஜனவரி 1ம் தேதி புதன் கிழமை. உரிய ஜூலியன் நாள், 2 440, 225ஐ 7 ஆல் வகுக்க மீதி 3-புதன் கிழமை. 1970ம் ஆண்டு ஜனவரி 1ம் தேதி விவாழக் கிழமை. உரிய ஜூலியன் நாள் 2,440,558ஐ 7 ஆல் வகுக்க மீதி 3-விவாழக்கிழமை.

கதிரவன் சத்திரன் மறைப்புடன் 'சாராஸ்' எனப்படும் 6555 நாட்கள் கொண்ட காலவட்டங்களில், திரும்பத் திரும்ப நிகழ்த்துகொண்டிருக்கும்மேனம் கேள்ள் பகுதி 17இல் பார்க்க விருக்கிறோம். ஜூலியன் தேதி  $x$  ஆக இருக்கும்போது, ஒரு வகை வான சத்திரன் மறைப்போ, கதிரவன் மறைப்போ ஏற்பட்டதாயின் மறுபடியும் அதேவகையான மறைப்பு ஜூலியன் நாள்  $x+6555$ க்கு ஏற்படும்.

எனவே ஜூலியன் நாட்கள், கிழமைகள் அறிவதற்கும், சத்திரன் கதிரவன் மறைப்பு தினங்களை அறிவதற்கும் பயன்படுகிறது. இன்னும் பல வானியல் நிகழ்ச்சிகளைக் குறிக்கவும் பயன்படுகிறது.

12.9.5. ஒரு பருவ ஆண்டில் உள்ளசராசரி 4 கதிரவன் நாட்களும் கேள்வழி நாட்களும் :

கதிரவன் மண்ணுவகத்தை ஒரு முழுச் சுற்ற சுத்திவரும் கால வட்டம் ஒரு பருவ ஆண்டு (365-2422 நாட்கள்) எனப்படும். இதுவே ச.க. மண்ணுவகைச் சுத்திவரும் கால வட்டமாகும். மேட-முதல் டிசம்பரில் புறப்படும் ச. கதிரவனுடைய வல ஏற்றம் இவ் வோரண்டில் 0° முதல் 860° வரை  $\frac{1}{2}$  ராசு வளர்கிறது.

ஆகவது தினசரி 860° அல்லது 84 மணி அளவில் வளர் 365-2422 அல்லது 365-2422 அளவில் வளர்

கிறது. (இது சராசரிக் கதிரவன் வரையறுத்தபடி. பெரும் முடிவாகும்). இந்த விசித்திரத் தை  $\frac{1}{2}$  எனக்கொள்வோம். ச. கதிரவன் ஒரு நாள் உச்சி கடக்கும்போது, அதன் வல ஏற்றம்  $\frac{1}{2}$  எனக்

கொள்வோம்; அடுத்த நாள் உச்சி கடக்கும்போது அதன் வல ஏற்றம்  $\mu + x$ . எனவே இரண்டு அடுத்தடுத்த சராசரிக் கதிரவன் நண்பகல்களுக்கு இடைவெளி =  $(24+x)$  மீள்வழி மணிகள். ஆகும் இதுதான் 24 ச.க மணி நேரத்திற்குச் சம

எனவே 24 ச.க. மணிகள் =  $24 + \frac{24}{885 \cdot 2422}$  மீ. வ. மணிகள்

$$1. \text{ ச.க. மணி} = 1 + \frac{1}{885 \cdot 2422} \text{ மீ. வ. மணி}$$

மேல் அளவிற்றுக் கணித்தால்,

ஒரு ச.க. ஆண்டு = ஒரு நேர. க. ஆண்டு

= ஒரு பருவ ஆண்டு

= 885-2422 ச.க நாட்கள்

= 885-2422  $\times$  24 ச.க. மணிகள்

$$= 885 \cdot 2422 \times 24 \left( 1 + \frac{1}{885 \cdot 2422} \right)$$

மீ.வ. மணிகள்:

$$= 885 \cdot 2422 \left( 1 + \frac{1}{885 \cdot 2422} \right) \text{ மீ. வ. நாட்கள்}$$

$$= 885 \cdot 2422 \text{ மீ.வ. நாட்கள்.}$$

அதாவது 885-2422 ச.க. நாட்கள் = 885-2422 மீ.வ. நாட்கள் எனப் பெறப்படும்.

12.9-5-1: ஸ்ட்ரேச் முறை: ஒரு பருவ ஆண்டு என்பது 885-2422 சராசரிக் கதிரவன் வழிநாட்களைக் கொண்டதாகும். இக்கால இடைவெளியில் ச. கதிரவன் மேட முதற்புள்ளி  $\gamma$  விளக்குத்து புறப் பட்டு மீண்டும் அப்புள்ளியை அடைத்துவிடுகிறது. ஆனால் இக்கால இடைவெளியில் சராசரிக் கதிரவன் ஓர் இடத்தின் உச்சி வட்டத்தை 885-2422 முறை கடக்கிறது. இக்கால இடைவெளியில் கதிரவன் ஒரு முறை பூமியைச் சுற்றிவருவதால் மேட முதற்புள்ளி  $\gamma$  உச்சி வட்டத்தை ஒரு முறை அநிகமமாக, அதாவது 885-2422 முறை சுற்றி வருகின்றது. எனவே, 885-2422 ச.க. நாட்கள் = 885-2422 மீள்வழி நாட்கள். அதாவது ஒரு பருவ ஆண்டில் 885-2422 சராசரிக் கதிரவன் நாட்கள் உள்ளன; 885-2422 மீள் வழி நாட்கள் உள்ளன என்பது பெறப்படுகிறது.

#### 12.9-6: நேரமாற்றங்கள் (Conversion of Time)

மீள்வழி நேரம், நேரத்தக் கதிரவன் வழி நேரம், சராசரிக் கதிரவன் வழி நேரம், கிரீனிக் நேரம் என்று பல வகையிலே ஒரு

குறிப்பிட்ட தருணத்தைக் கூறலாம் என இதுவரை நாம் கண்டறி விருந்து தெரிகிறது.

இப்போது ஒரு குறிப்பிட்ட தருணத்தை, ஒரு வரையாகக் குறிப்பிட்டால், அதற்கு தருணத்திற்குரிய மற்ற வகைப்பட்ட வேரங் களாக மாற்றித் தருவது எப்படி என்ற சில முறைகளைப் பார்ப்போம்.

மாறுமீடு பஞ்சாங்கக் குறிப்பிடுகளை பல இடங்களில் தேவைப் படும், சில இடங்களில் தேவையான குறிப்பிடுகளை உடனாக் குடனேயும் இணைக்கப்பட்டிருக்கலாம்.

12-9-61: சராசரிக் கதிரவன் மணி அளவில் கொடுக்கப்பட்ட வேரத்தை மீள்வழி அளவில் மாற்றுதல் (Mean solar hours into sidereal hours)

சராசரிக் கதிரவன் அளவுகள்	மீள்வழி அளவுகள்
886.24 நாட்கள்	= 886.24 நாட்கள்
ஃ 1 நாள்	= $\left(1 + \frac{1}{886.24}\right)$ நாட்கள்
	= $(1 + .002788)$ நாட்கள்
ஃ 24 மணிகள்	= 24 ம. 8 நி. 88.8 வி
	= 24 ம. 4 நி - 4 வி
	(தேராயமமாக)
ஃ 1 மணி	= 1 ம + 10 வி - $\left(\frac{1}{10}\right)$ வி (A)
எனவே 6 நிமிடங்கள்	= 6 நி + 1 வி - $\left(\frac{1}{10}\right)$ வி (B)

மேற்கண்ட (A), (B) என்ற இரண்டு சமன்பாடுகளிலிருந்து மீள் வதும் 'கவனத்தில் வைக்கக்கூடிய' வாய்பாடு வருவதைப் பாரிக்க :

$$1 \text{ ச.க. மணி} = 1. \text{ மீ.ம.} + 10 \text{ வி.} - \left(\frac{1}{10}\right) 10 \text{ வி.}$$

$$6 \text{ ச.க. நிமிடம்} = 6. \text{ மீ.நி.} + 1 \text{ வி.} - \left(\frac{1}{10}\right) 1 \text{ வி.}$$

எனவே 1 ச.க. மணிக்கு 10 வினாடியும், 6 ச.க. நிமிடங்களுக்கு 1 வினாடியும் கூட்டி, கூட்டும் தொகைகளை  $\left(\frac{1}{10}\right)$  பங்கு குறைத்து விட்டால், ச.க. மணி அளவுகளை மீ.வ. மணி அளவுகளாக மாற்ற லாம்; இதுவே நடைமுறையில் செயல்படுத்தக்கூடிய விதி (working rule) ஆகும்.

எ.கா : 1 ச.க. 9ம 56நி கால அளவை மீ.வ. அலகில் காண்க.  
9 மணிக்கு 80 விநாடிகளும்

56 நிமிடத்திற்கு 9-38 விநாடிகளும் கூட்டி.

$\frac{99-38}{60}$  - விநாடிகள் கழிக்கவும்.

விடை : 9ம 56நி + 99 38வி - 1-66வி  
= 9ம = 57நி - 37-67வி. (மீ.வ)

12-9-6-2. மீன்வழி அலகில் கொடுக்கப்பட்ட காலஅளவை சராசரி  
கதிர்வன் அலகில் மாற்றுகல் :

மீன்வழி அளவு சராசரிக் கதிர்வன் அளவு  
863-24 நாட்கள் = 835-24 நாட்கள்

∴ 1 நாள் =  $\left(1 - \frac{1}{868-24}\right)$  நாள்.  
= (1 - 00278) நாள்.

∴ 24 மணி = 24 ம - 8நி 56-67வி.  
= 24 ம - 4நி + 4வி  
(தோராயமாக)

∴ 1 மணி = 1 மணி - 10வி +  $\frac{1}{4}$  வி  
6 நிமிடங்கள் = 6நி - 1வி +  $\frac{1}{4}$  வி

எனவே மூன்றுபத்தியில் பயன்படுத்திய கருக்கு மூன்றையும்  
கையாண்டால், மீன்வழி வரம்பாடு வருவதைப் பார்க்க.

ஒருமீன் வழி மணிக்கு 10 விநாடிகள் கழித்து  
6 மீன்வழி நிமிடங்களுக்கு 1 விநாடி கழித்து

கழித்த தொகையில் ( $\frac{1}{4}$ )பங்கு கூட்டினால், மீன்வழி மணி  
அளவுகளை, சராசரிக் கதிர்வன் மணி அளவுகளாக மாற்றலாம்;  
இதுவே தடைமூறையில் செயல்படுத்தக் கூடிய விதியாகும்.

எ. கா : 1 மீ. வ. 9ம 56நி கால அளவை ச. க. அலகில் காண்க.

மூன்றுபத்தியில்கள்ள எடுத்துக் காட்டில் பெற்ற திருத்தங்களைக்  
குறிமாத்தி எடுத்துப் பயன்படுத்தலாம்.

கழிக்கவேண்டியது 99-38 வி  
கூட்டவேண்டியது 1-67 வி

எனவே திரையாகக் கழிக்கவேண்டியது 1நி 38வி.

விடை = 9ம 56நி - 1நி 38வி  
= 9ம 54நி 22வி

இன்னும் துட்பமாக இயங்காது வளம்பாடுகள் வேண்டுமாயின்,

$$M \text{ ச. க. மணிகள்} = M (1 + e) \text{ மீன் வழி மணிகள்}$$

$$\text{இங்கு } e = \frac{1}{888 \cdot 2432} = \cdot 002786.$$

$$S \text{ மீன் வழி மணிகள்} = S (1 - e') \text{ ச. க. மணிகள்}$$

$$\text{இங்கு } e' = \frac{1}{888 \cdot 2432} = \cdot 0027803.$$

மீன்வழி மணி கணிப்பது  $\gamma$ -மேல் உச்சரி கூடப்பதிலிருந்து 0, 1, ... 24 மணிகள் என்றும், சராசரிக் கதிரவன் மணிகணிப்பது, சராசரிக் கதிரவன் கீழ் உச்சரி கூடப்பதிலிருந்து 0, 1, 2, ... 24 மணிகள் என்றும் தாம் அறிவேம். அதாவது மீன்வழி மணி,  $\gamma$  இன் தன்பகவிலும், சராசரிக் கதிரவன் வழி மணி, ச. க. இன் தன்விலிலும் இருந்து அளக்கப்படுகிறது.

மாலுமீப் பஞ்சாங்கத்தில், ச. க. தன்விரவுக்குரிய, மீன்வழி நேரம் ( $x_n$ ) உம்,  $\gamma$  இன் தன்பகலுக்குரிய ச. க. வழி நேரம் ( $n_1$ ) உம் ஒவ்வொரு ஆண்டிலும் தினந்தோறும் கிரேசிச் (மண்ணுலக தெட்டாங்கு பூச்சியம் உட்கள இடம்) என்ற இடத்திற்குக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது. அப்பஞ்சாங்கக் குறிப்புக்கள் கொண்டு, மண்ணுலகில் எந்த தெட்டாங்குகளின் இடத்திற்கும், ச. க. மணி நேரத்தை, மீன் வழி மணி நேரமாகவும், எதிர் மாறாகவும் மாற்ற இயலும். சில எடுத்துக்காட்டுகள் பின்னர் கொடுக்கப்பட்டிருக்கின்றன. (குறிப்பு:  $x_n, n_1$  எவத்திரீனக் குறிக்கும் குறிப்புகள் எனக் கவனத்தில் வைக்கவும். பின்னர் அக் குறிப்புகளை அவ்வப்பொருள்களில் பயன்படுத்தலாம்).

12-9-6-3 : ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் கிரேசிச் ச. க. நேரம்  $n$  அதற்குரிய கிரேசிச் மீன் வழி நேரம் என்ன?

மாலுமீப் பஞ்சாங்கத்தில் அந்நாளுக்குரிய  $x_n$  உம்,  $n$ , உம் பார்த்துக்கொள்ளலாம்.

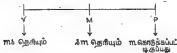
படம் A இல் (பக்கம் 871)

$\gamma$  குறிப்பது, மீ. வ. தன்பகல் சமயம் ( $0=0^h 0^m$  மீ. வழி நேரம்)

$M$  குறிப்பது, ச. க. தன்விரவுச் சமயம் ( $0=0^h 0^m$  ச. க. நேரம்)

$P$  தமக்குக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் சமயம், அதாவது, கி. ச. க. நேரம் =  $m$ .





படம் A

$$\begin{aligned} MP &= m \text{ (ச. க. அலகில்)} \\ &= m (1 + r) \text{ மின் வழி அலகில்} \\ YM &= x_m \text{ மின் வழி அலகில்} \\ \therefore YP &= x_m + m (1 + r) \text{ மின் வழி அலகில்} \end{aligned}$$

எனவே கிரேஸ் ச. க. நேரம்  $m$  இறுக்கும்போது கிரேஸ் மின் வழி நேரம்  $= x_m + m (1 + r)$ . [மின்வழி அலகுகளில்].

எ.கா. 1.

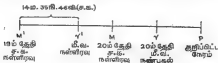
கிரேஸ் ச. க. நேரம் மணிக்குரிய மின் வழி நேரம் என்ன ?  
அன்று, கிரேஸ்சில் ச. க. கீழ்க்காட்டி கடத்த மின்வழி நேரம் 10 ம.  
11 நி. 37.67.



$$\begin{aligned} 6 \text{ ச. க. மணிநேரம்} &= (60 + 60 - 1) \text{ மின் வழி காலம்} \\ &= 60 \text{ நி. } 59 \text{ ம.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{அப்போது மின் வழி நேரம்} &= 10 \text{ ம. } 11 \text{ நி. } 37.67 \text{ ம.} \\ &+ 60 \text{ நி. } 59 \text{ ம.} \\ &= 16 \text{ ம. } 12 \text{ நி. } 36.67 \text{ ம.} \end{aligned}$$

எ.கா. 2 : 1882 ஆம் ஆண்டு மார்ச்சு 20 ஆம் தேதி கிரேஸ்சில் ச.க. நேரம் 8 ம. 42 நி. க்குச் சரியான கிரேஸ் மி.வ. நேரம் காண்க :  
18 ஆம் தேதி அங்கு தள்ளிய நேரம் 14 ம. 55 நி. 48 நி. (ச.க.).



படம் B

மடத்தில் குறிக்கப்பட்டதைக் கவனிக்க. (மடம் B)

$$M'M = 24 \text{ மணி (ச.க.)}$$

$$Y'Y = 18 \text{ மணி (மீ.வ.)}$$

$$MP = 8 \text{ ம 42 நி (ச.க.)}$$

MPக்குரிய மீள்வழி தேரம் காணவேண்டும்.

$$M'Y' = 14 \text{ ம 36 நி 48 வி (ச.க.)}$$

$$\therefore M'P = M'M + MP$$

$$= 27 \text{ ம 42 நி (ச.க.)}$$

$$Y'P = Y'M + MP$$

$$= (24 - 14 \text{ ம 36 நி} - 48 \text{ வி}) + 8 \text{ ம 42 நி (ச.க.)}$$

$$= 8 \text{ ம 24 நி 14 வி} + 8 \text{ ம 42 நி (ச.க.)}$$

$$= 16 \text{ ம 6 நி 14 வி (ச.க.)}$$

இதை மீள்வழி தேரமாக மாற்றுக.

$$Y'P = 16 \text{ ம 6 நி 14 வி} + 180 \text{ வி} + 1 \text{ வி} - 8 \text{ வி}$$

$$= 16 \text{ ம 6 நி 14 வி} + 180 \text{ வி}$$

$$= 16 \text{ ம 6 நி 28 வி (மீ.வ.)}$$

$$\therefore YP = Y'P - Y'Y$$

$$= [16 \text{ ம 6 நி 28 வி} - 18 \text{ ம}] \text{ (மீள்வழி)}$$

$$= 1 \text{ ம 8 நி 23 வி.}$$

12-9-6-4: கீழ்க்க்கிடை ஒரு குறிப்பிட்ட மீள்வழி தேரத்தில் குரிய ச.க. தேரம் காணல்.

குறிப்பிட்ட மீள்வழி தேரம்  $s$  எனக் கொடுக்க.  $m_1$  - ஆகவது  $Y$  உச்சி கடக்கும்போது உகை ச.க. தேரம் கொடுக்கப்பட்டிருக்கிறது (மாறுமீப் பருசாக்கப்படி).



$P = s$  கொடுக்கப்பட்டிருப்பது.

$$MY = m_1$$

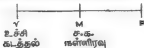
பக்குரிய ச.க. தேரம் =  $MY$  (ச.க.)

$$= MY \text{ (ச.க.)} + YP \text{ (ச.க.)}$$

$$= m_1 + s(1 - v')$$

$$= E' = .0027302$$

மூன் எடுத்துக்காட்டில், சுக்குப் பதிலாக  $s_0$ —அதாவது ச.க. தகவிரவுக்காலம் மீ, வ. மணிவில் கொடுக்கப்பட்டால்...



$$\begin{aligned} YM &= s_0 \text{ (மீ.வ.)} \\ &= s_0 (1-e') \text{ (ச.க.)} \\ YP &= s \text{ (மீ.வ.)} = s (1-e') \text{ (ச.க.)} \\ \therefore MP &= YP - YM \\ &= s (1-e') - s_0 (1-e') \\ &= (s-s_0) (1-e') \text{ மீ.வ.} \end{aligned}$$

12-9-7: இந்த மூன்றகண விரிவுபடுத்தினால், எந்த இடத்தில் இம்மாதற்ககணச் சொல்பவாம்.

அத்தகுத் தேவைப்படுவன மீள்வரும் விதிகள்: கிரேஸி மீள்வழி தேரம் =  $s$  ஆக இருக்கும் தருணம்,  $P$  கிழக்கு நெட்டாகவுள்ள  $A$  என்ற இடத்தில் மீள்வழிதேரம் =  $\left(s + \frac{1}{16}\right)$  ஆக இருக்கும்.  $P$  மேற்கு நெட்டாகவுள்ள  $B$  என்ற இடத்தில் அத்தருணம், மீள்வழி தேரம் =  $\left(s - \frac{1}{16}\right)$  ஆக இருக்கும். இவ்விதி ச.க. தேரத்திற்கும், தோ.க. தேரத்திற்கும் பொருத்தும். (விளக்கம் அடுத்த பகுதி 18இல் காண்க).

இத்த விதிகளைக்கொண்டு, மூன் விளக்கப்பட்ட மூன்றகணக் கையாண்டால் தேவைப்படுகின்றமாதற்ககள் பெறலாம்.

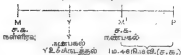
1.S.T. இந்திய தியம தேரம் வேண்டுமெனின் கிரேஸி தேரத்தோடு வேணி 80 நிமிடம் கூட்டினால் போதும்; 1.S.T (இ. தி. தே.) கொடுக்கப்பட்டால் அதிலிருந்து வேணி 80 நிமிடம் கழித்தால் கிரேஸி தேரம் பெறப்படும். இது மீள்வழி தேரம், சராசரிக் கதிரவன் தேரம் இரண்டிற்கும் ஒன்றேதான்.

எ.கா. 1. மன்னார்குடி நெட்டாக்கு 80°-ல் உள்ள ஓரிடத்தில் குறிப்பிட்ட தாளில் ச.க. தேரம் 17ம 8ந் 18வி. கருசிய மீள் வழி தேரம் காண்க. கிரேஸிச் ச.க. தகவரலுக்குரிய மீள்வழி தேரம் 1ம 45ந் 24வி எனக்கொள்க.

60° க் தொட்டாகவுள்ள இடத்தில் பிற்பகல் 17ம 09 நி 15வி ச.க. நேரமாகும், அதற்குச் சரியான

கிரீனிச் ச.க. நேரம் = 17ம 09 நி 18வி—50 × 4 நிமிடங்கள்.

$$\begin{aligned}
 &= 17\text{ம } 09\text{ நி } 18\text{வி} \\
 &\quad - 3\text{ம } 20\text{நி} \\
 &= 13\text{ம } 48\text{ நி } 18\text{வி} \\
 &= \text{பிற்பகல் } 1\text{ம } 48\text{ நி } 18\text{வி}
 \end{aligned}$$



$$Y M' = 1\text{ம } 48\text{ நி } 24\text{வி (மீ.வ)}$$

M'Pஐ மீ. வ நேரத்திற்கு மாற்றுக.

$$M'P = 1\text{ம } 48\text{ நி } 18\text{வி} + 10\text{வி} + 7 \cdot 7\text{வி} = \frac{1}{60} (17 \cdot 7)\text{வி}$$

$$= 1\text{ம } 48\text{ நி } 18\text{வி} + 17 \cdot 4\text{வி}$$

$$= 1\text{ம } 48\text{ நி } 35 \cdot 4\text{வி (மீ.வ)}$$

$$\therefore YP \text{ (மீ.வ)} = YM' + M'P$$

$$= 1\text{ம } 48\text{ நி } 24\text{வி (மீ.வ)}$$

$$+ 1\text{ம } 48\text{ நி } 35 \cdot 4\text{வி (மீ.வ)}$$

$$= 3\text{ம } 31\text{ நி } 59 \cdot 4\text{வி (மீ.வ)}$$

இது கிரீனிச் நேரம்.

$\therefore$  குறிப்பிட்ட இடத்தில் மீன்வழி நேரம்

$$= 3\text{ம } 31\text{ நி } 59 \cdot 4\text{வி}$$

$$+ 3\text{ம } 20\text{நி}$$

$$= 6\text{ம } 51\text{ நி } 59 \cdot 4\text{வி}$$

எ.கா. 2

மின்மீன் ஆண்டாரஸ் (Antares) வல ஏற்றம் 16ம 24 நி 48வி, பின்வரும் பதில்கள் கொண்டு, மேலாதம் 1ம் தேதி அது சென்னையில் உச்சி கடக்கும் வரப்பொழுது காண்க. (செ)

பதிலு: சென்னை தொட்டாகு 5ம 20 நி 59-6வி (க)

பதிலு: ஏப்ரல் 30ம் நாள் கி.மீ. வழி நண்பகல் 3ம 28 நி 48வி (ச.க)

சென்னையில் ஆண்டாரஸ் உச்சி கடக்கும் மீன்வழி நேரம் } 16ம 24 நி 48வி

சென்னை தொட்டாகு } 5ம 20 நி 59-6வி

$\therefore$  சென்னையில் ஆண்டாரஸ் உச்சி கடக்கும் போது, கி.மீ.வ. நேரம் } 11ம 3 நி 48-4வி



$$\begin{aligned}
 YA &= 11\text{ ம } 3\text{ நி } 48.4\text{ வி (மீ.வ. அளவு)} \\
 &= 11\text{ ம } 3\text{ நி } 48.4\text{ வி} - 110\text{ வி} - 0.6\text{ வி} + 1.6\text{ வி} \\
 &\hspace{15em} (\text{ச.க. அளவு}) \\
 &= 11\text{ ம } 3\text{ நி } (\text{தேர்வாய்மை}) \quad (\text{ச.க. அளவு})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore MA &= 11\text{ ம } 3\text{ நி} \\
 &\quad + 9\text{ ம } 28\text{ நி } 46\text{ வி (ச.க.)} \\
 &= 20\text{ ம } 30\text{ நி } 46\text{ வி. (ச.க.)}
 \end{aligned}$$

$$\text{சென்ற நெட்டாக்கு} = 5\text{ ம } 20\text{ நி } 59.6\text{ வி}$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} \text{சென்ற நெட்டாக்கு} \\ \text{அண்டாசல்} \\ \text{உச்சி கடக்கும்} \\ \text{ச.க. நேரம்} \end{array} \right\} = 26\text{ ம } 51\text{ நி } 45.6\text{ வி}$$

$$\text{அதாவது மே மாதம் முதல் தேதி } 1\text{ ம } 51\text{ நி } 45.6 \text{ (ச.க. நேரம்).}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ஆகும், இந்திய திசை நேரம்} &= 20\text{ ம } 30\text{ நி } 46\text{ வி} \\
 &\quad + 5\text{ ம } 30\text{ நி} \\
 &= 26\text{ ம } 0\text{ நி } 46\text{ வி}
 \end{aligned}$$

அதாவது ஊர்ப்பொழுது

$$\text{மே மாதம் முதல் தேதி} = 2\text{ ம } 0\text{ நி } 46\text{ வி (ச.க. நேரம்)}$$

**பதித்த 120**

1. ஒரு மின்மீட்டர் வரை ஏதும் 18 ம 48 நி 51 வி, சற்று முந்திய ச.க. நண்பகல் நேரம் 0 ம 3 நி 40 வி (மீ.வ.) அம்மீட்டர் உச்சி கடக்கும் ஊர்ப்பொழுது காண்க. (அ)

2. கிரீனிச்சில் மீ.வ. நேரம் 11 ம 35 நி 42 வி. பின்வரும் பதிவு கொண்டு அதற்குச் சரியான தி.ச.க. நேரம் காண்க, ஜனவரி 18ம் தேதி ச.க. நேரம் 18 ம 29 நி 47 வினுட்கு அங்கு  $\gamma$  உச்சி கடந்தது. (ஆ)

3. மார்க் 18ம் தேதி கிரீனிச்சில்  $\gamma$  கிழக்கி கடந்த ச.க. நேரம் 14 ம 35 நி 40 வி. மார்க் 20ம் தேதி ச.க. நேரம் 3 ம 42 நி 36 வினுட்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

4. கிரீனிச்சில் ஜூன் 1/2ம் தேதி ச.க. நள்ளிரவுப்பொழுது, மீ.வ. நேரம் 1/2ம் தேதி 4 ம 38 நி 54 வினுட்கு, ஜூன் 2ம் தேதி

கீர்னீச்சில் ச.க. நேரம் 2ம 35ந் 45 விநாடிக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

5. மீன் கொடுக்கப்படும் பதிவு கொண்டு, ஓரீடத்தில் மீ.வ. நேரம் 10ம 20 நிமிடத்திற்குச் சரியான ச.க. நேரம் காண்க.

முத்திய ச.க. நகரீரனில், மீ.வ. நேரம் 3ம 5ந். (செ).

6. மீன் கொடுக்கப்படும் பதிவு கொண்டு, ஓரீடத்தில் மீ.வ. நேரம் 14ம 30 நிமிடத்திற்குச் சரியான ச.க. நேரம் காண்க.

முத்திய ச.க. நகரீரனில், மீ.வ. நேரம் 5ம 15ந். (செ).

குதிர்பு: மீன்வளம் கணக்குகளை இப்போதே செய்தாலும் செய்வதாம்; அல்லது அடுத்துவரும் 'தெட்டாங்கு' (18) என்ற பகுதியைப் படித்துவிட்டுச் செய்தாலும் செய்வதாம்.

7. சென்னையின் கி. தெட்டாங்கு 80° 14' 18"; செட்டம்பர் முதல் தேதி கீர்னீச்சில் ச.க. நகரீரனில்போது மீ.வ. நேரம் 22ம 35ந் 40வி. அன்று சென்னை ச.க. நேரம் (இ.நி. நேரம்) முதல்பகல் 8ம 35 நிமிடத்திற்குச் சரியான சென்னை மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

8. சென்னையின் கிழக்கு தெட்டாங்கு 5ம 21ந்; ஏப்ரல் முதல் தேதி கீர்னீச்சில் ச.க. நகரீரனில்போது மீன்வழி நேரம் 5ம 35ந் 53வி. அன்று சென்னை ச.க. நேரம் முதல்பகல் 7:30க்குச் சரியான மீன்வழி நேரம் காண்க. (செ)

9. கி. ச.க. நகர்ப்பகுதிக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் 11ம 14ந் 25வி. சென்னையின் தெட்டாங்கு, கிழக்கு 5ம 20ந் 57வி. சென்னையில் மீ.வ. நேரம் 18ம 20ந் 50விநாடிக்குச் சரியான சென்னை ச.க. நேரமும், இ.நி. நேரமும் காண்க; சென்னையில் மீ.வ. நேரம் 21ம 5ந் 7-5 விநாடிக்குச் சரியான சென்னை ச.க. நேரமும், இ.நி. நேரமும் காண்க. (அ)

10. திருவாரூரில் ஆக்டோபர் 31ம் தேதி ச.க. நகரீரவுக்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் 22ம 30ந் 20வி; அய்விடத்தின் மேற்கு தெட்டாங்கு 74°. அய்விடத்தின் காரை ச.க. நேரம் 9ம 30 நிமிடத்திற்குச் சரியான மீ.வ. நேரம் காண்க. (செ)

11. ஏப்ரல் முதல் தேதி ச.க. நகரீரவுக்குச் சரியான கி.மீ.வ. நேரம் 9ம 42ந் 7வி. சென்னையின் தெட்டாங்கு 5ம 20ந் 59வி (கிழக்கு); ஏப்ரல் 2ம் தேதி, இரவு 9ம—45 நிமிடத்திற்குச் சரியான சென்னை மீ.வ. நேரமும், இ.நி. நேரமும் காண்க. (செ)

# கல்லூரி நூல் வெளியீட்டு இயக்குநரகம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் திறுவனம்

சென்னை

1970 ஜனவரிவரை வெளியிட்டுள்ள நூல்கள்

## பொருளாதாரம்

*1. பொருளாதாரம்-I	..	சி. வேணையுதம்	..	ரூ. 80
*1.1 II	..	..	..	..
*2. சொலிப்த் பொருளாதார வளர்ச்சி	..	டாக்டர் எம். ஜே. கே. தவராஜ்	..	..
*3. அமெரிக்கப் பொருளாதாரம்	..	..	..	..
*4. பொருளாதாரச் சிந்தனை வரலாறு	..	..	..	..
*5. பன்னாட்டு வணிகம்	..	சொன்னுசலம்	..	..
*6. புதுமைப் பொருளாதாரக் கருத்துகள்	..	மு. ஆ. ரோக்ஷசாமி	..	..
*7. பொருளாதாரம் - ஓர் அறிமுகம்-I	..	திருமதி ஆர். நாமாஜாட்சி	..	..
*8. II	..	தி. சி. வேலாண்	..	..
*9. பொருளாதாரக் கோட்பாடு வளர்ந்த வரலாறு	..	எம். ஏ. அழகர்வசாமி, பி.வி. ஸ்ரீதீவசாண்	..	..
*10. பன்னாட்டும் பாக்ஷியும்-I	..	க. முத்துசாமி	..	..
*11. II	..	சி. வேணையுதம்	..	..
*12. நவீன பங்கு இயல்	..	..	..	..
*13. இந்தியச் செலாவணியும் பங்கு முறையும்	..	க. வெற்றிவேல்	..	..
*14. ஆளாக்க திட்ட இயல்	..	பி. வி. வீரலிங்கசண்	..	..
*15. இந்தியப் பொருளியல்-I	..	அர. சேஷசகலம்	..	..
*16. II	..	எம். பாலசுப்பிரமணியன்	..	..
..	..	எம். ஜார்ஜ்நாதன்	..	..

\*ரூ. ௪.௦௦ (Original Book)





42. பொருளாதர வளர்ச்சிபற்றிய கட்டுரைகள்	...	7 78
43. இத்தியம் பொருளாதர வரலாறு (1867-1958)-I	...	7 00
44- பொருளாதரம்-மூக் ஆதிரைகள்	...	6 85
வரலாறு		
*45. மெட்டன் வரலாறு-I	...	4 50
*46. "	...	9 50
*47. "	...	7 85
*48. இரோமிய வரலாறு-I	...	4 50
49. இரோமிய -உட்குத் இந்து தாற்குண்டுகாவச் சரித்திரம்	...	15 00
50. இங்கிலாந்து வரலாறு-I	...	18 00
51. "	...	18 00
52. "	...	9 00
53. "	...	8 00
54. இங்கிலாந்தின் வரலாறு-I	...	15 00
55. "	...	8 00
56. "	...	6 00
57. இத்தியாவின் சிறப்பு வரலாறு-I	...	7 50
58. "	...	9 00
59. "	...	11 00
60. கிழக்கே நாட்டு வரலாறு-I	...	7 50
61. "	...	7 00
62. "	...	7 75
63. ஆக்ஸுபோர்டின் இத்திய வரலாறு - I	...	8 55
64. "	...	7 50
65. "	...	10 50
* மூலதனம் (Original Book)		

**வரலாறு—(தொடர்ச்சி)**

66. மூலவரப் பேரரசு—I

67. " II

68. ஆங்கில அரசியலமைப்பின் வரலாறு—I

69. " II

70. " III

71. " IV

72. ஆங்கிலேயரின் சமூகசம வரலாறு—I

73. " II

74. " III

75. இந்தியாவின் மூலவர்பின் ஆட்சி—I

76. " II

**அரசியல்**

77. அரசியல் அமைப்புகள்

78. அரசாங்கத்தின் வரலாறு

79. இந்திய அரசியலமைப்பு

80. அரசியலுக்கு ஓர் ஆறிழை

81. தற்கால அரசியல் அமைப்புகள்

82. பன்னாட்டு அரசியல்—I

83. " II

84. பொதுத்துறை ஆட்சி இயல்—I

85. " II

86. பொதுத்துறை ஆட்சியியலுக்கு

87. ஓர் ஆறிழை—I

" II

ரூ. பை.

... 7 50

... 7 75

... 7 50

... 8 75

... 6 50

... 7 00

... 6 50

... 8 75

... 8 50

... 8 00

... 8 00

... 4 50

... 7 50

... 4 75

... 6 50

... 8 50

... 16 00

... 18 25

... 9 00

... 7 25

... 7 50

... 7 50

ஏ. உ. கல்வாள் வெளியீடு.

எம். எக்ஸ். பிரைண்டர்.

எம். எக்ஸ். பிரைண்டர்.

பா. மாணிக்கவேலு

வை. விநாயகசுந்தரன்.

வை. விநாயகசுந்தரன்.

இரா. அண்ணாமலை

இரா. அண்ணாமலை

பா. மாணிக்கவேலு

பா. மாணிக்கவேலு

சி. க. இராசமச்சந்திரன்

சி. க. இராசமச்சந்திரன்.

இரா. ஆனந்தசுந்தரம்

ஆர். ஆனந்தசுந்தரம்

பா. மாணிக்கவேலு

ஏ. உ. கல்வாள் வெளியீடு

ஜே. இராசமச்சந்திரன்

மே. கிளைசன், எ. க. பெயர்க்கல்

ஈ. கண்ணையா

க. செல்வப்பா

மே. வரலாறுகள் கிளைசன்

திருமதி துர்ஜாபதி பாலா

"

ஈ. கண்ணையா

ஜி. ஜெகதீசன்

ஈ. கண்ணையா

க. செல்வப்பா

88	இந்திய அரசியலமைப்பின் திட்டம்	...	தி. வெ. மூப்பசாமி, என். கம்பிரமணிவர்	...	8	25
89.	இந்திய ஆட்சி அமைப்பிழை நடைபிணி—I	...	வி. கண்ணையா	...	6	25
90.	"	II	வி. கண்ணையா, கி. ர. அனாமந்தன்	...	5	75
91.	"	III	கி. ர. அனாமந்தன்	...	7	25
92.	மகன் ஆட்சி	...	க. சத்தானம்	...	4	25
93.	1919 முதல் சர்வதேச உழவுகளும் உடை அரசியலும்	...	என். ஜே. ராஜகோபால்	...	7	25
94.	சமூக, அரசியல் கொள்கைகளின் அடிப்படைகள்	...	மோ. வந்தியத்தன் கிளாஸ்கம்	...	7	00
95.	அரசியலமைப்பின் சட்ட ஆய்வுக்கு ஒர் அறிமுகம்—I	...	பா. பூரீயநாதராயன்	...	5	75
96.	"	II	பா. பூரீயநாதராயன், கி. ர. அனாமந்தன்	...	6	00
97.	"	III	கி. ர. அனாமந்தன்	...	5	75
<b>உள்ளியல்</b>						
98.	முற்றை உடனடியை—I	...	கி. ர. அபிஷேகாச்சாரி	...	8	00
99.	"	II	"	...	7	00
100.	உடனடி மனம்	...	கி. ர. அபிஷேகாச்சாரி	...	7	00
101.	இரையோர் உடனடியை—I	...	தி. இரா. அபிஷேகாச்சாரி	...	12	00
102.	"	II	"	...	9	00
103.	சமூக உடனடியை	...	என். வேதமணி மாணுவேல்	...	9	25
104.	பிரதேச உடனடியை	...	ஆ. பொன்னு கிராமச்சாமி	...	11	00
105.	பிரதேச உடனடி	...	"	...	8	00
*106.	முற்றை உடனடி	...	டாக்டர் மு. அறம்	...	6	25

\*மூல அம் (Original Book)

தத்துவம்	இ. கை.
107. இந்து சமயத் தத்துவம்	... 5 50
108. அறிவு ஆரங்க்கி இயல்	... 5 50
109. மேலோர் தத்துவம்	... 5 50
110. அத்துவித தத்துவம்	... 5 50
111. ஆக்கமேயம் மயன்வழிக் கொள்கைகளை	... 5 50
112. இந்தியத் தத்துவம் - I	... 5 50
113. II	... 5 50
114. வெண்பொருளியல் - ஓர் அறிமுகம் - I	... 5 50
அதனியல்	...
115. அறனியல் - ஓர் அறிமுகம்	... 5 50
அளவையியல்	...
116. அளவையியல்—தொடக்க தூம்	... 5 50
மாதிரியியல்	...
117. மாதிரியியல்	... 4 75
118. மாதிரியியல் தொடக்க தூம்	... 5 50
119. இந்தியாவில் இடையாளவாத வாழ்க்கை	... 5 50
சமூகவியல்	...
120. சமூகவியல் தொடக்க தூம்	... 10 50

புவிநிலம் .

121.	ஆசியா—I	...	கோ. சேஷ. நரசிம்மன்	...	8 80
122.	" II	...	"	...	8 76
123.	ஐரோப்பா கண்டத்தின் புவிநிலம்	...	ஏ. எஸ். நாராயணன்	...	8 80
*124.	தென்கிழக்கு ஆசியா	...	ஜி. கிருஷ்ணமூர்த்தி	...	8 80
*125.	வட ஆமெரிக்கா	...	ஜுமாரி இரா. அலமேலு	...	8 25
*126.	தென் அமெரிக்கா	...	எம். என். பத்மநாபன்	...	9 00
*127.	தென் கண்டத்தை —ஆந்திரேயியா	...	திருமதி எம். நிழமன்	...	4 00
*128.	" —ஆப்பிரிக்கா	...	எஸ். முத்துக்கிருஷ்ணன் கணபகரன்	...	8 25
*129.	புவிப்புவநிலம்—II	...	நா. அனந்தப்பத்மநாபன்	...	8 00
*130.	செவ்வழைப்பு புவிநிலம்	...	க. ஜெயச்சந்திரன்	...	9 00
*131.	மகிவட்புப்புவல்	...	வி. எஸ். அனந்தப்பத்மநாபன்	...	8 25
*132.	சமுத்திரநிலம்	...	கோ. இராமசாமி	...	8 80
133.	காலநிலை இயல்—I	...	கோ. சேஷ. நரசிம்மன்	...	10 00
134.	" II	...	"	...	8 00
*135.	காலநிலை இயல்	...	திருமதி இராநா	...	10 00
136.	வானியியலுக்கு முர் அறிமுகம்	...	கோ. இராமசாமி	...	11 00
*137.	புவி அமைப்பி இயல்	...	சி. விஸ்வநாதன்	...	4 75
138.	பொருளியல் புவிநிலமும் புவிவழைப்புவழும்	...	கோ. இராமசாமி	...	8 00
139.	சிமோனின் வானியல் புவிநிலம்—I	...	எஸ். மானிக்கம்	...	9 50
140.	" II	...	எம். கார்த்திகேயன்	...	12 00
141.	" III	...	சி. எஸ். நரசிம்மன்	...	6 75

\*மூல தரம் (Original Bore)

**புள்ளியியல்**

- \*143. புள்ளியியல் - ஆதிமுகம்
- 143. புள்ளியியல் முறைகள் - I
- 144. " II
- 145. தன்மைச் சுற்றிபுள்ளியியல்

**உயர்ச்சுனிதம்**

- \*146. ஆயத்தொலை வடிவகணிதம்
- \*147. வரைவகணிதம்
- \*148. தொலை நுண்கணிதம்

**விவக்யியல்**

- \*149. விவக்யியல்

**பெளதிகவியல்**

- 150. ஒளி தூசி

**விஞ்ஞானம்**

- \*151. வானவெளி வெற்றி
- \*152. ரேடியோ
- 153. எதிர்-உயிர்கள்
- \*154. பாய்வுகள்
- \*155. தாவரம் - வாழ்வும் உய்வாறும்
- \*156. கரும்பு
- \*157. தாவரங்களின் வாழ்வியல்

ரூ. ரூப.

- ... 10 00
- ... 10 00
- ... 14 00
- ... 6 50

- ... 12 50
- ... 9 00
- ... 9 00

4/

- ... 12 00

- ... 10 00

- ... 9 00
- ... 4 75
- ... 4 50
- ... 8 50
- ... 6 00
- ... 4 00
- ... 6 50

**மருத்துவம்**

*155. நீரிழிவு - கம்போசைம்	... டாக்டர் ஜி. வெங்கடசாமி, டாக்டர் எ. சுதேசன்	... 2 50
*156. மகப்பேறு மாதக் தொழில்	டாக்டர் (முனி) மணிமேகலை	... 8 25
*160. பாக்கிரிவர	சு. சுந்தரம்	... 2 50
161. ஐதூதேசம்	ஆ. சுதேசன்	... 8 50
*162. உடலியக்கியல்—I	டாக்டர்கள் ஜி. வெங்கடசாமி, டி. சரோஜினி, எம். கே. துரைராஜ், ஆர். சௌத்ரி	... 8 75
*163. " II	டாக்டர் ஆ. சுதேசன்	... 5 50
*164. என்டிருக்கி தொழில்	டாக்டர் ஆ. சுதேசன்	... 7 25

**பொறியியல்**

*165. நீக்கவே உக்கிரன் விட்டகை கட்டகம்	... கே. வி. கிருஷ்ணராஜ், சி. ஆர். சுப்பிரமணியம், ஆர். இராமசாமி, கே. வெண்கடையல்	... 8 50
--	--	----------

**கட்டுறவு**

*166. உலகக் கட்டுறவு இயக்கம்	... ஆ. வேங்கடசாமி	... 5 50
------------------------------	-------------------	----------

**சட்டம்**

*167. குற்றவியல் சட்டம்	... எம். சண்முகசுப்பிரமணியம்	... 10 00
-------------------------	------------------------------	-----------

# பொது துக்கம்

- \*168. மகாத்மா காந்தி
- \*169. விவசாயப் புரட்சி
- \*170. சோம் கை-தல்
- \*171. ருத்னாபதி கோழி விவசாய சிற்பமும்
- \*172. உணவும் ஊட்டமும்

## புதுமுக (P. U. C.) வகுப்புகளுக்குரியவை

- \*173. உலக வரலாறு
- \*174. பொருளாதாரம்
- \*175. வணிகவியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I
- \*176. " "
- \*177. பொருளாதாரம்
- \*178. புதுமுக பொருளாதாரம்
- \*179. புதுமுக வகுப்புகள் கணிதம்—I
- \*180. " "
- \*181. புதுமுக வகுப்புகள் கணித துறை—II
- \*182. கணிதம்—ஓர் அறிமுகம்—I
- \*183. " "
- \*184. பொருளாதாரம்
- \*185. புதுமுக பொருளாதாரம்
- \*186. விவசாயம்
- \*187. புதுமுக விவசாயம்
- \*188. புதுமுக வகுப்புகள் தாவரவியல்
- \*189. புதுமுக வகுப்புகள் தாவரவியல்

# கு. கல்.

- \*168. மகாத்மா காந்தி
- \*169. விவசாயப் புரட்சி
- \*170. சோம் கை-தல்
- \*171. ருத்னாபதி கோழி விவசாய சிற்பமும்
- \*172. உணவும் ஊட்டமும்
- \*173. உலக வரலாறு
- \*174. பொருளாதாரம்
- \*175. வணிகவியலுக்கு ஓர் அறிமுகம்—I
- \*176. " "
- \*177. பொருளாதாரம்
- \*178. புதுமுக பொருளாதாரம்
- \*179. புதுமுக வகுப்புகள் கணிதம்—I
- \*180. " "
- \*181. புதுமுக வகுப்புகள் கணித துறை—II
- \*182. கணிதம்—ஓர் அறிமுகம்—I
- \*183. " "
- \*184. பொருளாதாரம்
- \*185. புதுமுக பொருளாதாரம்
- \*186. விவசாயம்
- \*187. புதுமுக விவசாயம்
- \*188. புதுமுக வகுப்புகள் தாவரவியல்
- \*189. புதுமுக வகுப்புகள் தாவரவியல்



## பட்டப்படிப்பிற்குரிய (B.Sc.) நூல்கள்

### பௌதிகம் (Physics)

பு. எண்	பெயர்	ஆ. எண்
*180.	எந்திரவியல்—சிற்றடிப்பாடம் (Book I)	...
*181.	செயல்பாடுகள்—சிற்றடிப்பாடம்	...
*182.	செயல்பாடுகளின் விளைவுகள்—சிற்றடிப்பாடம்	...
*183.	பௌதிகம்—தொடர்ச்சிப்பாடம்— I (Book I)	...
*184.	பௌதிகம்—தொடர்ச்சிப்பாடம்— II (Book II)	...
*185.	செயல்பாடுகளின் விளைவுகள்—தொடர்ச்சிப்பாடம்	...
*186.	பின்னாக்கல்—செயல்பாடுகள் (Book I)	...
*187.	ஒளியியல்—சிற்றடிப்பாடம்	...
	ஆ. எண்	...

### வேதியியல் (Chemistry)

பு. எண்	பெயர்	ஆ. எண்
*188.	செயல்பாடுகளின் விளைவுகள்—சிற்றடிப்பாடம்	...
*189.	பௌதிக வேதியியல் (Book I)	...
*190.	செயல்பாடுகளின் விளைவுகள்—தொடர்ச்சிப்பாடம்	...
*191.	செயல்பாடுகளின் விளைவுகள் (Book I)	...
*192.	பௌதிக வேதியியல்—தொடர்ச்சிப்பாடம்	...

### கணிதம் (Mathematics)

பு. எண்	பெயர்	ஆ. எண்
*193.	இயற்கணிதம்—சிற்றடிப்பாடம் (Book I)	...
*194.	தொடர்ச்சிப்பாடம்—இயற்கணிதம்	...

\*உ-உ-உ (Original Book)

கணிதம்—(தொடர்ச்சி)		ஆ. எப்.
*206. எண்கள் கணிதம்—சிதர்ப்புப்படம்	எம். எம். இராமசாமி	5 50
*206. திர்ஷான கணிதம்—சிதர்ப்புப்படம்	வி. அரங்கநாதன்	8 25
*207. கணிதம்—துணைப்புப்படம்	ஆர். அரங்கநாதன்	8 00
*208. நிலையம்—சிதர்ப்புப்படம்	கே. இராஜசேகரன்	8 00
புள்ளியியல் (Statistics)		
*209. புள்ளியியல்—துணைப்புப்படம்	எஸ். அருண்மயம்	8 50
கிணியியல் (Zoology)		
*210. முதலெழுப்பத்தலை—I—சிதர்ப்புப்படம்	ஆர். முருகேசன்	11 50
*211. " II—சிதர்ப்புப்படம்	திருமதி எஸ். கே. லக்ஷ்மி	11 25
*212. முதலெழுப்பத்தலை—I—சிதர்ப்புப்படம் (Book I)	திருமதி ராணி கத்தகலாமி	8 00
*213. " II—சிதர்ப்புப்படம் (Book II)	"	8 75
*214. முதலெழுப்பத்தலை—II—சிதர்ப்புப்படம்	திருமதி கிருஷ்ணவேணி நாராயணன்	11 75
*215. முதலெழுப்பத்தலை—துணைப்புப்படம்	எஸ். இராமலிங்கம்	8 00
*216. முதலெழுப்பத்தலை—துணைப்புப்படம்	வி. சேது	10 00
தாவரவியல் (Botany)		
*217. தாவரவியல் உட்களமைப்புகளும் வகைப்பாட்டையும்—சிதர்ப்புப்படம்	கே. ராஜசேகர்	11 00
*218. தாவரப் புற அமைப்பியல்	கே. பாலசுந்தரிசேகரன்	8 25
*219. தாவர உட்களமைப்பியல்	டாக்டர் ஏ. சேனித்திராஜன்	7 50

\*ஒரு அச்சு (Original Book)

